



# Influence du couple de transfert de spin sur les fluctuations magnétiques thermiquement activées dans les jonctions tunnel magnétiques

Sébastien Petit

## ► To cite this version:

Sébastien Petit. Influence du couple de transfert de spin sur les fluctuations magnétiques thermiquement activées dans les jonctions tunnel magnétiques. Matière Condensée [cond-mat]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2007. Français. NNT : . tel-00293055

**HAL Id: tel-00293055**

**<https://theses.hal.science/tel-00293055>**

Submitted on 3 Jul 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE GRENOBLE I - JOSEPH FOURIER  
ECOLE DOCTORALE DE PHYSIQUE DE GRENOBLE

Doctorat de Physique - Physique du solide

Sébastien PETIT - WATELOT

INFLUENCE DU COUPLE DE TRANSFERT DE SPIN  
SUR LES FLUCTUATIONS MAGNÉTIQUES  
THERMIQUEMENT ACTIVÉES DANS LES  
JONCTIONS TUNNEL MAGNÉTIQUES

Thèse soutenue le vendredi 23 novembre 2007.

Cette thèse, préparée au laboratoire SPINTEC (URA 2512), a été encadrée par Claire BARADUC et Jean-Pierre NOZIÈRES avec la participation de Christophe THIRION.

**Composition du jury :**

Claire BARADUC	Co-directrice de thèse
Jean-Pierre NOZIÈRES	Directeur de thèse
Jacques MILTAT	Rapporteur
Paul CROZAT	Rapporteur
Françoise HIPPERT	Examinatrice
Vincent CROS	Examineur



*"Celui qui a commis un millier de fautes ne devrait ni  
les regretter ni souhaiter ne pas les avoir commises"*  
Maître Eckhart, né Eckhart von Hochheim (1260-1327)





# Remerciements

Je voudrais en premier lieu remercier Claire Baraduc qui m'a encadré durant ces trois années et Christophe Thirion qui s'est totalement investi dans ma thèse. Ils m'ont apporté une aide précieuse, tout autant sur le plan de la physique que sur le plan humain, en étant toujours présents, et m'ont épaulé dans les moments difficiles. Je ne pourrai jamais les remercier à la hauteur de ce qu'ils ont fait pour moi. Je pense que c'est une chance inestimable que d'être encadré par ces deux personnes, mais je laisse à mon successeur : Nicolas De Mestier, connu aussi sous le pseudonyme de "picolas" (allez savoir pourquoi), de s'en rendre compte par lui même.

Je voudrais aussi remercier tout les membres, permanents et non permanents du laboratoire Spintec, pour leur gentillesse et leur bon humour. Je remercie tout particulièrement Bernard Dieny et Jean-Pierre Nozières qui m'ont permis d'obtenir ma bourse de thèse et qui m'ont donné les moyens d'accomplir mes travaux, ainsi qu'Ursula Ebels qui a financé une partie du matériel utilisé. Je remercie aussi Alain Schuhl , qui me soutient depuis son arrivé à la tête de Spintec.

Je voudrais simplement finir ces remerciements par un souvenir ému à Marta Kérékes avec qui j'ai partagé mon premier bureau.



# Résumé

## **Influence du couple de transfert de spin sur les fluctuations magnétiques thermiquement activées dans les jonctions tunnel magnétiques**

La réduction croissante des tailles des dispositifs de l'électronique de spin s'accompagne d'une diminution du rapport signal sur bruit, notamment du fait de l'augmentation des fluctuations magnétiques à l'approche de la limite super-paramagnétique. Simultanément la réduction des dimensions de ces dispositifs a entraîné l'apparition d'un nouveau phénomène : le transfert de spin, qui se traduit par un couple exercé par un courant polarisé en spin sur l'aimantation d'une couche ferromagnétique. Pour une densité de courant supérieure à une valeur seuil appelée courant critique, l'aimantation de la couche ferromagnétique peut être renversée ou être mise en précession. De nombreuses études ont été réalisées sur ces deux effets que ce soit d'un point de vue fondamental ou appliqué. Mais peu ont été effectuées pour des courants inférieurs au courant critique, c'est-à-dire dans un régime où le transfert de spin doit exister sans présenter d'effets macroscopiques sur la dynamique de l'aimantation.

Dans ce contexte, nous avons montré que le couple de transfert de spin agit fortement sur les fluctuations de l'aimantation à la résonance ferromagnétique dans les jonctions tunnel magnétiques, même pour des courants bien inférieurs au seuil critique. Pour ce faire, nous avons mis en place un banc de mesure de bruit large bande :  $DC - 26\text{ GHz}$  dont le seuil de détection est inférieur à  $0,5\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ . De plus, grâce à un modèle développé à partir du théorème de fluctuation-dissipation, nous avons pu expliquer les modifications du spectre des fluctuations magnétiques induites par le courant. Nous avons ainsi pu mettre en évidence l'existence de deux termes de couple de transfert de spin.



# Summary

## **Influence of spin-torque on high-frequency ferromagnetic fluctuations**

The size reduction of spintronic devices causes the decrease of the signal to noise ratio, especially due to the increase of magnetic fluctuations near the super-paramagnetic limit. Simultaneously, the size reduction of these devices brought about the emergence of a new phenomenon : the spin transfer. A spin polarized current leads to a torque on the magnetization of a ferromagnetic layer. When the current density exceeds a threshold value called the critical current, the magnetization of the ferromagnetic layer can be reversed or led into a steady-state precession. Many studies have been conducted on these two effects, from a fundamental or an applied point of view. But few have been done at currents below the critical threshold, that is to say in a regime where the spin transfer torque is expected to have no macroscopic effects on the magnetization dynamic.

In this context, we showed that the spin transfer torque strongly impacts the spectrum of magnetic fluctuations at the ferromagnetic resonance in magnetic tunnel junctions, even for currents far below the critical current. This result could be obtained since we realized a broadband experimental set-up ( $DC - 26\text{ GHz}$ ) to measure the noise emitted by a magnetoresistive device. The detection limit of the bench is less than  $0.5\text{ nV}/\sqrt{Hz}$ . Moreover, we developed a model based on the fluctuation-dissipation theorem that explains the changes in the magnetic fluctuation spectrum due to the spin polarized current. Thus, we could evidence the coexistence of two terms of spin transfer torque in magnetic tunnel junctions.



# Mots clefs

## Key words

Électronique de spin  
Transfert de spin  
Dynamique de l'aimantation  
Résonance ferromagnétique  
Jonction tunnel magnétiques  
Transport tunnel  
Magnétorésistance  
Bruit  
Fluctuations magnétiques  
Théorie de la réponse linéaire  
Théorème de fluctuation-dissipation  
Hyper-fréquences

Spin electronic  
Spin torque  
Magnetization dynamic  
Ferromagnetic resonance  
Magnetic tunnel junction  
Tunnel transport  
Magnetoresistance  
Noise  
Magnetic fluctuations  
Linear response theory  
Fluctuation-dissipation theorem  
High-frequency



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction au transport et à la dynamique de l'aimantation dans les jonctions tunnel magnétiques</b>	<b>17</b>
1.1	Introduction à la physique des jonctions tunnel magnétiques . . . . .	19
1.1.1	Conduction par effet tunnel entre deux métaux non ferromagnétiques	20
1.1.2	Modèle de Jullière . . . . .	21
1.1.3	Modèle de M. B. Stearns . . . . .	23
1.1.4	Modèle de Slonczewski . . . . .	25
1.1.5	Limites des modèles précédents . . . . .	29
1.2	L'effet de transfert de spin . . . . .	31
1.2.1	Le courant de spin et l'accumulation de spin . . . . .	32
1.2.2	Étude de l'effet de transfert de spin à l'interface métal/ferromagnétique	34
1.2.3	Différentes composantes du couple de transfert de spin . . . . .	39
1.2.4	Modèles de transfert de spin . . . . .	40
1.3	Observations expérimentales du transfert de spin . . . . .	45
1.3.1	Effet du transfert de spin sur la dynamique de l'aimantation . . .	45
1.3.2	Diagramme de phase . . . . .	48
1.3.3	Descriptions des échantillons . . . . .	51
1.3.4	Étude statique du renversement de l'aimantation par un courant polarisé en spin . . . . .	53
1.3.5	Étude dynamique du renversement de l'aimantation par une impulsion de courant polarisé en spin . . . . .	56
1.3.6	Étude dynamique de l'état de précession entretenu par un courant polarisé en spin . . . . .	58
1.3.7	Conclusion . . . . .	60
<b>2</b>	<b>Instrumentation</b>	<b>62</b>
2.1	Principe de la mesure . . . . .	63
2.1.1	Présentation générale . . . . .	63
2.1.2	L'analyseur de spectre . . . . .	66
2.1.3	Sources de bruit et parasites . . . . .	69
2.2	Modélisation du banc de mesure . . . . .	71
2.2.1	Modèle du quadripôle sans sources libres . . . . .	71
2.2.2	Modèle du quadripôle avec sources internes libres . . . . .	76
2.3	Caractérisation du bruit de la chaîne de mesure . . . . .	77
2.3.1	Modélisation du bruit d'un quadripôle : modèle à deux sources . .	77
2.3.2	Principe de détermination des coefficients de bruit . . . . .	79

2.3.3	Mesure du bruit du système {préamplificateur + analyseur de spectre}	79
2.3.4	Conclusion . . . . .	80
2.4	Mesures hyperfréquences . . . . .	83
2.4.1	Spécificités des mesures hyperfréquences . . . . .	84
2.4.2	Modèle RF de la ligne de mesure . . . . .	88
2.4.3	Caractérisation fréquentielle des échantillons . . . . .	95
2.4.4	Corrections globales . . . . .	98
2.5	Conclusion . . . . .	98
<b>3</b>	<b>Modélisation des fluctuations de l'aimantation d'une couche mince magnétique</b>	<b>101</b>
3.1	Dynamique de l'aimantation en l'absence de transfert de spin . . . . .	103
3.1.1	Origine du terme de précession . . . . .	103
3.1.2	Description du champ effectif . . . . .	106
3.1.3	Amortissement de Gilbert . . . . .	112
3.1.4	Etude des faibles déviations de l'aimantation . . . . .	114
3.2	Théorème de "fluctuation-dissipation" appliqué au cas des fluctuations de l'aimantation . . . . .	121
3.2.1	Origine du théorème : le mouvement brownien . . . . .	121
3.2.2	TFD dans le cadre du magnétisme . . . . .	125
3.2.3	Etude des fluctuations d'aimantation . . . . .	128
3.3	Introduction des deux termes de transfert de spin . . . . .	132
3.3.1	Modification de l'équation de Gilbert . . . . .	132
3.3.2	Linéarisation de l'équation de Gilbert avec transfert de spin . . . .	134
3.3.3	Propriétés des densités spectrales des fluctuations transverses de l'aimantation en présence de transfert de spin . . . . .	134
3.3.4	Dans quelles limites peut-on appliquer le TFD dans le cadre des fluctuations d'aimantation en présence de transfert de spin ? . . .	140
3.4	Conclusion . . . . .	141
<b>4</b>	<b>Influence du couple de transfert de spin sur la résonance ferromagnétique thermiquement activée</b>	<b>143</b>
4.1	Description des échantillons . . . . .	144
4.1.1	Description de l'empilement d'un pilier . . . . .	144
4.1.2	Conventions expérimentales . . . . .	146
4.1.3	Étude du comportement magnétique d'une couche continue . . . .	148
4.2	Mesures statiques . . . . .	158
4.2.1	Étude angulaire . . . . .	158
4.2.2	Etude en fonction du champ . . . . .	163
4.2.3	Etude en fonction du courant . . . . .	165
4.3	Présentation d'un spectre expérimental . . . . .	171
4.3.1	Expression du spectre de magnétorésistance . . . . .	172
4.3.2	Relation entre la mesure et le spectre des fluctuations de l'aimantation	174
4.3.3	Description d'un spectre . . . . .	174
4.3.4	Analyse des spectres . . . . .	176
4.4	Évolution du spectre des fluctuations d'aimantation en fonction du champ	177

	<b>14</b>
4.4.1	Dépendance de la fréquence de résonance en fonction du champ appliqué . . . . . 179
4.4.2	Dépendance de la largeur à mi-hauteur . . . . . 182
4.4.3	Évolution de l'amplitude en fonction du champ magnétique . . . . 184
4.5	Évolution du spectre des fluctuations d'aimantation en fonction du courant de polarisation . . . . . 187
4.5.1	Étude du terme de transfert de spin de Slonczewski . . . . . 189
4.5.2	Étude du second terme de transfert de spin . . . . . 193
4.6	Conclusion . . . . . 198
	<b>Bibliographie</b> . . . . . 205
<b>A</b>	<b>Calcul de l'écart type des aimantations transverses</b> <b>211</b>

# Introduction

Depuis la découverte de la magnétorésistance géante (GMR), l'électronique de spin connaît un essor considérable. Parallèlement à un approfondissement des connaissances fondamentales, l'optimisation des structures des composants et le transfert vers l'industrie se poursuit régulièrement. Après les têtes de lectures à base de vannes de spin qui représentent aujourd'hui une technologie mature, on assiste maintenant au développement des jonctions tunnels magnétiques qui permettent d'améliorer leurs performances. Cette nouvelle technologie a aussi débouché sur les premières mémoires magnétiques à accès aléatoire (MRAM) qui commencent à être produites industriellement.

Jusqu'à ces dernières années, l'essentiel de la physique de ces composants pouvait être comprise comme la dépendance du transport électronique en fonction du spin de l'électron. Cette description s'est révélée incomplète quand les dimensions des dispositifs ont atteint des tailles nanométriques, et que les densités de courant mises en jeu sont devenues très importantes. Quand le flux des électrons de conduction arrivant dans une couche ferromagnétique est suffisamment intense, il peut à son tour influencer sur son aimantation. Ce phénomène réciproque, appelé couple de transfert de spin, fut pour la première fois prédit en 1996 simultanément par J. C. Slonczewski [1] et L. Berger [2]. Il permet de renverser l'aimantation ou de déclencher des précessions entretenues grâce au courant de polarisation circulant dans le dispositif, à condition que ce dernier soit supérieur à un courant critique. Ces deux effets ont ouvert de nouveaux horizons en termes d'applications. En ce qui concerne les MRAM, il sera possible d'écrire l'information sans avoir à appliquer un champ magnétique extérieur, simplement par l'intermédiaire du courant traversant le point mémoire, ce qui permettra de réduire la consommation et d'augmenter la miniaturisation tout en limitant les erreurs d'adressage. Par ailleurs, la génération de précessions entretenues dans la gamme du giga-Hertz à l'aide d'un courant continu permet d'envisager le développement d'oscillateurs aisément accordables sur une large plage de fréquence, ce qui présente un intérêt évident pour les applications de télécommunication. Cet effet de transfert de spin est donc largement étudié en relation avec ces deux aspects tant du point de vue fondamental que de ses applications potentielles. Dans ce cas, ce sont des phénomènes macroscopiques se produisant pour des courants sur-critiques qui sont principalement étudiés et que nous présenterons dans le premier chapitre de ce manuscrit

---

après avoir décrit la physique des jonctions tunnels magnétiques.

Au regard des études actuelles, on peut encore s'interroger sur l'existence de cet effet pour les courants très inférieurs au courant critique et sur son impact éventuel sur les caractéristiques des composants. Dans ce contexte, nous nous sommes intéressés à vérifier expérimentalement l'existence du couple de transfert de spin pour des courants sous-critiques pour lesquels il n'y a pas d'effets macroscopiques mesurables. En étudiant les excitations thermiques de l'aimantation à la résonance ferromagnétique, nous avons mis en évidence que le couple de transfert de spin agit sur les fluctuations de l'aimantation. Le bruit lié à ces fluctuations peut être amplifié ou réduit selon le signe du courant, c'est-à-dire du couple de transfert de spin.

Cette observation expérimentale a pu être réalisée grâce à un banc de mesure de bruit large bande développé dans le cadre de cette thèse, ainsi qu'à un protocole précis de traitement des données. La technique expérimentale utilisée est décrite en détail dans le chapitre 2. La mesure permet alors de remonter à la densité spectrale des fluctuations de l'aimantation. Nous montrerons au chapitre 3 que cette quantité peut être exprimée analytiquement à partir de la susceptibilité magnétique dynamique en utilisant le théorème de fluctuation-dissipation. La susceptibilité est calculée analytiquement dans l'hypothèse du macrospin à partir de l'équation de la dynamique de l'aimantation linéarisée et préalablement modifiée pour tenir compte du couple de transfert de spin. Dans le chapitre 4, ce modèle est appliqué à l'analyse des spectres de fluctuations de l'aimantation mesurés sur des jonctions tunnel à barrière d'alumine. Ces jonctions sont développées par la société Headway Technologies pour des têtes de lecture de disques-durs. Après des caractérisations de multicouches continues et des mesures statiques des échantillons, nous mettrons en évidence l'influence du transfert de spin dans le régime sous-critique et nous confronterons toutes les caractéristiques des spectres de bruit aux prédictions de notre modèle.

# Chapitre 1

## Introduction au transport et à la dynamique de l'aimantation dans les jonctions tunnel magnétiques

Du fait de l'évolution des techniques de microfabrication, les jonctions tunnel magnétiques (JTM) ont suscité un intérêt croissant depuis une dizaine d'années pour leur applications potentielles dans l'électronique de spin. Aujourd'hui, des fabricants de disques durs comme Hitachi, Seagate utilisent des JTM à base d'oxyde de magnésium (MgO) comme capteurs pour leurs nouvelles têtes de lectures. Bien que déjà à un stade industriel, les JTM restent toujours aussi attractives d'un point de vue fondamental du fait de la diversité des effets physiques qui gouvernent leur fonctionnement, que ce soit du point de vue du transport ou de la dynamique de l'aimantation.

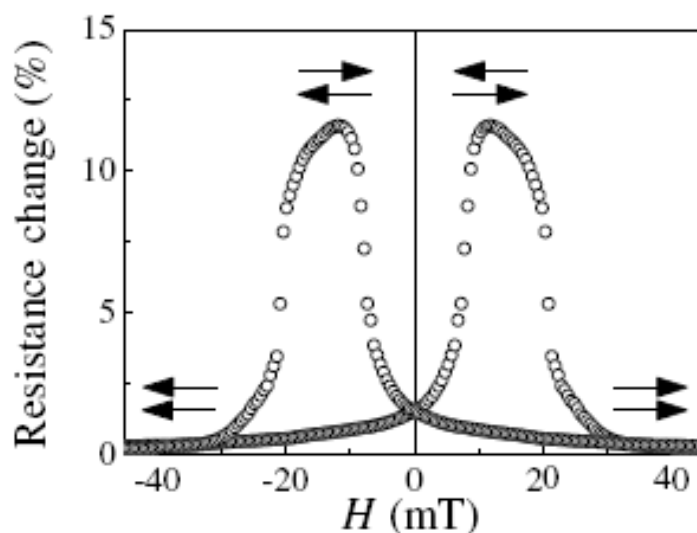
En parallèle, la réduction des dimensions des dispositifs de l'électronique de spin, comme les JTM, a entraîné l'apparition d'un nouveau phénomène : le transfert de spin. Cet effet lié à l'interaction du courant avec l'aimantation permet de modifier la configuration magnétique d'un dispositif sans application d'un champ magnétique extérieur. Cette propriété permet d'envisager un grand nombre d'applications que ce soit dans le domaine des mémoires ou des télécommunications. C'est pourquoi il suscite actuellement beaucoup de recherches tant théoriques qu'expérimentales.

Dans ce manuscrit nous présenterons les résultats obtenus sur l'effet du transfert de spin dans des JTM à barrière d'alumine. C'est pourquoi nous présenterons dans la première partie de ce chapitre les principes physiques qui régissent le fonctionnement d'une JTM. Dans la deuxième partie nous étudierons les origines de l'effet de transfert de spin dans les dispositifs magnétorésistifs. La dernière partie sera consacrée à une rapide présentation des principaux résultats expérimentaux concernant les effets du transfert de spin

sur la dynamique de l'aimantation. Cette présentation sera restreinte à une description de la dynamique de l'aimantation dans une approche macrospin. En effet nos analyses semi-quantitatives des résultats expérimentaux seront effectuées dans ce cadre.

## 1.1 Introduction à la physique des jonctions tunnel magnétiques

Une JTM est constituée de deux couches ferromagnétiques métalliques séparées par une couche isolante suffisamment fine pour que les électrons puissent la traverser par effet tunnel. Les JTM se différencient des jonctions tunnel classiques par le fait que le courant tunnel dépend de l'orientation relative des aimantations des couches ferromagnétiques de part et d'autre de l'isolant (cf figure 1.1). La variation de résistance engendrée est appelée magnétorésistance tunnel (TMR). Par conséquent le but d'un dispositif à base de JTM est de pouvoir contrôler l'orientation des aimantations par application d'un champ magnétique ou par l'intermédiaire d'un courant polarisé en spin comme nous le verrons tout au long de ce manuscrit. En général deux techniques peuvent être employées : la première consiste à utiliser des couches ferromagnétiques avec des champs coercitifs différents si bien qu'il est possible de retourner l'aimantation de la couche la plus douce avant celle de l'autre couche. L'autre technique est fondée sur l'utilisation d'une couche antiferromagnétique pour "piéger" l'aimantation d'une des couches par l'intermédiaire du couplage d'échange. Dans les deux cas il est possible d'avoir accès à plusieurs configurations dont les configurations extrêmes correspondent à un alignement parallèle ou antiparallèle des aimantations comme c'est le cas pour la mesure présentée sur la figure 1.1.



**Figure. 1.1** — Courbes de magnétorésistance obtenues sur un empilement CoFe/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Co à température ambiante [3]. Les flèches indiquent l'orientation des aimantations de chacune des couches magnétiques.

Bien que la découverte de la magnétorésistance tunnel par Jullière [4] date de plus de trente ans, peu d'études ont été réalisées jusque dans le milieu des années 90 sur de



tels systèmes. Une revue des principaux résultats théoriques et expérimentaux sur les propriétés du transport dans les JTM depuis la découverte de Jullière jusqu'en 2003 est présentée dans l'article [5] écrit par E. Y. Tsymbal.

### **1.1.1 Conduction par effet tunnel entre deux métaux non ferromagnétiques**

Considérons le système constitué par deux électrodes métalliques séparées par une barrière isolante. Les grandeurs associées à l'électrode de gauche, respectivement de droite seront indicées par (1), respectivement (3) et celles associées à la barrière seront indicées (2) et ce tout au long de cette partie. De plus, l'axe des  $x$  sera pris, par convention, perpendiculaire au plan des interfaces.

En 1961 Bardeen [6] a exprimé la probabilité par unité de temps pour qu'un électron d'énergie  $E$  dans l'électrode de gauche (1) passe par effet tunnel et se retrouve dans un état de même énergie mais dans l'électrode de droite (3) (il s'agit de la règle d'or de Fermi) :

$$P_{1 \rightarrow 3} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{13}|^2 \rho_1(E) f_1(E) \rho_3(E + eV) (1 - f_3(E + eV)) \quad (1.1)$$

Cette expression correspond à un effet tunnel élastique. Les théories qui seront abordées dans ce manuscrit sont toutes fondées sur cette hypothèse.  $\rho_1(E)$  et  $\rho_3(E + eV)$  représentent les densités d'état aux énergies  $E$  et  $E + eV$  respectivement dans l'électrode 1 et l'électrode 3. Les fonctions  $f_1$  et  $f_3$  correspondent aux probabilités d'occupation des états dans les électrodes (1) et (3). Ainsi le terme  $\rho_1(E) f_1(E)$  représente la probabilité d'avoir un électron dans l'électrode 1 à l'énergie  $E$  et  $\rho_3(E + eV) (1 - f_3(E + eV))$  la probabilité d'avoir un état libre à la même énergie que son énergie de départ plus la différence de potentiel imposée, pour l'accueillir dans l'électrode 3.  $|M_{13}|^2$  représente la probabilité pour qu'un électron passe l'isolant par effet tunnel. Ce coefficient dépend des propriétés de la barrière de potentiel : épaisseur, hauteur, structure. Il dépend aussi de la nature des électrodes ainsi que de la tension appliquée.

Dans le cas des modèles que nous allons présenter dans la suite de ce chapitre nous nous intéresserons seulement à des modèles fondés sur l'approximation des électrons libres. Les fonctions d'ondes seront alors calculées soit pour un potentiel constant dans les électrodes et dans la barrière (barrière rectangulaire), soit pour des potentiels variant suffisamment lentement pour pouvoir utiliser l'approximation semi-classique WKB [7]. De plus tous les modèles présentés feront l'hypothèse supplémentaire de la réflexion spéculaire, c'est-à-dire postulerons la conservation de la composante transverse du vecteur d'onde lors du

processus tunnel. Dans ce cadre d'approximations l'élément de matrice de transmission  $M_{13}$  ne dépend que de  $E_x$  avec  $E_x = E - E_{\parallel}(\vec{k}_{\parallel})$ , soit  $M_{13} = M_{13}(E, \vec{k}_{\parallel})$ . Par conséquent, la densité de courant  $j_{1 \rightarrow 3}$  qui passe de l'électrode (1) vers l'électrode (3) s'écrit :

$$j_{1 \rightarrow 3} = \frac{4\pi e}{\hbar} \int_{E_0}^{+\infty} \int_{\vec{k}_{\parallel}} M_{13}(E, \vec{k}_{\parallel}) \rho_1(E) f_1(E) \rho_3(E + eV) (1 - f_3(E + eV)) dE d^2 \vec{k}_{\parallel}$$

De la même manière, le courant inverse est donné par :

$$j_{3 \rightarrow 1} = \frac{4\pi e}{\hbar} \int_{E_0}^{+\infty} \int_{\vec{k}_{\parallel}} M_{31}(E, \vec{k}_{\parallel}) \rho_1(E) (1 - f_1(E)) \rho_3(E + eV) f_3(E + eV) dE d^2 \vec{k}_{\parallel}$$

Les coefficient de transmission  $M_{13}$  et  $M_{31}$  sont égaux du fait de l'invariance de l'équation de Schrödinger par renversement du temps. A partir de ces formules il est possible d'obtenir l'expression du courant tunnel  $j = j_{1 \rightarrow 3} - j_{3 \rightarrow 1}$  :

$$j = \frac{4\pi e}{\hbar} \int_{E_0}^{+\infty} \int_{\vec{k}_{\parallel}} M_{13}(E, \vec{k}_{\parallel}) \rho_1(E) \rho_3(E + eV) (f_1(E) - f_3(E + eV)) dE d^2 \vec{k}_{\parallel} \quad (1.2)$$

Dans la limite des faibles tensions de polarisation, et en supposant que la densité d'état varie peu avec la tension, ie  $\rho_3(E + eV) \approx \rho_3(E)$ , la conductance pour une surface unitaire peut s'écrire :

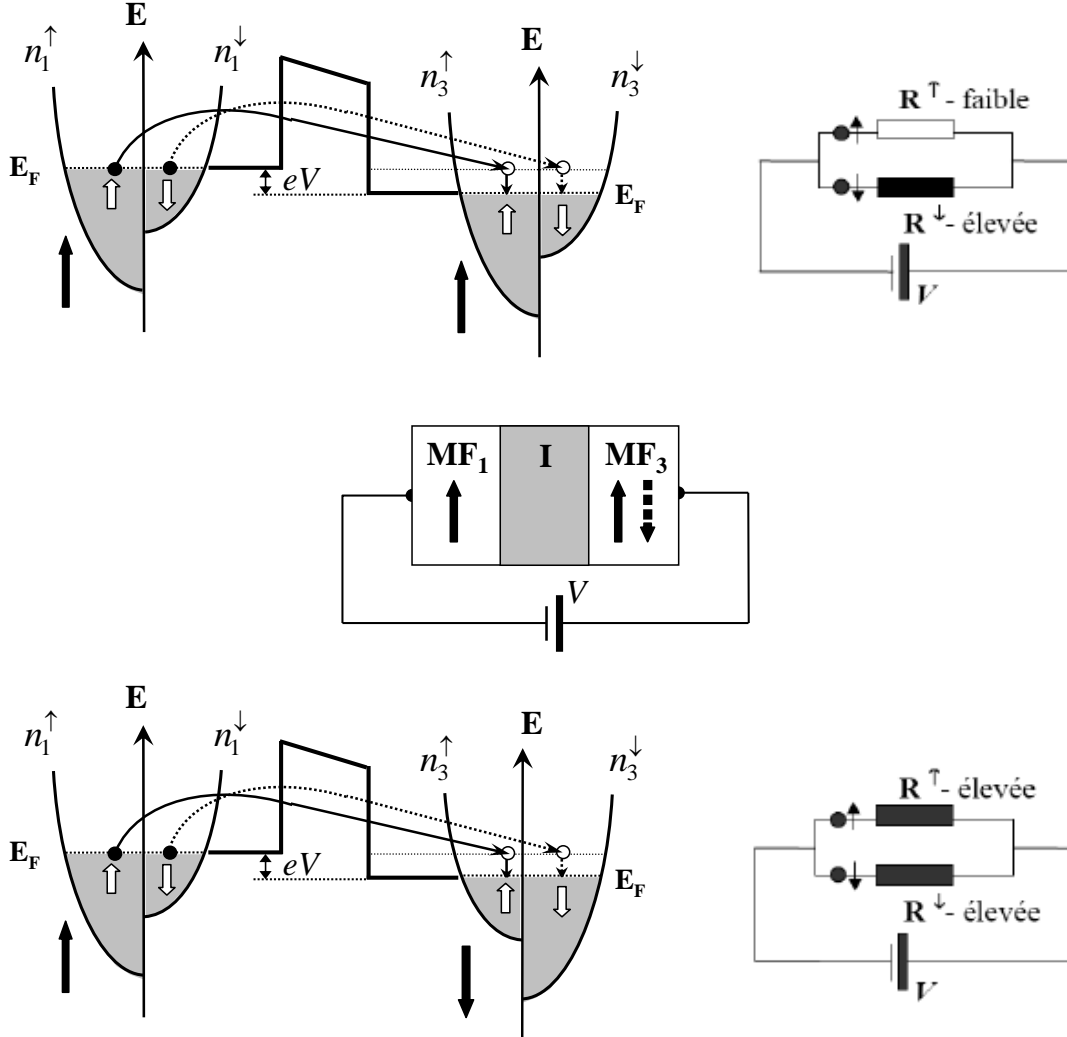
$$G(V) = \frac{dj}{dV} = \frac{4\pi e^2}{\hbar} \int_{E_0}^{+\infty} \int_{\vec{k}_{\parallel}} M_{13}(E, \vec{k}_{\parallel}) \rho_1(E) \rho_3(E) \left( -\frac{df_3(E + eV)}{deV} \right) dE d^2 \vec{k}_{\parallel}$$

Pour des températures suffisamment basses,  $df_3(E + eV)/deV$  devient en première approximation proportionnel à  $1/k_B T$ , et lorsque la température est nulle cette fonction peut-être assimilée à une distribution de Dirac centrée sur le niveau de Fermi. La conductance est alors proportionnelle au produit des densités d'états au niveau de Fermi :  $G_{T=0} \propto \rho_1(E_F) \rho_3(E_F)$ . Ce résultat a été exploité par Jullière [4] pour construire son modèle explicité au paragraphe suivant.

### 1.1.2 Modèle de Jullière

Dans le calcul précédent, le spin des électrons n'a pas été pris en compte : suivant la configuration magnétique considérée, il suffit d'ajouter un indice supplémentaire ( $\sigma = \uparrow$  ou  $\downarrow$ ) aux populations  $\rho_1(E_F)$  et  $\rho_3(E_F)$ . Ainsi Jullière utilisa la formule précédente pour expliquer les premiers résultats de magnétorésistance tunnel obtenus sur un système Fe/Ge/Co [4]. Pour ce faire il fait deux hypothèses. Premièrement il considère que le spin de l'électron est conservé par l'effet tunnel, ce qui permet de considérer que la conduction par effet tunnel se fait par deux canaux de spin indépendants ( $\uparrow$  et  $\downarrow$ ). Dans ce cas les électrons provenant d'une électrode dans un état de spin donné sont acceptés dans l'autre électrode dans des états libres de même énergie et de même spin. Ainsi si la configuration des aimantations des électrodes est parallèle les électrons de spin majoritaire

passent par effet tunnel vers des états majoritaires et les électrons de spin minoritaire vers des états minoritaires (confère figure 1.2). Inversement, lorsque les aimantations sont en configuration antiparallèle, les électrons de spin majoritaire passent par effet tunnel vers des états minoritaires et vice-versa (cf figure 1.2). La deuxième hypothèse



**Figure. 1.2** — Effet tunnel entre deux métaux ferromagnétiques (indiqués dans cette figure MF1 et MF3) séparés par une barrière isolante rectangulaire, déformée par une tension électrique appliquée  $V$ . Les densités d'états  $\rho_1^\uparrow(E)$ ,  $\rho_3^\uparrow(E)$ ,  $\rho_1^\downarrow(E)$  et  $\rho_3^\downarrow(E)$  sont schématisées dans cette figure par des paraboles décalées en énergie par l'échange. En considérant que le spin de l'électron est conservé lors du processus tunnel, les électrons de spin  $\uparrow$  et de spin  $\downarrow$  peuvent traverser la barrière tunnel de manière indépendante. Alors, la conduction électrique dans une jonction tunnel peut être modélisée par l'association en parallèle de deux résistances électriques, chaque résistance correspondant à un canal de spin. La résistance totale de la jonction tunnel est analysée dans les situations pour lesquelles les aimantations dans les deux électrodes se trouvent dans une configuration parallèle ou antiparallèle. Après leur arrivée dans l'électrode de droite, les électrons sont thermalisés à l'énergie de Fermi de l'électrode MF2

faite par Jullière est fondée sur le fait que la conductance est proportionnelle au produit des densités d'états de chacune des électrodes au niveau de Fermi pour chaque canal de

spin. Il est alors aisé de voir à partir de la figure 1.2 que la conductance est différente en fonction de la configuration de la JTM. Ainsi Jullière a défini la TMR par :

$$TMR = \frac{G_P - G_{AP}}{G_{AP}} = \frac{2P_1P_3}{1 - P_1P_3} \quad (1.3)$$

Dans ce cas  $P$  représente la polarisation des électrodes ferromagnétiques et a pour expression :

$$P = \frac{\rho^\uparrow(E_F) - \rho^\downarrow(E_F)}{\rho^\uparrow(E_F) + \rho^\downarrow(E_F)} \quad (1.4)$$

Où  $\rho^\uparrow$  correspond à la densité d'état des électrons majoritaires et  $\rho^\downarrow$  des électrons minoritaires. En utilisant les valeurs des densités d'états obtenues par les expériences de Tedrow et Meservey [8][9], il obtient une valeur théorique de la TMR de 26 % alors que la valeur maximum mesurée est de 14 %. Il attribua cet écart au couplage magnétique entre les deux électrodes et à la diffusion de spin au niveau des interfaces.

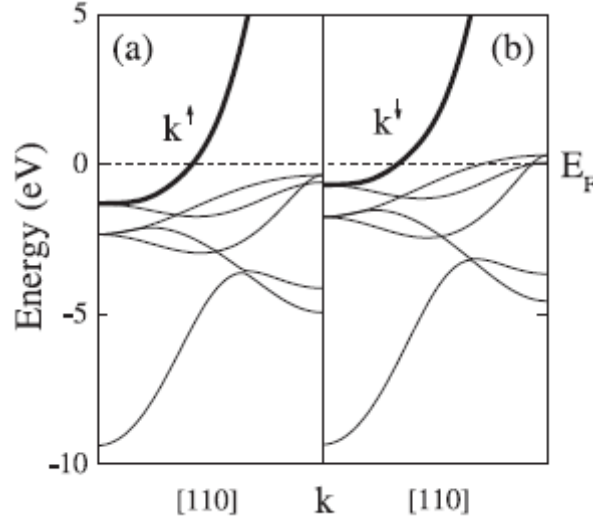
Ce résultat théorique est très important, c'est le premier qui permet d'expliquer l'effet de TMR, c'est pourquoi il sera souvent utilisé pour expliquer de nombreuses expériences sur les JTM. Toutefois il est important de préciser que les valeurs des densités d'état au niveau de Fermi mesurées par Tedrow et Meservey ne décrivent pas l'ensemble des états possibles au niveau de Fermi mais seulement à ceux correspondant à des électrons délocalisés. En effet, des modèles plus aboutis, comme celui proposé par M. B. Stearns en 1977 [10] suite aux expériences de Tedrow et Meservey, ont montré l'importance de la structure de bande et notamment de leur courbure pour le calcul de la polarisation du courant tunnel.

### 1.1.3 Modèle de M. B. Stearns

Les expériences de Tedrow et Meservey [8][9] réalisées sur un système ferromagnétique-isolant-supraconducteur ont montré que la polarisation en spin des électrons qui passent par effet tunnel de la couche ferromagnétique vers la couche supraconductrice est proportionnelle à l'aimantation du matériau ferromagnétique. La première explication théorique concluante a été donnée par M.B. Stearns en 1977.

Le modèle de M. B. Stearns est fondé sur le fait que la conductance tunnel ne dépend pas seulement des densités d'états au niveau de Fermi, mais aussi de la probabilité de passer par effet tunnel, c'est à dire du coefficient de transmission  $M_{13}$  et donc implicitement de la structure de bande. Il est important de noter que le coefficient de transmission dépend de la masse effective de l'électron, de telle sorte qu'il est possible de montrer que la transmission des électrons libres est de un ou deux ordres de grandeur plus grande

que celle des électrons localisés [10]. Dans le cas des ferromagnétiques  $3d$ , la structure électronique est caractérisée par des bandes dispersives  $s$  hybridées avec les bandes  $d$  plus localisées. Ainsi il est possible de distinguer deux types de bandes, celles correspondant aux électrons  $d$  qui ont un comportement  $s$  : bande "s-like" ou électron  $d$  itinérant, et les électrons  $d$  localisés comme illustré sur la figure 1.3. Or M. B. Stearns a montré [11]



**Figure. 1.3** – Diagramme de bande du Ni massif cfc dans la direction [110] pour les électrons de spin majoritaires (a) et de spin minoritaires (b). Les courbes en gras représentent les bandes des électrons  $d$  à caractère  $s$  (bande dispersive) qui dominent le transport tunnel.  $k^\uparrow$  et  $k^\downarrow$  correspondent au vecteur d'onde au niveau de Fermi qui déterminent la polarisation en spin du courant tunnel [10]

que ce sont les électrons  $d$  itinérants qui sont responsables du ferromagnétisme dans les ferromagnétiques  $3d$ , médiant l'interaction d'échange de site à site. Dans ce cas le fait que la polarisation trouvée par les expériences de Tedrow et Meservey soit proportionnelle à l'aimantation est en accord avec l'hypothèse de M. B. Stearns, qui est de ne tenir compte que des électrons  $d$  itinérants pour le calcul du courant tunnel.

A partir de ce point, comme les électrons  $d$  itinérants ont un caractère  $s$  il est possible de les décrire par un modèle d'électron libre avec un fort décalage de bande entre les spins majoritaires et les spins minoritaires. Ainsi le calcul du coefficient de transmission  $M_{13}$  réalisé par M.B. Stearns est fondée sur la démarche proposée par W.A. Harrison [12] qui utilise l'approximation WKB [7] pour décrire les électrodes et la barrière et sur l'hypothèse que la conduction par effet tunnel se fait par deux canaux de spin indépendants, comme Jullière l'a proposé. Les bandes  $d$  itinérantes étant dispersives, les densités d'états sont alors proportionnelles aux vecteurs d'ondes. Comme ce sont les électrons proches du niveau de Fermi se propageant presque perpendiculairement aux interfaces entre les couches ferromagnétiques et l'isolant, qui dominent le courant tunnel, la polarisation du courant

tunnel devient dans le modèle de M. B. Stearns :

$$P = \frac{k_F^\uparrow - k_F^\downarrow}{k_F^\uparrow + k_F^\downarrow} \quad (1.5)$$

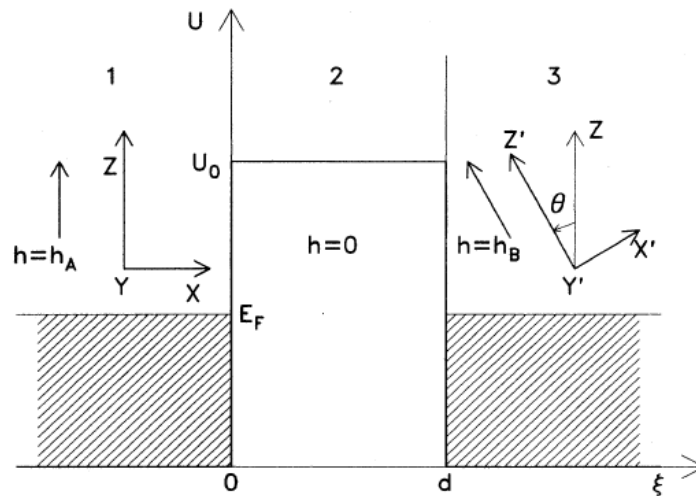
Où  $k_F^\uparrow$  et  $k_F^\downarrow$  représentent les vecteurs d'ondes au niveau de Fermi des bandes dispersives.

Ce résultat est en très bon accord avec les valeurs de polarisation trouvées par Tedrow et Meservy. La démarche proposée par M.B. Stearns, consistant à considérer que les électrons participant majoritairement au courant tunnel peuvent être décrits par des bandes paraboliques décalées par l'échange entre les électrons de spins minoritaires et les électrons de spins majoritaires, a été largement utilisée pour décrire l'effet de magnétorésistance tunnel. Ainsi une approche théorique plus complète pour décrire le courant tunnel dans les JTM réalisée par J.C. Slonczewski est fondée sur ce résultat.

#### 1.1.4 Modèle de Slonczewski

En 1989 J.C. Slonczewski proposa un modèle pour décrire la TMR en fonction de l'angle relatif entre les aimantations des électrodes ferromagnétiques de part et d'autre de la barrière [13].

Ce modèle considère un électron libre soumis à des potentiels constants pour décrire les électrodes et la barrière. Il s'agit donc d'une barrière rectangulaire de hauteur  $U_0$  et d'épaisseur  $d$ . Dans les électrodes ferromagnétiques le décalage d'échange entre les bandes majoritaires et minoritaires est représenté par un champ d'échange  $\vec{h}$  uniforme, mais dont l'orientation peut être différente d'une électrode à l'autre (cf figure 1.4). Comme les précé-



**Figure. 1.4** — Description de la forme du potentiel  $U(x)$  utilisé pour le modèle. Le champ d'échange local fait un angle  $\theta$  d'une électrode à l'autre. L'axe des  $x$  est noté  $\xi$  sur la figure

dents modèles, ce modèle fait l'hypothèse de la réflexion et de la transmission spéculaire, c'est à dire que la composante transverse du vecteur d'onde est conservée. Comme le potentiel ne dépend que de  $x$ , il suffit alors pour un module donné du vecteur d'onde de l'onde incidente de ne considérer que la dépendance en  $x$  de l'hamiltonien, qui s'écrit alors :

$$H_x = -\frac{\hbar^2}{2m(x)} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) - \vec{h}(x) \cdot \vec{\sigma}$$

avec  $m(x) = m$  dans les électrodes, c'est à dire pour  $-\infty < x < 0$  et  $d < x < \infty$ , et  $m(x) = m_0$  dans la barrière. De même  $U = 0$  dans les électrodes et  $U = U_0$  dans la barrière et inversement  $\vec{h} = \vec{0}$  dans la barrière et  $|\vec{h}| = h_0$  dans les électrodes. Pour les régions (1) et (3), les ondes planes progressives forment une base de solution si elles vérifient la relation de dispersion dépendant du spin :

$$k_{\uparrow} = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{E_x - h_0}$$

$$k_{\downarrow} = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{E_x + h_0}$$

Dans la région 2, la base des solutions sont des ondes évanescentes indépendantes du spin de l'électron :

$$K = \frac{\sqrt{2m_0}}{\hbar} \sqrt{U_0 - E_x}$$

A partir de ce point nous allons construire une fonction d'onde solution de l'hamiltonien complet du système. Supposons une onde incidente de spin  $\uparrow$  dans la région 1, la fonction d'onde résultante solution de l'Hamiltonien précédent a alors pour expression :

- dans la région 1 : l'onde incidente et sa partie réfléchie est une onde plane

$$\psi_{1\uparrow} = \frac{1}{\sqrt{k_{\uparrow}}} e^{ik_{\uparrow}x} + R_{\uparrow} e^{-ik_{\uparrow}x}$$

$$\psi_{1\downarrow} = R_{\downarrow} e^{-ik_{\downarrow}x}$$

- dans la barrière (région 2 :  $0 < x < d$ ) : l'onde est évanescente

$$\psi_{2\sigma} = A_{\sigma} e^{Kx} + B_{\sigma} e^{-Kx}, \quad \sigma = \uparrow \text{ ou } \downarrow$$

- dans la région 3 : l'onde redevient propagative et seul le spin de l'onde incidente qui se décompose sur le nouvel axe de quantification indicé  $'$ , celui-ci n'étant pas le même entre les régions (1) et (3), existe du fait de l'hypothèse de conservation du spin par l'effet tunnel :

$$\psi_{3\sigma'} = C_{\sigma'} e^{ik_{\sigma'}(x-d)}, \quad \sigma' = \uparrow \text{ ou } \downarrow$$

Les coefficients de la fonction d'onde sont déterminés en utilisant les conditions de continuité de la fonction d'onde et du courant. Toutefois il est nécessaire de faire attention à l'interface de la barrière et de la deuxième électrode, c'est-à-dire en  $x = d$ , car les axes de quantifications sont tournés d'un angle  $\theta$  entre les deux régions. Il faut "redistribuer" le spin de l'onde incidente dans la nouvelle base. Ainsi en  $x = d$ , les relations de continuité sont les suivantes :

$$\psi_{2\uparrow} = \psi'_{3\uparrow} \cos(\theta/2) + \psi'_{3\downarrow} \sin(\theta/2) \quad (1.6)$$

$$\psi_{2\downarrow} = -\psi'_{3\uparrow} \sin(\theta/2) + \psi'_{3\downarrow} \cos(\theta/2) \quad (1.7)$$

A partir de ce point la fonction d'onde du système entier est complètement déterminée.

Jusqu'à présent nous avons utilisé le résultat de Bardeen pour définir la probabilité de passer par effet tunnel, à savoir  $|M_{13}|^2 \rho_1(E) f_1(E) \rho_3(E + eV) (1 - f_3(E + eV))$ . J.C. Slonczewski, lui, utilise la transparence de la barrière  $T$  pour décrire le courant tunnel. Par définition  $T$  est égal au rapport entre le courant de probabilité de l'onde transmise sur le courant de probabilité de l'onde incidente [14]. La probabilité d'une particule de passer par effet tunnel est alors donnée par  $T f_1(E) (1 - f_3(E + eV))$ . Il est intéressant de noter que ces deux écritures traduisent deux approches différentes de l'effet tunnel. La première est une théorie dépendant du temps qui tient compte de l'état initial et final (l'électron est d'un côté ou de l'autre de la barrière), chaque état étant un état propre d'un Hamiltonien différent. Le coefficient de matrice  $M_{13}$  traduit le couplage au niveau de la barrière d'une fonction d'onde solution de l'hamiltonien initial avec une fonction d'onde solution de l'hamiltonien final. Au contraire la deuxième écriture est fondée sur une approche stationnaire. L'Hamiltonien à un électron est connu dans chaque zone du système permettant de construire des fonctions d'ondes continues sur tout l'espace. Dans le cas de l'effet tunnel élastique, et d'une barrière rectangulaire ou descriptible par l'approximation WKB, ces deux approches donnent des résultats identiques :  $T = |M_{13}|^2 \rho_1(E) \rho_3(E + eV)$ . D'après la définition de  $T$  et de la fonction d'onde incidente, il vient :

$$T = \frac{1}{2i\hbar} \sum_{\sigma} \psi_{\sigma}^* \frac{d\psi_{\sigma}}{dx} - \psi_{\sigma} \frac{d\psi_{\sigma}^*}{dx} \quad (1.8)$$

Connaissant les coefficients de la fonction d'onde globale, il est facile de calculer  $T$  en fonction de ces derniers. La transparence est conventionnellement évaluée dans la barrière même si le courant de charge est indépendant de  $x$ .

Maintenant que nous savons comment calculer la transparence de la barrière, nous allons essayer de déterminer l'expression du courant tunnel. Dans le cas des faibles coefficient de transmission, c'est à dire lorsque  $e^{Kd}$  devient grand devant 1, soit  $Kd \gg 1$ , la transparence de barrière diminue fortement lorsque  $k$  augmente. Dans ce cas il est possible



de faire un développement limité de  $K$  autour de sa valeur au niveau de Fermi  $K_F$ . Alors seul les  $\vec{k}_{\parallel}$  dont la norme est inférieure à  $\sqrt{\frac{K_F}{d}}$  contribuent au courant tunnel. Ainsi pour intégrer le courant il suffit de se restreindre à un disque dans l'espace des  $\vec{k}$  transverses de rayon  $\sqrt{\frac{K_F}{d}}$ . La conductance tunnel à alors pour expression :

$$G = \frac{dJ}{dV} = \frac{e}{2\hbar} \int_{E_0}^{+\infty} \frac{df_2(E + eV)}{dV} \int_{k_{\parallel}} T(E, \vec{k}_{\parallel}) d^2\vec{k} dE$$

A zéro Kelvin et en considérant que  $T(E, \vec{k}_{\parallel}) \approx T(E, 0)$ , il vient :

$$G = \frac{dJ}{dV} = \int_{E_0}^{+\infty} T(E) \delta(E_F) \frac{\pi K_F}{d} dE = T(K_F) \frac{K_F}{d}$$

En remplaçant  $T(E, 0)$  dans l'équation ci-dessus par son expression calculée à partir de la relation 1.8 et des coefficients de la fonction d'onde, il vient après un peu d'algèbre :

$$G = G_{fbf}(1 + P_{fb}^2 \cos(\theta)) \quad (1.9)$$

avec :

$$P_{fb} = \frac{k_{\uparrow} - k_{\downarrow}}{k_{\uparrow} + k_{\downarrow}} \frac{K^2 - k_{\uparrow}k_{\downarrow}}{K^2 + k_{\uparrow}k_{\downarrow}} \quad \text{et} \quad G_{fbf} = \frac{K}{\hbar d} \left[ \frac{eK(K^2 + k_{\uparrow}k_{\downarrow})(k_{\uparrow} + k_{\downarrow})}{\pi(K^2 + k_{\uparrow}^2)(K^2 + k_{\downarrow}^2)} \right]^2 \quad (1.10)$$

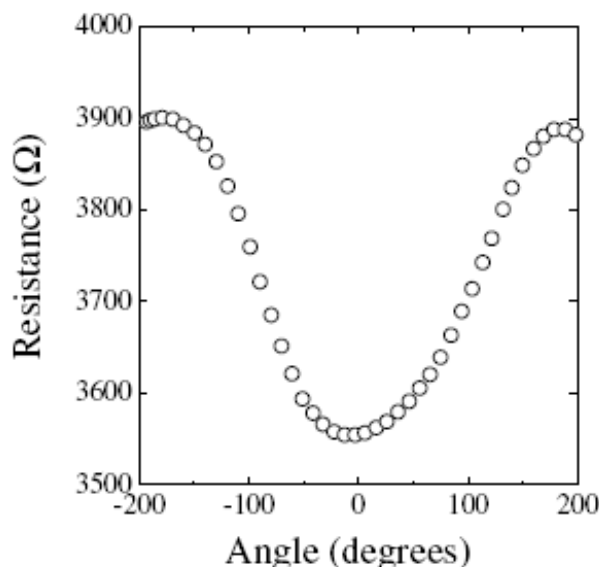
Le premier terme de la polarisation correspond au terme introduit par M. B. Stearns, en revanche, le deuxième terme traduit l'interaction avec la barrière qui avait été négligée dans les précédents modèles. Dans le cas où les deux ferromagnétiques sont différents de part et d'autre de l'isolant, la relation précédente se généralise :

$$G = G_{fbf'}(1 + P_{fb}P_{f'b} \cos(\theta)) \quad (1.11)$$

où  $P_{fb}$  représente la polarisation à l'interface entre la zone 1 et 2 et  $P_{f'b}$  la polarisation à l'interface entre la zone 2 et 3. D'après ce modèle, une JTM doit fonctionner comme un couple polariseur-analyseur de la même manière qu'en optique. La dépendance en cosinus de l'angle entre les aimantations respectives a été mise en évidence expérimentalement par Moodera et Kinder [15]. Les résultats présentés sur la figure 1.5 correspondent à la valeur de la résistance pour différentes directions du champ appliqué dans le plan. On constate que la résistance varie en cosinus et non la conductance. Ceci s'explique par le fait que le rapport de TMR est faible : environ 10 %. Dans ce cas il est possible de réaliser un développement limité dans l'expression de la résistance :

$$R = \frac{1}{G_0} \frac{1}{1 + P^2 \cos(\theta)} \approx \frac{1}{G_0} (1 - P^2 \cos(\theta))$$

Pour de fortes valeurs de la TMR, comme c'est le cas pour nos échantillons où la TMR peut varier entre 20 % et 40 %, la résistance n'est plus proportionnelle au cosinus de l'angle.



**Figure. 1.5** – Dépendance angulaire de la magnétorésistance d'un empilement CoFe/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Co pour un champ appliqué plus faible que le champ coercitif d'une électrode, mais plus fort que celui de l'autre électrode [15]

Nous avons vérifié que le modèle de Slonczewski permet de décrire leur comportement en fonction de l'angle. Cette étude est détaillée au chapitre 4.

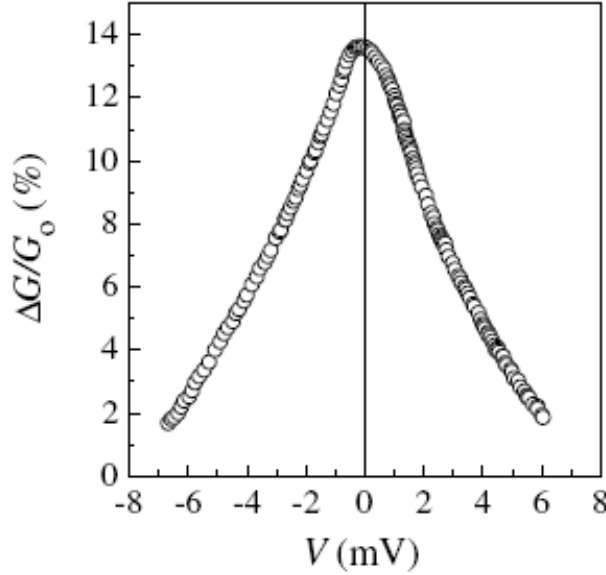
La deuxième partie de la publication de Slonczewski [13] est dédiée à l'effet de la polarisation du courant tunnel sur l'aimantation des couches. Cette publication marque les prémices de l'étude théorique du phénomène de transfert de spin. Cet effet, qui correspond à la réciproque de l'effet de magnétorésistance, a été pour la première fois prédit sous sa forme actuelle en 1996 simultanément par Slonczewski [1] et Berger [2] pour des dispositifs à magnétorésistance géante, comme nous allons le voir.

### 1.1.5 Limites des modèles précédents

Les résultats précédents permettent de comprendre les mécanismes physiques à la base de l'effet TMR. Mais les hypothèses utilisées sont très restrictives, si bien que ces modèles ne s'appliquent que dans le cas de barrière suffisamment épaisses et peu hautes. Dans le cadre de l'approximation de l'électron libre, MacLaren [16] a réalisé une intégration numérique de la transparence de barrière permettant la comparaison des précédents modèles. Il ressort de cette étude que le modèle de Slonczewski reste le plus précis pour décrire analytiquement l'effet de TMR dans l'hypothèse des électrons libres, mais que de forts écarts apparaissent lorsque l'on tient compte de la déformation de la barrière sous la tension appliquée à la jonction.

De plus ce résultat ne permet de rendre compte de la chute de magnétorésistance tunnel avec la tension de polarisation qui apparaît dans toutes les mesures de TMR, comme le montre notamment la figure 1.6.

Plusieurs théories permettent d'expliquer ce résultat. La première proposée par S. Zhang



**Figure. 1.6** — Mesure original de l'effet de magnétorésistance tunnel par Jullière en 1975 [4]. La TMR chute rapidement lorsque la tension de polarisation de la jonction augmente, elle est divisé par deux pour  $V_{polarisation} = 3,5V$

*et al* [17] est fondée sur la diffusion inélastique du spin des électrons par l'intermédiaire d'onde de spin de surface à l'interface isolant-ferromagnétique. En effet les électrons ayant franchi la barrière par effet tunnel, sont au dessus du niveau de Fermi du ferromagnétique récepteur lorsque qu'une tension est appliquée à la jonction. Plus la tension de polarisation augmente, plus le nombre et l'énergie des électrons chauds est grands. Outre les canaux classiques de désexcitation, comme les collisions électrons-électrons et les collisions électrons phonons, les électrons chauds peuvent se désexciter dans les matériaux ferromagnétiques par l'émission de magnons appelées aussi onde de spin. Ce processus ne conserve pas le spin de l'électron. En augmentant la tension, d'avantage de magnons peuvent être émis, réduisant ainsi la polarisation du courant et donc la TMR. Ce phénomène permet d'expliquer plusieurs résultats expérimentaux. Mais des expériences par STM ont montrées une autre explication possible liée à la présence d'états piégés dans la barrière [18]. Finalement F. Montaigne *et al.* ont montré qu'il est possible de décrire la chute de magnétorésistance en fonction de la tension de polarisation [19] en tenant compte de la dépendance du coefficient de transmission de la barrière en fonction de la partie transverse du vecteur d'onde, de la tension de polarisation, de la masse effective qui est différente dans la barrière et des multiples réflexions cohérentes dans cette dernière. En conclusion ce phénomène, très important dans les JTM comme nous le verrons par la

suite, peut avoir plusieurs origines physiques différentes et n'est pour l'instant pas encore bien compris.

Pour finir, les jonctions tunnels magnétiques montrent aussi une forte sensibilité à la température, à la nature des électrodes et de la barrière ainsi qu'aux interfaces. Les résultats sur ces différentes dépendances sont présentés de manière détaillée dans la référence [5] .

En conclusion, nous avons vu comment le spin peut agir sur le transport électronique dans des empilements ferromagnétique/isolant/ferromagnétique . Dans la partie suivante nous allons nous intéresser à l'effet réciproque, à savoir comment un courant circulant dans une JTM peut agir sur les aimantations des couches ferromagnétiques la constituant. Cet effet est connu sous le nom de transfert de spin.

## **1.2 L'effet de transfert de spin**

Les premières études théoriques et expérimentales ont concerné les dispositifs à magnétorésistance géante (GMR), c'est-à-dire des dispositifs où la couche d'isolant qui sépare les deux couches ferromagnétiques est remplacée par une couche métallique non magnétique, typiquement du cuivre. L'épaisseur de la couche doit-être suffisamment grande par rapport aux oscillations de Friedel pour qu'il n'y ait pas de couplage de type Ruderman-Kittel-Kasuya-Yosida (RKKY) [20] entre les deux couches ferromagnétiques et suffisamment petite par rapport à la longueur de diffusion de spin pour que la polarisation en spin du courant soit conservée d'une électrode à l'autre. Nous allons donc dans un premier temps nous intéresser aux origines physiques du phénomène de transfert de spin dans les GMR. Nous allons notamment voir que ce phénomène agit de deux façons différentes sur la dynamique de l'aimantation des deux électrodes ferromagnétiques - c'est pourquoi il est souvent fait référence aux "deux termes de transfert de spin".

L'étude du transfert de spin et plus généralement l'étude du transport dans les matériaux ferromagnétiques fait intervenir deux notions fondamentales : l'accumulation de spin et le courant de spin. Dans cette partie nous allons voir comment définir ces deux grandeurs, comment elles sont reliées et quels sont leurs effets. A ce titre l'article de revue [21] écrit par M. D. Stiles et J. Miltat fait une présentation détaillée de l'origine du transfert de spin et des modèles existant dans les GMR, ainsi qu'une étude de ses effets sur la dynamique de l'aimantation.

### 1.2.1 Le courant de spin et l'accumulation de spin

Le courant de spin est étroitement lié au courant de charge, c'est pourquoi nous allons dans un premier temps nous intéresser aux équations de transport dans le cas de particules décrites par un ensemble de fonctions d'ondes  $\psi_i$ . Ces fonctions peuvent être décomposées sur la base de spin orthogonale  $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$  tel que  $\psi_i = \psi_{i\uparrow} + \psi_{i\downarrow}$ . Cette écriture est la même que celle utilisée à la partie 1.1.4. Dans ce cadre nous allons présenter les différentes grandeurs associées à une particule. La densité de particules  $n$  est donnée en fonction de la position  $\vec{r}$  par la relation suivante :

$$n(\vec{r}) = \sum_{i\sigma} |\psi_{i\sigma}(\vec{r})|^2, \quad \text{avec } \sigma = \uparrow \text{ ou } \downarrow$$

Le courant de particule associé  $\vec{j}$  est alors donné par la relation classique :

$$\vec{j}(\vec{r}) = \frac{i\hbar}{2m} \sum_{i\sigma} \left( \psi_{i\sigma}^*(\vec{r}) \vec{\nabla} \psi_{i\sigma}(\vec{r}) - \psi_{i\sigma}(\vec{r}) \vec{\nabla} \psi_{i\sigma}^*(\vec{r}) \right)$$

Le courant de particule peut avoir deux origines : le champ électrique qui entraîne l'apparition d'un courant de conduction ou un gradient de charge qui crée un courant de diffusion.  $\vec{j}$  a alors pour expression phénoménologique dans le cas du transport unidimensionnel (selon  $x$ ) :

$$j = \frac{\sigma}{e} E - D \frac{\partial n}{\partial x}$$

où  $\delta n$  correspond à la déviation du nombre de particule par rapport à l'équilibre et  $\sigma$  représente la conductivité du matériau. Dans les métaux  $\delta n = 0$ . A partir de ces équations, la conservation du nombre de particules implique localement :

$$\text{div}(\vec{j}) + \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad (1.12)$$

Dans le cas des états stationnaires  $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$ , le courant est alors conservé.

Il est possible d'obtenir l'analogie des équations précédentes non plus associé à la particule, mais à son spin. L'axe de quantification étant une grandeur vectorielle, les grandeurs scalaires précédentes seront donc équivalentes à des grandeurs vectorielles et les grandeurs vectorielles seront des grandeurs tensorielles. Ainsi, de la même manière que nous avons défini la densité de particules, il est possible de définir la densité de spin locale  $\vec{m}(\vec{r})$  qui est équivalente à une aimantation :

$$\vec{m}(\vec{r}) = \sum_{i\sigma\sigma'} \psi_{i\sigma}(\vec{r}) \mathbf{s}_{\sigma,\sigma'} \psi_{i\sigma'}(\vec{r}) \quad (1.13)$$

La densité de courant de spin a pour expression :

$$\mathbf{Q}(\vec{r}) = \frac{i\hbar^2}{4m} \sum_{i\sigma\sigma'} \left( \psi_{i\sigma}^*(\vec{r}) \mathbf{s}_{\sigma,\sigma'} \vec{\nabla} \psi_{i\sigma'}(\vec{r}) - \psi_{i\sigma}(\vec{r}) \mathbf{s}_{\sigma,\sigma'} \vec{\nabla} \psi_{i\sigma'}^*(\vec{r}) \right)$$

$\mathbf{Q}$  est un tenseur. Pour simplifier, si l'on considère le cas du transport à une dimension (selon  $x$ ), la relation précédente devient :

$$\vec{Q}(x) = \frac{i\hbar^2}{4m} \sum_{i\sigma\sigma'} \left( \psi_{i\sigma}^*(x) \mathbf{s}_{\sigma,\sigma'} \frac{\partial}{\partial x} \psi_{i\sigma'}(x) - \psi_{i\sigma}(x) \mathbf{s}_{\sigma,\sigma'} \frac{\partial}{\partial x} \psi_{i\sigma'}^*(x) \right) \quad (1.14)$$

Dans ce cas  $\vec{Q}$  est un vecteur. La direction de ce dernier indique la direction de la polarisation en spin du courant se propageant le long de l'axe  $x$ . De la même façon que le courant de charge est lié au champ électrique et au gradient de charge, le courant de spin associé est lié aussi au champ électrique, dans le cas des matériaux ferromagnétiques, et au gradient de l'accumulation de spin  $\delta\vec{m} = (|\vec{m}| - m_{equilibre})\vec{m}/|\vec{m}|$  :

$$\vec{Q} = (\sigma_{\uparrow} - \sigma_{\downarrow}) \frac{\vec{m}}{|\vec{m}|} E - D_{spin} \frac{\partial}{\partial x} \delta\vec{m} \quad (1.15)$$

Où  $\sigma_{\uparrow}$  représente la conductivité associée au canal des spin  $\uparrow$  et  $\sigma_{\downarrow}$  celle associée au canal des spin  $\downarrow$ . Dans un métal normal  $\sigma_{\uparrow} = \sigma_{\downarrow}$ , le courant de spin ne peut exister dans ce cas que s'il y a un gradient de l'accumulation de spin.  $D_{spin}$  est le coefficient de diffusion du spin. Maintenant si l'on regarde l'analogie de l'équation 1.12, nous pourrions constater que le courant de spin, à la différence du courant de particules, n'est pas forcément conservé :

$$div(\mathbf{Q}(\vec{r})) + \frac{\partial \vec{m}}{\partial t} = -\frac{\delta\vec{m}}{\tau_{\uparrow\downarrow}} + \vec{n}_{ext} \quad (1.16)$$

Le premier terme du membre de droite de cette équation traduit le transfert du moment magnétique entre le courant de spin et le réseau par la diffusion de spin. Ce processus de relaxation ne change pas l'orientation de la densité de spin  $\vec{m}$ , mais sa norme locale. Le deuxième terme,  $\vec{n}_{ext}$  représente l'ensemble des couples extérieurs que peut subir localement l'aimantation, c'est à dire la dynamique de l'aimantation en l'absence de courant de spin. Nous verrons que dans le cas d'une couche ferromagnétique, on peut écrire phénoménologiquement :

$$\vec{n}_{ext} = -\gamma_0 \vec{M} \times H_{eff} + \frac{\alpha}{M_s} \vec{M} \times \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} \quad (1.17)$$

Ainsi l'équation 1.16, qui traduit la conservation du moment magnétique, montre à elle seule la possibilité du transfert de spin entre un courant polarisé et l'aimantation. Pour mieux mettre en évidence l'effet du courant polarisé en spin sur la dynamique de l'aimantation, il est intéressant de réécrire l'équation précédente sous la forme :

$$\frac{\partial \vec{m}}{\partial t} = n_{ext} + \vec{n}_{courant} \quad \text{avec} \quad \vec{n}_{courant} = -\frac{\delta\vec{m}}{\tau_{\uparrow\downarrow}} - div(\mathbf{Q}) \quad (1.18)$$

$\vec{n}_{courant}$  représente le couple exercé par le courant polarisé en spin sur l'aimantation locale. Pour un volume  $V$  d'épaisseur petite par rapport à la longueur de diffusion de spin  $l_{sf}$ ,

il est possible de négliger la relaxation du spin. Dans des matériaux non magnétiques, comme le cuivre,  $l_{sf}$  est de l'ordre de  $290 \text{ nm}$ , au contraire cette distance est beaucoup plus faible dans les matériaux magnétiques :  $l_{sf}^{NiFe} = 5 \text{ nm}$ , bien qu'elle reste relativement grande dans le cas du Cobalt :  $l_{sf}^{Co} = 50 \text{ nm}$ . Le transfert de spin dans le volume  $V$  provient alors de la variation du flux de courant de spin entre l'entrée et la sortie de la surface fermée entourant ce volume. Ce résultat apparaît plus clairement dans le cas du transport unidimensionnel :

$$\vec{n}_{courant} = -\frac{\delta \vec{m}}{\tau_{\uparrow\downarrow}} - \frac{\partial \vec{Q}}{\partial x}(x) \quad (1.19)$$

Pour créer une variation spatiale du courant de spin il suffit de mettre en contact deux matériaux dont la polarisation du courant dans le massif est différente. La solution consiste donc à mettre en contact un métal non magnétique et un métal ferromagnétique, ou deux métaux ferromagnétiques dont la polarisation est différentes ou orientée différemment. La deuxième solution est la plus intéressante car elle permet de jouer sur l'orientation relative des polarisations. Mais cette solution ne peut pas être mise directement en oeuvre, car dans ce cas les aimantations ne sont pas découplées. Pour pallier ce problème il suffit de séparer les deux couches ferromagnétiques par une couche métallique dont l'épaisseur est inférieure au libre parcours moyen de diffusion de spin, c'est-à-dire un dispositif à magnétorésistance géante (GMR). La couche métallique peut aussi être remplacée par un isolant, dans ce cas il s'agit d'une JTM.

M. D. Stiles a montré que le transfert de spin est principalement un phénomène interfacial [22]. Pour comprendre les mécanismes du transfert de spin, nous supposons pour simplifier un électron incident, décrit dans l'approximation des électrons libres, sur une interface métal/ferromagnétique, cet électron ayant préalablement été polarisé par une couche ferromagnétique.

### 1.2.2 Étude de l'effet de transfert de spin à l'interface métal/ferromagnétique

Considérons une jonction métal normal/ferromagnétique en  $x = 0$ . L'électron est décrit dans chacune des zones par l'approximation des électrons libres. Nous supposons pour simplifier que la masse effective est constante. La jonction est caractérisée par une marche de potentiel. Nous ferons l'hypothèse de la réflexion spéculaire à l'interface. Comme dans le ferromagnétique les bandes sont décalées du fait de l'échange, la hauteur de la marche dépend du spin. Considérons un électron libre incident au niveau de Fermi provenant du métal non magnétique (partie gauche de la figure 1.7). Dans le métal normal, le spin de l'électron incident est tourné par rapport à l'aimantation de la couche

ferromagnétique que nous supposons selon l'axe  $z$  (voir figure 1.7). La rotation est décrite par les angles  $\theta$  et  $\phi$ . Si l'on décompose la fonction d'onde caractérisant l'électron incident dans la base du ferromagnétique, il vient alors :

$$\psi_{in} = \left[ \cos(\theta/2) e^{-i\phi/2} |\uparrow\rangle + \sin(\theta/2) e^{i\phi/2} |\downarrow\rangle \right] e^{ik_x x} e^{i\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{r}_{\parallel}} \quad (1.20)$$

Dans ce cas la fonction d'onde décrivant l'état stationnaire a pour expression :

$$\begin{cases} \psi_{\uparrow} = \cos(\theta/2) e^{-i\phi/2} |\uparrow\rangle \left( e^{ik_x x} + R_{\uparrow} e^{-ik_x x} \right) e^{i\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{r}_{\parallel}}, & \text{pour } x < 0 \\ \psi_{\uparrow} = \cos(\theta/2) e^{-i\phi/2} |\uparrow\rangle T_{\uparrow} e^{ik_{x\uparrow} x} e^{i\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{r}_{\parallel}}, & \text{pour } x > 0 \end{cases} \quad (1.21)$$

$$\begin{cases} \psi_{\downarrow} = \sin(\frac{\theta}{2}) e^{i\phi/2} |\downarrow\rangle \left( e^{ik_x x} + R_{\downarrow} e^{-ik_x x} \right) e^{i\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{r}_{\parallel}}, & \text{pour } x < 0 \\ \psi_{\downarrow} = \sin(\frac{\theta}{2}) e^{i\phi/2} |\downarrow\rangle T_{\downarrow} e^{ik_{x\downarrow} x} e^{i\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{r}_{\parallel}}, & \text{pour } x > 0 \end{cases} \quad (1.22)$$

Où  $R_{\sigma}$  et  $T_{\sigma}$  représentent respectivement le coefficient de réflexion dépendant du spin et le coefficient de transmission dépendant du spin. Il faut noter que dans le ferromagnétique ( cf équation (1.22)), les composantes de spin ne se propagent pas à la même vitesse du fait de la dépendance du vecteur d'onde vis à vis de l'échange :  $k_{x\uparrow} \neq k_{x\downarrow}$ . Le fait que le coefficient  $e^{i\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{r}_{\parallel}}$  soit en facteur de chacune des expressions de la fonction d'onde est la conséquence de la conservation de la composante transverse du vecteur d'onde lors de la réflexion sur une interface plane (hypothèse de réflexion spéculaire).  $R_{\sigma}$  et  $T_{\sigma}$  sont indépendants de  $\theta$  et  $\phi$ . L'amplitude de ces coefficients de réflexion et de transmission dépend de la marche de potentiel à l'interface. Comme cette marche dépend du spin à cause du couplage d'échange dans le ferromagnétique, ces coefficients dépendent à leur tour du spin, comme le montre leur notation. Il vient, à partir des relations de continuité de la fonction d'onde et du courant de probabilité pour le coefficient de transmission :

$$T_{\sigma}(\vec{k}_{\parallel}) = \frac{2k_x(\vec{k}_{\parallel})}{k_x(\vec{k}_{\parallel}) + k_x^{\sigma}(\vec{k}_{\parallel})}, \quad \text{pour } |\vec{k}_{\parallel}| \leq |k_F^{\sigma}| \quad (1.23)$$

avec :  $k_x(\vec{k}_{\parallel}) = \sqrt{k_F^2 - |\vec{k}_{\parallel}|^2}$  et  $k_x^{\sigma}(\vec{k}_{\parallel}) = \sqrt{k_F^{\sigma 2} - |\vec{k}_{\parallel}|^2}$ . Notons que  $T_{\sigma}$  est réel. Dans le cas où  $|\vec{k}_{\parallel}| \geq |k_F^{\sigma}|$ , l'onde dans le ferromagnétique est évanescence, la probabilité de transmission est alors nulle, toute l'onde est réfléchi.

$$R_{\sigma} = \frac{k_x(\vec{k}_{\parallel}) - k_x^{\sigma}(\vec{k}_{\parallel})}{k_x(\vec{k}_{\parallel}) + k_x^{\sigma}(\vec{k}_{\parallel})}, \quad \text{pour } |\vec{k}_{\parallel}| \leq |k_F^{\sigma}| \quad (1.24)$$

$$R_{\sigma} = \frac{k_x(\vec{k}_{\parallel}) - iK_x^{\sigma}(\vec{k}_{\parallel})}{k_x(\vec{k}_{\parallel}) + iK_x^{\sigma}(\vec{k}_{\parallel})}, \quad \text{pour } |\vec{k}_{\parallel}| \geq |k_F^{\sigma}| \quad (1.25)$$

avec  $K_x^{\sigma}(\vec{k}_{\parallel}) = \sqrt{|\vec{k}_{\parallel}|^2 - k_F^{\sigma 2}}$ . Dans le cas de la réflexion totale, le coefficient de réflexion est imaginaire ce qui entraîne une rotation du spin de l'onde réfléchi par rapport à l'onde



incidente. De ces coefficients on en déduit la probabilité de transmission  $T^\sigma$  et de réflexion  $R^\sigma$  :

$$T^\sigma(\vec{k}_\parallel) = \frac{k_x^\sigma(\vec{k}_\parallel)}{k_x(\vec{k}_\parallel)} \left| T_\sigma(\vec{k}_\parallel) \right|^2 \quad (1.26)$$

$$R^\sigma(\vec{k}_\parallel) = \left| R_\sigma(\vec{k}_\parallel) \right|^2 \quad (1.27)$$

$$(1.28)$$

On vérifie bien à partir des équations précédentes que  $T^\sigma + R^\sigma = 1$ . Plus la probabilité de transmission est faible plus la résistance tunnel est importante. Dans ce cas les effets aux interfaces de la barrière tunnel dominant ceux dans le massif.

Maintenant que la fonction d'onde est complètement décrite, nous pouvons calculer les expressions du courant de particules et du courant de spin. Nous nous intéresserons seulement au courant se propageant perpendiculairement à l'interface. Dans ce cas, seules les composantes du tenseur  $\mathbf{Q}$  correspondant à une propagation selon  $x$  sont à conserver. Pour simplifier les notations nous n'indiquerons donc que les composantes indiquant la direction du spin. Il vient alors pour les courants incidents :

$$\begin{aligned} j^{in} &= v_x \\ Q_x^{in} &= \frac{\hbar}{2} v_x \sin(\theta) \cos(\phi) \\ Q_y^{in} &= \frac{\hbar}{2} v_x \sin(\theta) \sin(\phi) \\ Q_z^{in} &= \frac{\hbar}{2} v_x \cos(\theta) \end{aligned}$$

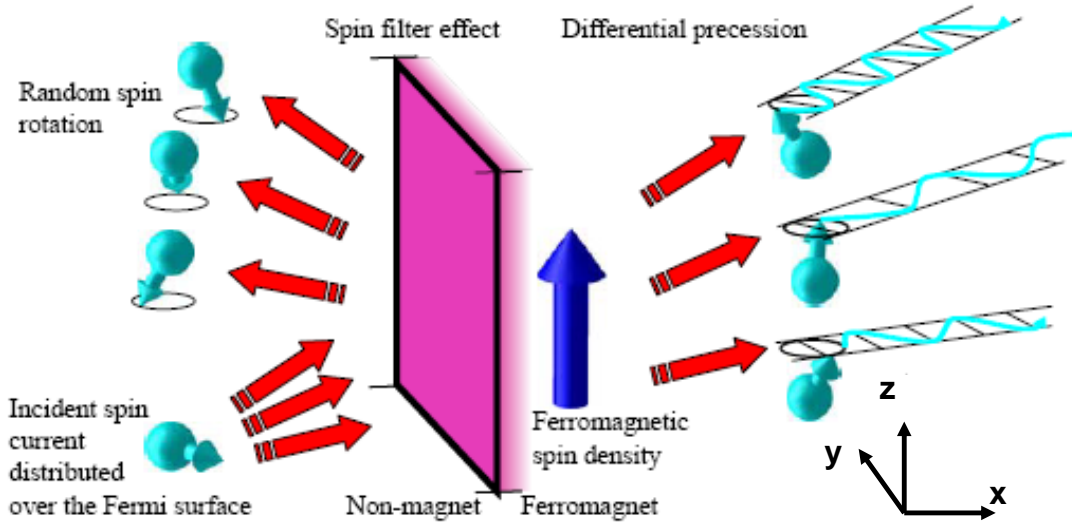
avec  $v_x = \frac{\hbar k_x}{m}$ . Les courants réfléchis ont pour expressions :

$$\begin{aligned} j^{ref} &= -v_x \left[ \cos^2(\theta/2) |R_\uparrow|^2 + \sin^2(\theta/2) |R_\downarrow|^2 \right] \\ Q_x^{ref} &= -\frac{\hbar}{2} v_x \sin(\theta) \operatorname{Re}(R_\uparrow^* R_\uparrow e^{i\phi}) \\ Q_y^{ref} &= -\frac{\hbar}{2} v_x \sin(\theta) \operatorname{Im}(R_\uparrow^* R_\uparrow e^{i\phi}) \\ Q_z^{ref} &= -\frac{\hbar}{2} v_x \left[ \cos^2(\theta/2) |R_\uparrow|^2 - \sin^2(\theta/2) |R_\downarrow|^2 \right] \end{aligned}$$

Dans le ferromagnétique, la vitesse de propagation dépend du spin :  $v_x^\sigma = \frac{\hbar k_x^\sigma}{m}$ . Ainsi les courants transmis s'écrivent :

$$\begin{aligned} j^{trans} &= v x^\uparrow \cos^2(\theta/2) |T_\uparrow|^2 + v x^\downarrow \sin^2(\theta/2) |T_\downarrow|^2 \\ Q_x^{trans} &= -\frac{\hbar}{2} \frac{v x^\uparrow + v x^\downarrow}{2} \sin(\theta) \operatorname{Re}(R_\uparrow^* R_\uparrow e^{i\phi}) \\ Q_y^{trans} &= -\frac{\hbar}{2} \frac{v x^\uparrow + v x^\downarrow}{2} \sin(\theta) \operatorname{Im}(R_\uparrow^* R_\uparrow e^{i\phi}) \\ Q_z^{trans} &= v x^\uparrow \cos^2(\theta/2) |T_\uparrow|^2 - v x^\downarrow \sin^2(\theta/2) |T_\downarrow|^2 \end{aligned}$$

Il faut remarquer que ce traitement est formellement identique à celui développé par Slonczewski pour le calcul de la dépendance en spin de la transparence de barrière présenté à la partie 1.1.4. On vérifie que  $j_{in} = j_{trans} - j_{ref}$ , c'est-à-dire que le courant est conservé parce qu'il n'y a pas d'accumulation de charges à la surface. On remarque aussi que :  $Q_z^{in} = Q_z^{trans} - Q_z^{ref}$ , il n'y a donc pas de couple exercé par la composante longitudinale du courant de spin. En revanche il y a une discontinuité du courant de spin transverse. Cette discontinuité implique d'après l'équation de conservation du moment de spin 1.16 que la variation de la composante transverse du courant de spin est, en l'absence de diffusion du spin à l'interface, intégralement absorbée à l'interface par le ferromagnétique.



**Figure. 1.7** – Description des trois effets à l'origine du couple de transfert de spin à une interface métal/ferromagnétique pour une distribution d'électrons provenant du métal normal. Figure extraite de la référence [21].

Pour être plus précis dans l'analyse, il faut distinguer trois phénomènes différents [22] qui sont à l'origine de l'absorption de la composante transverse de l'aimantation (cf figure 1.7) :

Le premier est l'effet de filtre à spin de l'interface. Il s'agit de l'effet précédemment décrit, il provient de la dépendance en spin de la réflexion et de la transmission. En effet, si les coefficients étaient indépendants du spin, ie  $R_{\uparrow} = R_{\downarrow} = R$  et  $T_{\uparrow} = T_{\downarrow} = T$  alors, la composante transverse serait conservée ne donnant pas lieu à un couple sur la densité de spin de la couche ferromagnétique. Plus les coefficients sont dissymétriques en fonction du spin, plus cet effet sera grand. Le cas extrême correspond à un semi-métal. Dans ce cas toute la composante transverse est absorbée donnant lieu au maximum de transfert de spin à l'interface. Ainsi l'amplitude de cet effet peut être "mesurée" par le paramètre

$$\sqrt{R^\uparrow R^\downarrow} + \sqrt{T^\uparrow T^\downarrow}.$$

Deux autres effets contribuent à l'interface au couple de transfert de spin. Dans l'expression de l'onde réfléchie, il faut noter que son spin n'est pas dans la même direction que celui de l'onde incidente quand le facteur  $R_\uparrow^* R_\downarrow$  n'est pas réel positif, ce qui traduit une rotation du spin dans le plan transverse (variation de l'angle  $\phi$ ) par rapport à l'onde incidente. S'il y a une variation rapide de l'angle de rotation en fonction de  $\vec{k}_\parallel$ , alors lors de la sommation sur les états au niveau de Fermi, le déphasage entraînera une annulation presque totale du courant de spin réfléchi.

En ce qui concerne l'onde transmise, la dépendance en spin du vecteur d'onde est à l'origine d'une précession spatiale (suivant l'axe  $x$ ) du spin autour de l'aimantation du ferromagnétique. Pour deux électrons différents, le vecteur d'onde de l'onde incidente étant différent, leur fréquence de précession sera elle aussi différente. Si bien qu'en sommant sur tous les électrons de la surface de Fermi, la phase des précessions sera complètement distribuée au bout d'une distance suffisamment grande :  $l_{coh}$ . Il n'y a alors plus de composante moyenne du courant de spin transverse. L'absorption du courant de spin transverse transmis se fait tout au long du ferromagnétique suivant une loi de décroissance en  $1/x$ . Plus précisément, des calculs *ab-initio* effectués par M. D. Stiles *et al.* [22] et M. Zwierzycki *et al.* [23] ont montré qu'à l'interface Cu/Co, le courant de spin transverse incident est complètement absorbé sur une épaisseur  $l_{coh}$  d'environ  $1\text{ nm}$ . D'un point de vue expérimental, Albert *et al.* [24] ont montré que leurs résultats d'injection de spin dans des nanopiliers Co/Cu/Co étaient cohérents avec  $l_{coh} < 1,2\text{ nm}$  dans le Co.

Ces deux derniers mécanismes sont donc responsables du fait que  $\vec{Q}^{ref}$  transverse ( $\vec{Q}_\perp^{ref}$ ) est très faible et que  $\vec{Q}^{trans}$  transverse ( $\vec{Q}_\perp^{trans}$ ) est nul pour des épaisseurs de métaux ferromagnétiques supérieures à  $l_{coh} \approx 1\text{ nm}$ . Il faut néanmoins noter que ces résultats concernent des GMR. Dans le cas des JTM la sommation se fait sur les électrons qui participent au transport tunnel et donc à une faible portion des électrons au niveau de Fermi se propageant selon la direction  $x$ , ce qui peut peut-être donner lieu à une plus grande longueur de cohérence. Mais d'autres calculs, tenant compte de la diffusion, réduisent cette longueur, ce qui permettrait de supposer que pour les JTM la composante transverse du courant de spin est elle aussi rapidement absorbée. En revanche, il se peut que l'effet de la rotation du spin pour le courant de spin réfléchi transverse diminue moins l'absorption de ce dernier dans les JTM que dans les GMR pour la raison précédente.

En conclusion ces résultats tendent à montrer que l'effet de transfert de spin est un effet d'interface. Pour intégrer l'effet de transfert de spin il suffit donc de considérer un volume  $V$  dont l'une des surfaces s'appuie sur l'interface et dont l'épaisseur dans le

ferromagnétique est  $l_{coh}$ , comme le montre la figure 1.7. A partir de ce résultat il est alors possible de calculer le couple de transfert de spin dans le volume  $V$  en utilisant l'équation 1.19.

### 1.2.3 Différentes composantes du couple de transfert de spin

Dans le cas du transport unidimensionnel, c'est à dire quand le tenseur  $\mathbf{Q}$  est équivalent à un vecteur :  $\vec{Q}$ , la direction de la polarisation du courant incident  $\vec{p}$  a pour expression :

$$\vec{p} = \frac{\vec{Q}_{in}}{|\vec{Q}_{in}|}$$

Dans le cas d'une GMR ou d'une JTM,  $\vec{p}$  est donnée par la direction de l'aimantation de la couche ferromagnétique considérée comme fixe. Cette couche est souvent appelée par extension couche polarisante ou polariseur.

Si l'on considère le volume  $V$  précédemment décrit, le couple  $\vec{N}_{courant}$  exercé par le courant de spin sur l'aimantation contenue dans ce volume a pour expression :

$$\vec{N}_{courant} = (\vec{Q}_{in} - \vec{Q}_{trans} + \vec{Q}_{ref})$$

Comme nous venons de le voir, la composante longitudinale (parallèle à l'aimantation de la couche ferromagnétique) est conservée. De plus dans le cas d'une distribution d'électrons nous avons vu que dans ce volume d'épaisseur  $l_{coh}$  tout le courant de spin transverse transmis est absorbé dans le ferromagnétique. Nous avons aussi vu que le courant de spin transverse réfléchi est lui aussi en grande partie absorbé. Si l'on fait l'hypothèse qu'il est totalement absorbé, il vient :

$$\vec{N}_{courant} = \vec{Q}_{inc\perp} = -Q_{in}\vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{p}) \quad (1.29)$$

Il s'agit du couple proposé par J. C. Schloksesky dans sa publication de 1996 [1]. Si l'annulation du courant de spin réfléchi n'est pas totale, toute la composante transverse du courant de spin incidente n'est pas absorbée. Il est alors intéressant de considérer la base orthonormée du plan transverse à l'aimantation dont l'un des vecteurs est  $\vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{p})$  : il vient immédiatement pour l'autre vecteur de base :  $\vec{m} \times \vec{p}$ . Dans ce cas le couple exercé par le courant polarisé en spin s'écrit :

$$\begin{aligned} \vec{N}_{courant} &= -Q_{in}\vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{p}) + Q_{ref} [-\cos(\Delta\phi)\vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{p}) + \sin(\Delta\phi)\vec{m} \times \vec{p}] \\ &= -[Q_{in} + Q_{ref} \cos(\Delta\phi)]\vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{p}) + Q_{ref} \sin(\Delta\phi)\vec{m} \times \vec{p} \end{aligned} \quad (1.30)$$

Du fait de la quasi annulation du courant de spin réfléchi dans les structures GMR, le deuxième terme du membre de droite est petit par rapport au terme de Slonczewski. Ce

n'est plus nécessairement le cas dans les JTM, du fait de la sélection des vecteurs d'ondes proches de la direction incidente lors du passage par effet tunnel. Nous verrons à la partie suivante que ce terme a le même effet sur la dynamique de l'aimantation qu'un champ magnétique, c'est pourquoi il est appelé champ d'échange induit par courant polarisé en spin. Nous le nommerons plus simplement "field-like term".

Maintenant pour pouvoir déterminer l'amplitude du couple exercé par le courant, il faut être capable de calculer le courant de spin, dans le cas d'un système complexe composé au minimum de deux couches magnétiques séparées par un espaceur isolant ou métallique.

### 1.2.4 Modèles de transfert de spin

Le courant de spin n'est pas une grandeur locale dans le sens où, pour le calculer, il est nécessaire de tenir compte de l'intégralité de la structure et par conséquent des effets aux interfaces et dans le massif. Pour traiter ce problème complexe, il est possible de dégager deux approches du transport électronique fondamentalement différentes : balistique ou diffusif. Dans le premier cas seuls les effets d'interfaces sont considérés, les couches étant considérées suffisamment fines pour négliger la diffusion, ce qui est le cas à suffisamment basse température ( $\approx 80$  K) pour un pilier de 100 nm de long.

#### 1.2.4.1 Cas des GMR

L'un des premiers modèles à prédire l'effet de transfert de spin [1] est fondé sur la première hypothèse, c'est-à-dire qu'il s'agit d'un traitement balistique de la structure. La démarche utilisée par J. C. Slonczewski dans son modèle est similaire au calcul des fonctions d'ondes réalisé aux sections précédentes, mais pour une structure complète de type ferromagnétique(1)/métal(2)/ferromagnétique(3). Dans ce cas il trouve pour expression du couple de transfert de spin sur les électrodes ferromagnétiques (1) et (3) :

$$\begin{aligned}\vec{T}_1 &= \frac{g(\theta)}{e} I \vec{m}_1 \times (\vec{m}_1 \times \vec{m}_3) \\ \vec{T}_3 &= \frac{g(\theta)}{e} I \vec{m}_3 \times (\vec{m}_3 \times \vec{m}_1)\end{aligned}$$

avec  $g(\theta) = \left[ -4 + (1 + P)^3 (3 + \cos(\theta)) / 4P^{3/2} \right]^{-1}$ .  $I$  représente l'intensité du courant. Le couple exercé sur l'électrode (1) est symétrique à celui exercé sur l'électrode (3). Il s'agit de la première expression du couple de transfert de spin, c'est pourquoi on parle du terme de Slonczewski. Il faut noter que le couple évolue linéairement avec le courant ce qui est en accord avec les calculs précédents pour une interface métal/ferromagnétique.

Actuellement la majorité des théories traitant le transfert de spin dans les GMR se tournent vers un traitement balistique des interfaces et un traitement diffusif des électrodes voir de l'espaceur [22][25]. Le traitement diffusif se fait généralement par l'utilisation de l'équation phénoménologique de Boltzmann et surtout par une de ses simplifications connues sous le nom de l'approximation de "drift-diffusion". C'est sur cette approximation de l'équation de Boltzmann qu'est fondé le modèle de la GMR de T. Valet et A. Fert [26]. Les effets interfaciaux décrits précédemment sont introduits comme conditions aux limites de l'équation de Boltzmann. C'est ainsi qu'il est possible de relier le couple de transfert de spin à la GMR [27]. En effet ces deux effets sont a priori, du fait de leurs origines physiques communes, intimement liés.

Nous allons voir que d'après le modèle développé par J. C. Slonczewski en 2005 pour les JTM, il y a aussi une relation directe entre la TMR et le couple de transfert de spin.

#### 1.2.4.2 Cas des JTM

L'étude théorique du transfert de spin dans les JTM est actuellement moins avancée que pour les GMR. Dans ce passage nous nous proposons de présenter simplement deux approches différentes : un modèle fondé sur la méthode de l'Hamiltonien de transfert développée par Bardeen dans le cas d'une distribution de particules (W. A. Harrison a utilisé ce résultat dans le cas d'une particule comme nous l'avons vu à la partie 1.1.3) réalisée par J. C. Slonczewski [28] et un modèle *ab-initio* [29]. Dans cette partie nous ne présenterons que les résultats sans détailler leur obtention.

#### Modèle de J. C. Slonczewski 2005

Le modèle de Slonczewski repose sur son précédent résultat (cf équation 1.11) écrit de manière générale :

$$J(V, \theta) = -J_0(V) [1 + P_R P_L \cos \theta] \quad (1.31)$$

Notons que les indices R (right) et L (left) correspondent respectivement aux indices de zones 1 et 3 de la partie 1.1. Du fait de la prédominance de la résistance tunnel par rapport aux autres résistances du circuit, ce modèle ne tient compte que des couples de transfert de spin  $\vec{T}_R$  et  $\vec{T}_L$  aux interfaces métal ferromagnétique/isolant. Dans ce cadre, il vient :

$$\vec{T}_R = -\frac{\hbar \tau_R}{2e} J_0 \vec{r} \times (\vec{r} \times \vec{l}) \quad (1.32)$$

$$\vec{T}_L = -\frac{\hbar \tau_L}{2e} J_0 \vec{l} \times (\vec{l} \times \vec{r}) \quad (1.33)$$

Où  $\vec{r}$  et  $\vec{l}$  représentent respectivement les directions des aimantations des couches droites et gauches. Il faut noter que ce modèle ne tient pas compte du "field-like term" c'est pourquoi le couple est de la forme  $\vec{r} \times (\vec{r} \times \vec{l})$ . Le couple de transfert de spin de Slonczewski est directement proportionnel au courant de particules et aux coefficients sans dimension  $\tau_R$  et  $\tau_L$  qui peuvent dépendre de  $J_0$ . Dans le cas où il est possible de considérer la barrière comme idéale et suffisamment épaisse, alors ce modèle donne une expression simple des coefficients précédents :

$$\tau_R = P_L \quad (1.34)$$

$$\tau_L = P_R \quad (1.35)$$

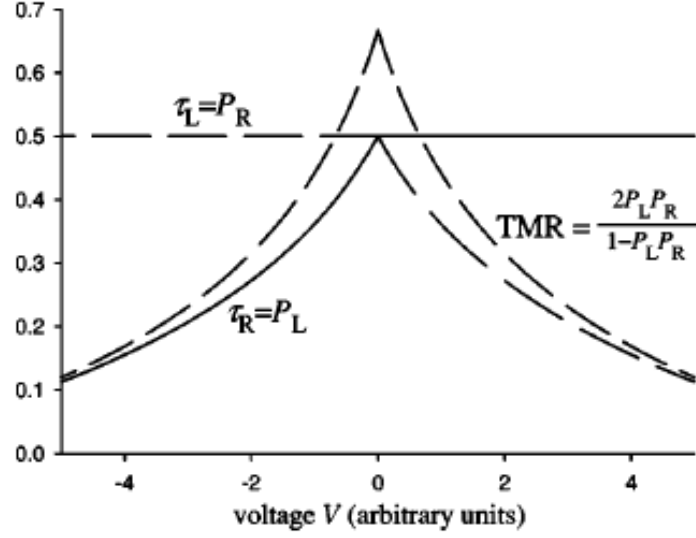
Dans le cas d'une barrière rectangulaire idéale, les polarisations correspondent à celles présentées à la partie 1.1.4. Ce résultat n'est alors valable que dans le régime de conduction linéaire de l'effet tunnel, c'est-à-dire pour des faibles valeurs de la tension de polarisation. Les polarisations sont alors indépendantes de la tension appliquée et  $J_0(V)$  est linéaire en fonction de la tension. Dans ce cas, le couple de transfert de spin est linéaire avec le courant de polarisation ou la tension de polarisation et  $\tau_R$  et  $\tau_L$  sont constant. Il faut noter que la tension de polarisation est reliée, non à  $J_0$ , mais à  $J$ . Donc l'amplitude du couple de transfert de spin dépend indirectement de l'angle relatif entre les aimantations des deux ferromagnétiques :

$$\begin{aligned} \vec{T}_R &= -\frac{\hbar\tau_R}{2e(1 + P_R P_L \cos(\theta))} J \vec{r} \times (\vec{r} \times \vec{l}) \\ \vec{T}_L &= -\frac{\hbar\tau_L}{2e(1 + P_R P_L \cos(\theta))} J \vec{l} \times (\vec{l} \times \vec{r}) \end{aligned} \quad (1.36)$$

Nous avons vu à la section 1.1.5 que plus la tension appliquée au niveau de la barrière augmente, plus le nombre d'électrons chauds augmente aussi. Ils peuvent alors émettre de plus en plus de magnons ce qui diminue la polarisation du courant dans l'électrode réceptrice. Ceci se traduit dans le cas où le courant se propage de gauche à droite (tension positive) par une diminution de  $P_R(V)$  en fonction de la tension alors que  $P_L$  reste constant. La situation est inversée lorsque la tension est négative. Le couple de transfert de spin est alors dissymétrique en fonction du sens du courant. La TMR ne dépendant que du produit  $P_R(V)P_L(V)$ , sa décroissance sera symétrique en fonction de la tension appliquée. Ce résultat est présenté de manière schématique sur le graphique 1.8.

### Calcul *ab-initio* : modèle de I. Theodonis *et al.* [29]

Cette théorie est fondée sur l'approximation des liaisons fortes pour le calcul du courant de charge et de spin dans une JTM. Toutefois les auteurs expliquent que les résultats



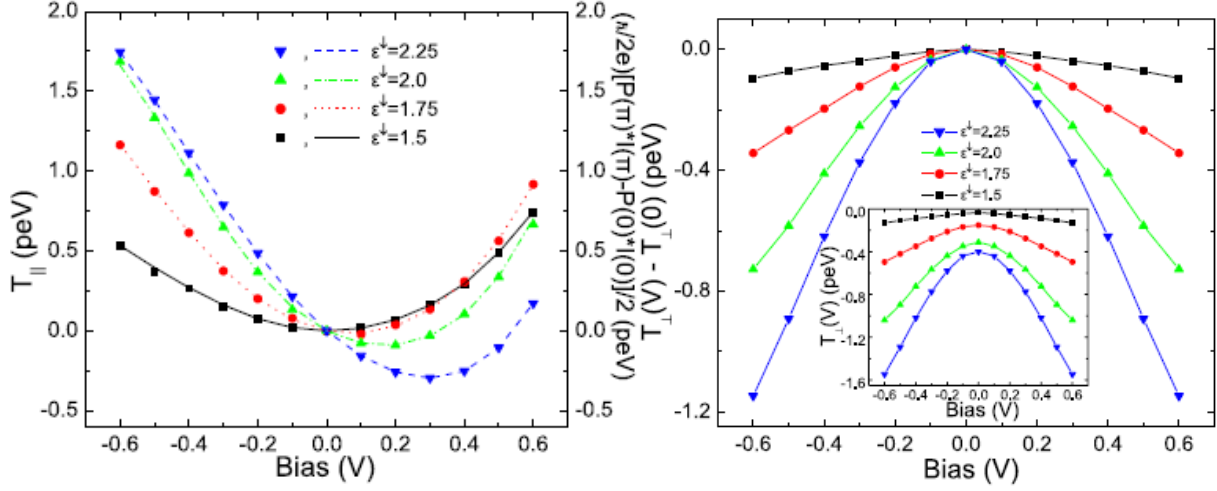
**Figure. 1.8** – Description schématique de l'effet de la tension de polarisation sur la TMR et sur l'amplitude du coefficient de transfert de spin  $\tau$  dans le cas des électrons libres et d'une barrière rectangulaire. Il faut noter que la chute de TMR évolue symétriquement en fonction de la tension, ce qui n'est pas le cas des autres coefficients.

obtenus peuvent être retrouvés par l'approximation des électrons libres. Les résultats de leur modèle montrent une dépendance anormale du couple de transfert de spin par rapport à d'autres études. Ils montrent que le couple de transfert de spin de Slonczewski (noté  $T_{\parallel}$  dans leur article) qui est parallèle à l'interface dans le cas où les aimantations des couches ferromagnétiques sont dans le plan des couches, peut avoir une dépendance non monotone en fonction de la tension de polarisation.  $T_{\parallel}$  peut même être quadratique avec la tension, ce qui est en contradiction avec les résultats précédents. Ce comportement dépend de la polarisation aux interfaces entre les électrodes et la barrière, et de la hauteur du potentiel de cette dernière.

De plus ce modèle permet aussi de calculer le couple perpendiculaire à l'interface  $T_{\perp}$ , c'est-à-dire le "field-like term". La dépendance de ce terme est trouvée pour être toujours quadratique en fonction de la tension de polarisation, comme le montre la figure 1.9 de droite. Il faut noter que le "field-like term" existe même sans appliquer une tension de polarisation. Dans ce cas il est connu sous le nom de couplage de Slonczewski car il a été décrit pour la première fois par ce dernier en 1989 [13]. C'est pour cela, comme nous l'avons déjà mentionné, que le "field-like term" est connu sous le nom de champ d'échange induit par courant polarisé en spin. C'est le pendant du couplage RKKY dans le cas des JTM.

A l'heure actuelle, l'ordre de grandeur de cet effet par rapport au couple de Slonczewski ainsi que sa variation en fonction de la tension de polarisation sont encore discutés.





**Figure. 1.9** – Figure de gauche : Dépendance en fonction de la tension de polarisation du couple de Slonczewski  $T_{\parallel}$  par unité de surface pour un angle de  $90^\circ$  dans le plan entre les aimantations et pour différentes valeurs de la polarisation traduites par le coefficient  $\epsilon^{\perp}$ . Les courbes correspondent au couple dans l'électrode de gauche et les symboles à celui dans l'électrode de droite; notons que le couple de transfert de spin est le même dans les deux électrodes. Figure de droite : Dépendance du "field-like term"  $T_{\perp}$  en fonction de la tension de polarisation par unité de surface pour un angle de  $90^\circ$  dans le plan entre les aimantations et pour différentes valeurs de la polarisation traduites par le coefficient  $\epsilon^{\perp}$ .

Mais de nouvelles études expérimentales réalisées en 2007 par J. C. Sankey *et al.* [30] et par H. Kubota *et al.* [31], tendent à confirmer les prédictions de ce modèle. Nous verrons que la technique expérimentale que nous avons mise en oeuvre permet, elle aussi, par une méthode différente de celle utilisée par les auteurs précédents, d'avoir accès au "field-like term".

## Conclusion

Nous venons de voir deux modèles concernant les JTM dont les prévisions sur la dépendance du couple de transfert de spin en fonction du courant de polarisation sont différentes. Ces contradictions montrent que le phénomène de transfert de spin n'est pas encore bien compris dans les JTM. Plusieurs raisons sont à l'origine des difficultés rencontrées pour le modéliser. Le transport tunnel est en lui même une difficulté, et la prise en compte du degré de liberté de spin le rend encore plus compliqué comme nous l'avons montré dans la partie 1.1. Ensuite, la considération des effets indirects liés au transport tunnel comme la génération d'ondes de spin par des électrons chauds rend nécessaire la prise en compte d'un grand nombre de facteurs supplémentaires. Finalement, la dépendance du transfert de spin vis à vis de la diffusion dans les électrodes qui est souvent négligée, peut jouer un rôle comme l'ont montré P. M. Levy et A. Fert [32].

Le point commun entre tous ces modèles réside dans le fait qu'il est possible de distin-

guer deux termes dans l'expression du couple de transfert de spin : le terme de Slonczewski et le "field-like term", le deuxième étant théoriquement, et aussi pour l'instant expérimentalement, faible par rapport au premier. Dans le cadre de cette thèse nous avons fait le choix de considérer ces deux termes comme des termes introduits phénoménologiquement dans l'équation de la dynamique de l'aimantation.

## 1.3 Observations expérimentales du transfert de spin

Nous venons de voir qu'un courant polarisé en spin peut agir sur l'aimantation d'une couche ferromagnétique en exerçant un couple sur cette dernière. L'étude expérimentale de l'effet de transfert de spin passe donc par l'étude de la dynamique de l'aimantation d'une couche ferromagnétique lorsqu'un courant polarisé en spin la traverse. Nous allons donc, avant de donner une vue d'ensemble des différentes études expérimentales du transfert de spin, faire une rapide présentation de la dynamique de l'aimantation. Une étude détaillée sera présentée au chapitre 3.

### 1.3.1 Effet du transfert de spin sur la dynamique de l'aimantation

Considérons un matériau magnétique dont l'aimantation  $\vec{M}$  est homogène et uniforme dans tout son volume et dont la norme vaut  $M_s$ . La dynamique de l'aimantation de ce matériau est régie par l'équation phénoménologique introduite par Landau et Lifschitz et modifiée par Gilbert [33] :

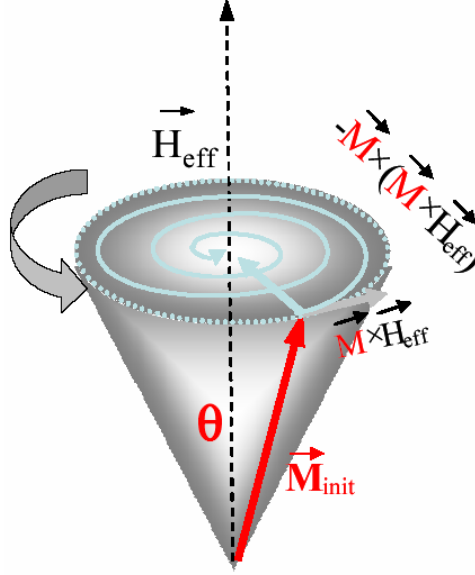
$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma_0 \vec{M} \times \vec{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M_s} \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt} \quad (1.37)$$

En l'absence du deuxième terme du membre de droite, cette équation traduit la précession de l'aimantation autour d'un champ effectif  $\vec{H}_{eff}$ . Le second terme est un terme d'amortissement, il traduit le fait qu'à l'équilibre l'aimantation est alignée selon le champ effectif. L'origine et l'expression de cette équation et des coefficients qui la composent seront décrits en détail au chapitre 3. Il existe une autre formulation équivalente de l'équation de Gilbert proposée par L. Landau et E. M. Lifschitz :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \vec{M} \times \vec{H}_{eff} - \frac{\gamma_0 \alpha}{M_s(1+\alpha^2)} \vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H}_{eff}) \quad (1.38)$$

Dans ce cas on parle de l'équation de Landau-Lifschitz. Le coefficient d'amortissement  $\alpha$  étant petit devant l'unité, la direction donnée par le vecteur  $\vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H}_{eff})$  est peu différente de celle donnée par le vecteur  $\vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt}$ . De cette manière, le terme  $-\frac{\alpha}{M_s(1+\alpha^2)} \vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H}_{eff})$  peut être assimilé au terme d'amortissement de Gilbert. Cette forme à l'avantage de mettre plus clairement en évidence les effets du couple de transfert de spin sur la

dynamique de l'aimantation comme nous allons le voir. Schématiquement la dynamique de l'aimantation peut-être représentée comme sur la figure 1.10.



**Figure. 1.10** – Description schématique de la dynamique de l'aimantation en l'absence de transfert de spin :  $\vec{M}$  décrit une spirale amortie autour du champ effectif. Nous verrons plus en détail ce résultat au chapitre 3.

Lorsqu'un courant polarisé en spin traverse la couche ferromagnétique, nous avons vu qu'il pouvait exercer un couple sur la densité de spin qui est directement liée à l'aimantation [11]. Dans ce cas, ce couple est transmis à cette dernière. Nous avons montré à la partie 1.2.3 qu'il peut être décomposé en deux termes : un terme proportionnel à  $\vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{p})$  et un autre proportionnel à  $\vec{M} \times \vec{p}$ , où le vecteur  $\vec{p}$  représente la polarisation du courant incident. La direction de ce vecteur est donnée par la direction de l'aimantation de la couche de polarisation. Comme le couple de transfert de spin selon la direction  $\vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{p})$  fut pour la première fois proposé par Slonczewski [1], nous l'appellerons : terme de Slonczewski. Il est souvent considéré comme un anti-amortissement ou un sur-amortissement (en fonction du signe du courant), car il est formellement similaire au couple d'amortissement de Landau-Lifschitz :  $\vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H}_{eff})$ . Ce terme sera caractérisé de manière phénoménologique par le coefficient  $a_j$ . Comme nous venons de le voir  $a_j$  dépend du courant, mais peut aussi dépendre d'autres paramètres expérimentaux comme l'angle relatif entre les aimantations de la couche libre et de la couche de référence. Le second terme est similaire au terme de précession de l'équation de Gilbert, c'est pourquoi il est souvent appelé "couplage d'échange" induit par un courant polarisé en spin. Nous l'appellerons plus simplement "field-like term", il sera traité comme une modification du champ effectif. De la même manière que le terme de Slonczewski est caractérisé par le

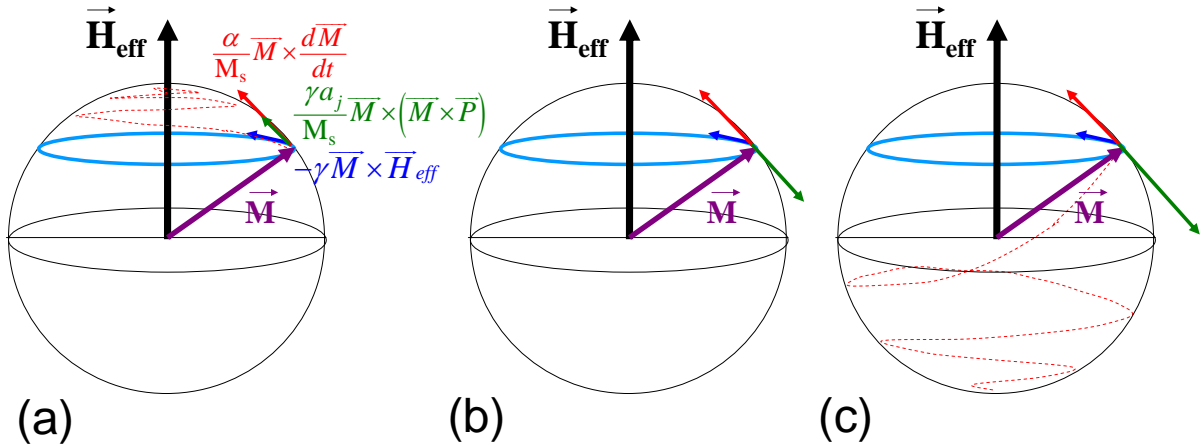
coefficient  $a_j$ , nous noterons  $b_j$  le coefficient caractérisant le "field like term". Comme  $a_j$ , ce terme dépend à la fois du courant et d'autres paramètres expérimentaux. Pour tenir compte de l'effet de transfert de spin l'équation de Gilbert doit alors être modifiée de la façon suivante :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma_0 \vec{M} \times \vec{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M_s} \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt} + \gamma_0 \frac{a_j}{M_s} \vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{p}) + \gamma_0 b_j \vec{M} \times \vec{p} \quad (1.39)$$

Avec ce choix de notation, les coefficients  $a_j$  et  $b_j$  sont homogènes à un champ magnétique. De plus, le "field-like term" étant similaire au champ effectif, il est souvent plus pratique d'écrire l'équation de Gilbert modifiée sous la forme suivante :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma_0 (\vec{H}_{eff} - b_j \vec{p}) \times \vec{M} + \frac{\alpha}{M_s} \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt} + \gamma_0 \frac{a_j}{M_s} \vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{p}) \quad (1.40)$$

Dans les dispositifs GMR, le "field-like term" est faible par rapport aux autres termes de champ comme le champ d'anisotropie. Dans ce cas il ne peut pas modifier la direction du champ effectif. En revanche le couple de Slonczewski peut être du même ordre de grandeur que le couple d'amortissement. De plus, si le vecteur de polarisation  $\vec{p}$  a une direction proche de celle du champ effectif alors le couple de transfert de spin de Slonczewski agit dans la même direction que le couple d'amortissement, soit en le renforçant, soit en s'y opposant. Dans ce cas en fonction du signe et de la valeur du coefficient  $a_j$ , et donc du courant, ainsi que de la configuration du dispositif, parallèle ou antiparallèle, trois états d'équilibre différents peuvent être atteints comme le montre la figure 1.11.



**Figure. 1.11** — En fonction de l'amplitude et du signe du courant polarisé en spin traversant la couche ferromagnétique, trois états d'équilibre peuvent être atteints. Le premier, figure (a) correspond à un état d'équilibre statique où l'aimantation est alignée selon le champ effectif. Le cas (b) correspond à un état d'équilibre dynamique, on parle alors de précession entretenue. La dernière situation (c) correspond à un équilibre statique imposé par le courant.

Lorsque le couple de transfert de spin agit dans le même sens que l'amortissement, l'aimantation revient à la position d'équilibre imposée par le champ effectif. Le temps de

retour à l'équilibre est alors plus court que sans courant appliqué. Lorsque le couple de transfert de spin s'oppose à l'amortissement, trois situations peuvent apparaître. La première correspond au cas où l'amortissement domine, alors l'aimantation s'alignera encore selon le champ effectif mais la vitesse de retour à l'équilibre sera plus faible que quand il n'y a pas de transfert de spin. La seconde situations correspond au cas où le couple de transfert de spin compense l'amortissement. L'aimantation se trouve alors dans un mouvement de précession entretenue, il s'agit d'un état d'équilibre dynamique. Finalement, quand le couple de transfert domine l'amortissement, l'aimantation commute et s'aligne selon la direction du champ effectif, mais cette fois dans le sens opposé.

Il est donc possible en jouant à la fois sur le courant et sur le champ de se placer dans l'un des trois cas précédents. Pour repérer ces états on construit une "carte" des états magnétiques du dispositif GMR ou JTM en fonction du champ et du courant. Cette carte est appelée par abus de langage un diagramme de phase. Il n'est bien sûr pas question d'un diagramme de phase au sens thermodynamique, car il s'agit ici d'équilibres mécaniques.

### **1.3.2 Diagramme de phase**

Le diagramme de phase représente la localisation des différents états dans lesquels peut se trouver l'aimantation de la couche libre d'un dispositif. Ces états, d'après ce qui précède, correspondent soit à un équilibre statique régi par le champ appliqué, soit à un équilibre dynamique correspondant à un état précessionnel, soit à un état d'équilibre statique dominé par le courant. Toutefois avant de construire un diagramme de phase, il faut distinguer deux régimes, celui des champs faibles et celui des champs forts [25].

#### **1.3.2.1 Régime de champs faibles : retournement hystérétique de l'aimantation par le courant**

Considérons une couche magnétique présentant un axe de facile aimantation. Si un champ magnétique est appliqué selon cette direction, la courbe d'aimantation présentera un cycle d'hystérésis délimité par le champ coercitif. Dans cette zone deux états d'équilibre sont stables, ce qui se traduit sur le diagramme d'énergie potentielle par l'existence de deux minima locaux, ou "puits de potentiel". Si cette couche est placée dans une structure de type GMR ou JTM en tant que couche libre et que l'aimantation de la couche piégée est selon la direction de l'axe de facile aimantation de celle-là, alors les configurations naturelles du dispositif seront parallèle ou antiparallèle. Lorsque qu'un champ est appliqué sans qu'un courant ne circule à travers le dispositif, le cycle magnétique décrit par l'aimantation de la couche libre sera le même que celui décrit précédemment. Maintenant si l'on fait passer un très faible courant et que l'on mesure la résistance en

fonction du champ appliqué, la variation de résistance transcrita exactement ce cycle d'aimantation, l'état de résistance haute correspondant généralement à un alignement antiparallèle des aimantations et inversement l'état de résistance basse à un alignement parallèle. Il y a donc une zone de bistabilité délimitée par le champ coercitif de la couche libre où les configurations parallèle et antiparallèle peuvent être stables. Cette zone de champ correspond au régime de champs faibles.

Si maintenant, pour une valeur du champ appliqué correspondant au régime des champs faibles, on augmente le courant traversant la structure, le couple de transfert de spin va fournir de plus en plus d'énergie à l'aimantation de la couche libre, lui permettant de se déplacer de plus en plus dans le puits de potentiel du diagramme d'énergie correspondant à son état d'équilibre. Lorsque le couple de transfert de spin donne suffisamment d'énergie à l'aimantation pour lui permettre de sortir du puits de potentiel et d'atteindre le point de selle, alors l'aimantation peut basculer dans le puits de potentiel correspondant à l'autre état d'équilibre. Dans ce cas le couple de transfert de spin ne donne plus d'énergie au système, mais au contraire pompe son énergie, "piégeant" le système dans le puits de potentiel correspondant à l'état d'équilibre inverse de celui de départ. L'aimantation a alors commuté sans être passée par un état précessionnel. La valeur du courant à laquelle se produit la commutation s'appelle le courant critique  $J_c$ , elle est typiquement de l'ordre de  $10^6 \text{ A/cm}^2$  à  $10^7 \text{ A/cm}^2$  pour des GMR ou pour des JTM à barrière d'alumine. En réalité, les calculs numériques, effectués à  $0 \text{ K}$  dans l'approximation du macrospin, c'est-à-dire pour une aimantation uniforme de la couche magnétique, montrent qu'il existe une zone intermédiaire correspondant à un état précessionnel [34], mais la faible extension en courant de cette zone fait qu'elle est très difficile à mesurer, et l'activation thermique peut la faire disparaître.

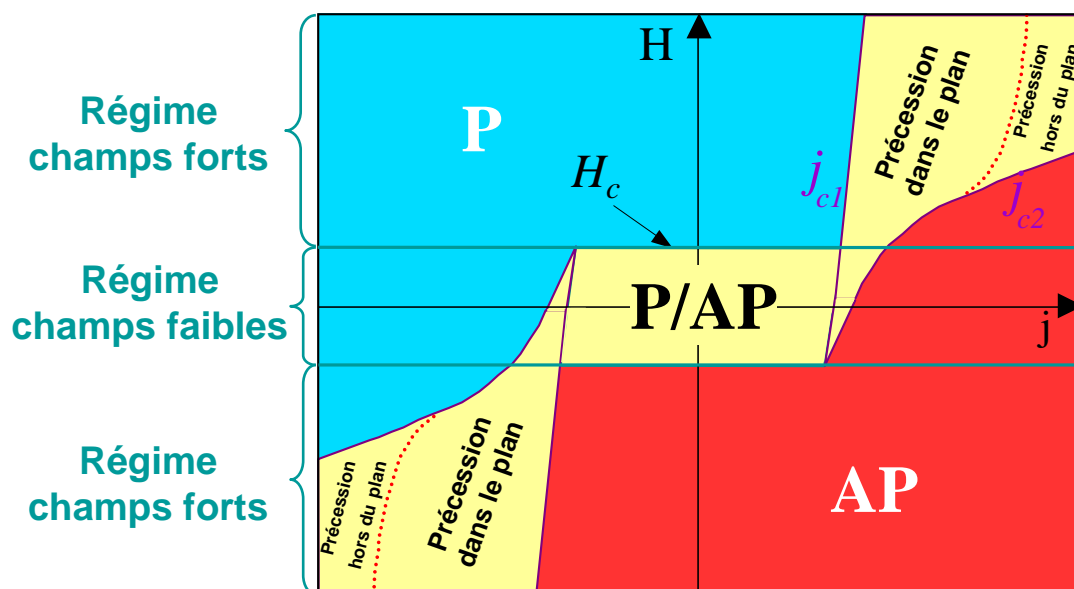
### **1.3.2.2 Régime de champs forts : dynamique de l'aimantation induite par le courant**

Par opposition au régime en champ faible, le régime en champ fort correspond à des valeurs du champ appliqué supérieures à celle du champ coercitif. Dans ce cas le diagramme énergétique décrivant le système ne présente qu'un minimum d'énergie, c'est à dire un seul état stable. Le comportement de l'aimantation est alors celui qui a été décrit à la section 1.3.1. Les précessions apparaissent lorsque le premier courant critique  $J_{c1}$  est atteint et disparaissent lorsque le deuxième courant critique  $J_{c2}$  est atteint. A cette valeur de courant l'aimantation commute. Il faut remarquer que la zone de précession peut être en réalité décomposée en deux sous parties, correspondant chacune à des types de trajectoires différentes. La première "sous-zone" rencontrée lorsque le premier seuil critique est atteint correspond à des oscillations dans le plan autour de la position d'équilibre de départ. Alors, plus le courant augmente, plus les trajectoires vont s'ouvrir, jusqu'à ce

que l'aimantation commence à osciller hors du plan, ce qui correspond à la deuxième "sous-zone" de précession.

### 1.3.2.3 Balayage en champ et en courant

Le diagramme de phase correspond à une carte en champ et en courant des états magnétiques d'un dispositif. Les deux façons les plus simples de le parcourir (cf figure 1.15), correspondent à un balayage en champ à courant constant, et à un balayage en courant à champ constant. Dans le cas de l'approximation du macrospin, le calcul du diagramme de phase à partir de l'équation de Gilbert modifiée par les termes de transfert de spin donne le résultat représenté schématiquement sur la figure 1.12 [34].



**Figure. 1.12** — Diagramme de phase schématisé obtenu par simulation macrospin. La zone bleue correspond à un état d'équilibre statique où les aimantations de la couche libre et de la couche piégée sont parallèles. La zone rouge correspond à un état d'équilibre statique antiparallèle. Les zones jaunes correspondent soit à un état d'équilibre statique bistable, soit à un état d'équilibre dynamique (précession). Source [34].

La mesure de l'état magnétique de la structure se fait principalement par l'intermédiaire de l'effet de magnétorésistance (MR). Les mesures étant réalisées généralement selon l'axe de facile aimantation de la couche libre, les valeurs maximum et minimum que peut prendre la résistance du système correspondent aux configurations antiparallèle et parallèle des aimantations. Pour les états d'équilibre dynamique, c'est-à-dire précessionnel, l'aimantation décrit des trajectoires périodiques, dont les fréquences sont supérieures au  $GHz$ . Dans ce cas les mesures DC donnent une valeur moyenne de la résistance comprise entre l'état haut et l'état bas, ce qui se traduit par la présence de paliers dans les

mesures de magnétorésistance en fonction du courant ou du champ.

Cette analyse montre qu'il est possible de mesurer grâce à la dynamique de l'aimantation le couple de transfert de spin de Slonczewski et donc de déterminer les dépendances du coefficient  $a_j$  en fonction du courant ou d'autres paramètres expérimentaux. Inversement elle montre aussi qu'il est possible de contrôler la dynamique de l'aimantation par l'intermédiaire du courant. Ce constat a rendu l'étude du transfert de spin particulièrement intéressante à la fois pour la recherche fondamentale et pour la recherche appliquée. Ainsi ces prédictions ont entraîné un grand nombre d'études expérimentales que l'on peut classer selon deux grandes familles : les études statiques et les études dynamiques. Les études statiques se concentrent plus particulièrement sur le renversement de l'aimantation induit par un courant DC polarisé en spin, que ce soit dans les GMR ou dans les JTM. Les études dynamiques sont plutôt focalisées sur l'étude du régime précessionnel. Les fréquences de précession se situant dans la gamme du GHz, les études dynamiques font donc intervenir des techniques expérimentales micro-ondes plus difficiles à mettre en oeuvre. A la frontière entre ces deux approches, il est intéressant de citer des travaux comme l'étude dynamique du renversement de l'aimantation induit par des impulsions de champ ou de courant.

### 1.3.3 Descriptions des échantillons

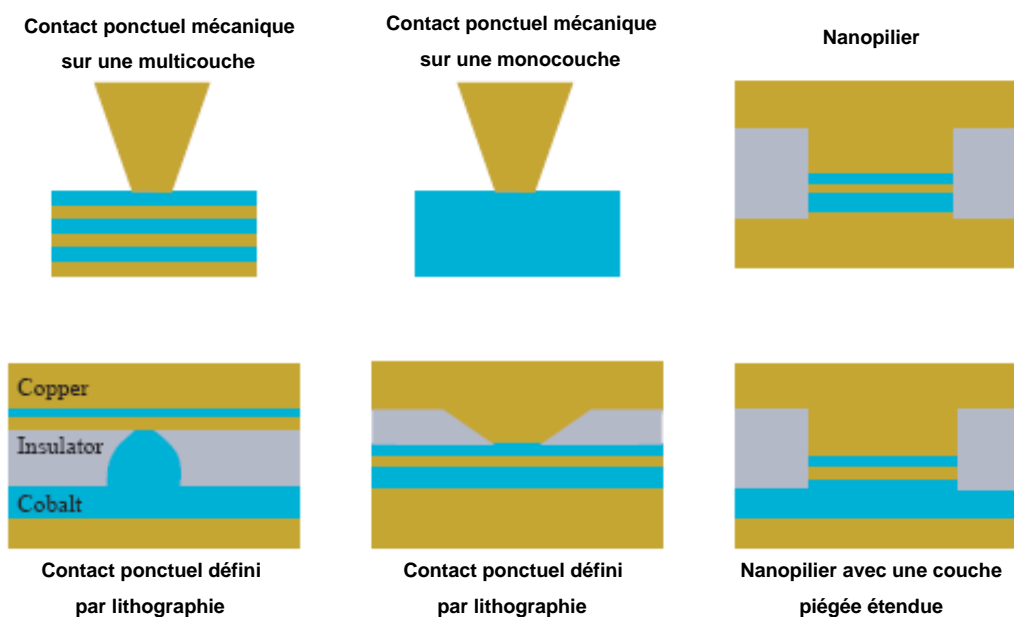
Pour réaliser des "mesures de transfert de spin", nous avons vu qu'il faut utiliser des structures de type GMR ou JTM. De plus il faut pouvoir appliquer de grandes densités de courant, de l'ordre de  $10^7 \text{ A/cm}^2$  pour voir un effet du couple de transfert de spin sur la dynamique de l'aimantation. C'est pourquoi deux classes d'échantillons ont été principalement étudiées : le contact ponctuel et le nanopilier. Dans les deux cas la résistance de ces dispositifs dépend de leur état magnétique. La mesure de l'aimantation se fait alors par des mesures de résistance statique  $V/I$  ou dynamique  $dV/dI$ .

Le contact ponctuel permet de faire passer de fortes densités de courant dans une zone limitée d'un empilement de couches continues de type GMR. Cette technique ne peut pas être utilisée dans le cas des JTM. En effet il s'agit d'un empilement continu connecté par sa face inférieure à la masse et par un point de contact de quelques nanomètres de diamètre au niveau de sa face supérieure à un générateur, le courant circulant perpendiculairement au plan des couches. Comme dans une GMR les résistances de chaque couche sont du même ordre de grandeur, les lignes de courant n'ont pas la possibilité de s'éloigner de la direction normale au niveau du contact ponctuel, les épaisseurs des couches étant par ailleurs de l'ordre de quelque fois le libre parcours moyen élastique. La taille du contact ponctuel étant de l'ordre de quelques nanomètres, cette technique permet d'obtenir de



grandes densités de courant locales tout en limitant l'échauffement de la structure, car la chaleur peut diffuser latéralement. Ce type d'échantillon permet d'étudier la dynamique de l'aimantation d'une couche continue perturbée localement par un courant de spin. La difficulté de cette technique réside dans la réalisation du contact supérieur. Ainsi le contact ponctuel est réalisé soit mécaniquement par l'intermédiaire d'une pointe AFM, soit par lithographie comme le montre le schéma 1.13. La première mesure expérimentale de l'effet de transfert de spin a été réalisée sur ce type de dispositif par Tsoi *et al.* [35].

Le nanopilier est réalisé en gravant l'empilement des couches continues sous forme de pilier puis en déposant une couche isolante sur ses flancs avant de reprendre le contact sur le dessus (cf figure 1.13). Cette technique a l'avantage de laisser la possibilité de jouer sur la forme du pilier, ce qui permet de contrôler les propriétés magnétiques du dispositif. En particulier cela rend possible l'étude du comportement magnétique d'une couche de dimension finie. Par exemple, il est possible de retourner complètement l'aimantation de la couche libre par l'intermédiaire du transfert de spin dans ce type d'échantillon, alors que pour un échantillon de type contact ponctuel, seul un domaine de la couche magnétique libre va se retourner. De plus ces dispositifs autorisent l'utilisation des barrières tunnels. En revanche, les nanopiliers sont soumis à de forts effets thermiques et il est plus difficile de réduire leur taille. Mais ils sont plus facilement utilisables pour une application industrielle.



**Figure. 1.13** – Description des échantillons de type contact ponctuel ou nanopilier les plus répandus [21].

En conclusion le choix de tel ou tel dispositif dépend du type d'étude envisagé, chacun

ayant des avantages et des inconvénients. Mais dans tous les cas ces dispositifs ont pour but de présenter une faible surface pour la circulation du courant ce qui permet d'atteindre de fortes densités tout en limitant l'effet du champ d'Oersted. En effet le couple de transfert de spin est indépendant de la surface, il dépend seulement de la densité de courant ; en revanche le champ d'Oersted maximum diminue avec la surface pour une densité de courant constante. De plus l'effet du transfert de spin est uniforme, c'est pourquoi il est fortement couplé au mode de précession uniforme, alors que le champ d'Oersted du fait de sa symétrie produit une excitation non uniforme ce qui empêche son couplage au mode uniforme. Or lorsque les dimensions latérales diminuent il est plus difficile d'exciter les modes non uniformes.

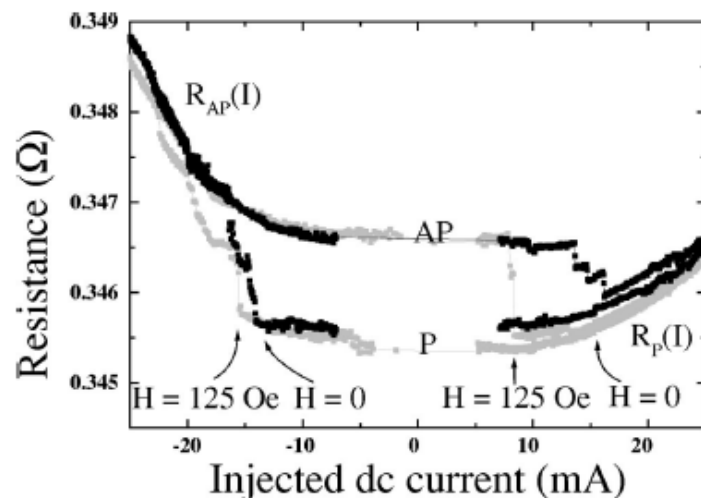
Les échantillons que nous avons mesurés à Spintec sont tous des nanopiliers, c'est pourquoi nous avons choisi de présenter des résultats expérimentaux obtenus sur des nanopiliers.

### **1.3.4 Étude statique du renversement de l'aimantation par un courant polarisé en spin**

Historiquement, les premières mesures liées à l'étude du transfert de spin ont été réalisées sur des échantillons de type GMR. Ce n'est que plus récemment, avec l'amélioration des procédés de micro-fabrication et l'introduction de nouveaux matériaux pour les barrières tunnel, comme le MgO, que ces résultats ont été reportés sur des JTM.

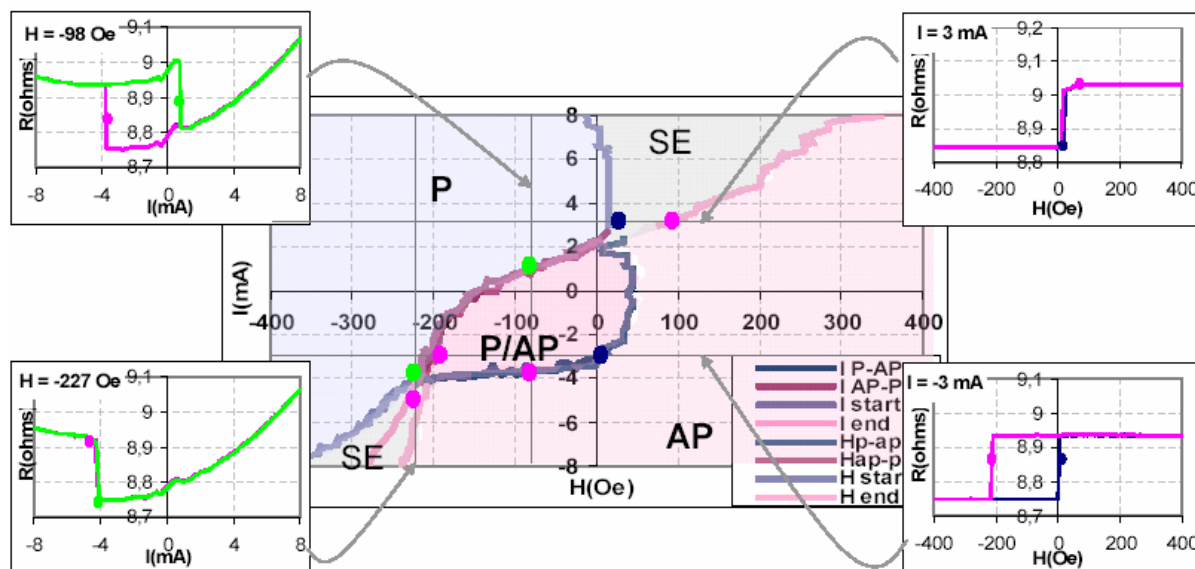
Ainsi, une des premières mise en évidence expérimentale incontestable de l'effet de transfert de spin a été réalisée à l'université de Cornell sur des échantillons Co/Cu/Co fabriqués à IBM en 2000 [36]. Cette étude a montré qu'il est possible de faire commuter l'aimantation d'un dispositif de type GMR sans appliquer de champ comme le montre la figure 1.14. Ces résultats ont été mis par la suite en évidence par d'autres groupes, notamment le groupe de l'UMR Thalès (cf figure 1.14) [37]. Les sauts de résistance entre l'état haut et l'état bas qui apparaissent dans la courbe de magnétorésistance (MR) de la figure 1.14, ne peuvent être expliqués que par l'effet de transfert de spin en raison des symétries. Les dimensions de l'échantillon étant de  $200 \times 600 \text{ nm}^2$ , la densité de courant critique est de l'ordre de  $1,25 \cdot 10^7 \text{ A/cm}^2$ , ce qui est en accord avec les prédictions théoriques. Il est intéressant de noter que l'allure générale des courbes  $R(I)$  est parabolique. Cela provient du fait que pour l'étude de la commutation de l'aimantation par transfert de spin il est nécessaire d'injecter de fortes densités de courant, ce qui entraîne une élévation de la température dans le pilier.

A partir des séries de mesures de retournement de l'aimantation, il est possible de



**Figure. 1.14** – Mesure de MR à courant variable, sans champ appliqué réalisée sur des échantillons Cu 20 nm/Co 15 nm/Cu 10 nm/Co 25 nm/Cu 20 nm [37]. On peut remarquer un saut de l'état parallèle à l'état antiparallèle à  $-15$  mA et inversement un saut de l'état antiparallèle à l'état parallèle pour un courant de  $15$  mA. Ce résultat ne peut être expliqué que par l'effet de transfert de spin.

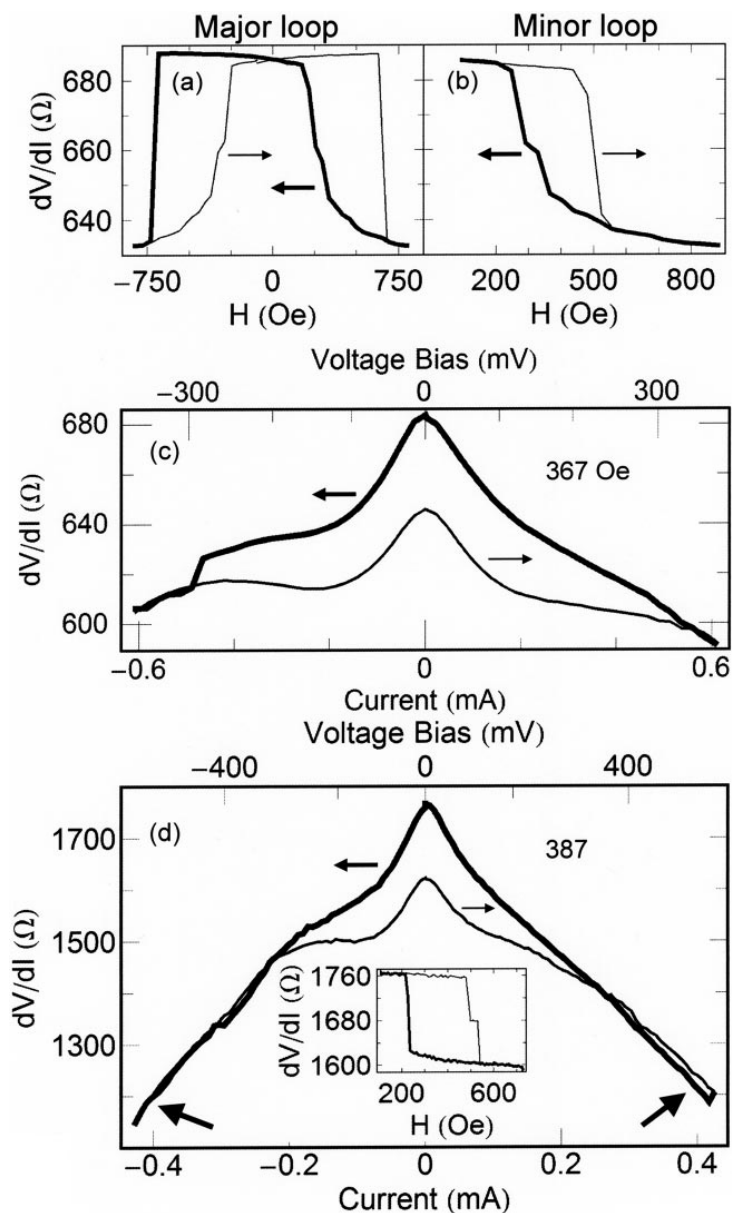
construire un diagramme de phase expérimental. La figure 1.15 représente le diagramme de phase obtenu sur des échantillons mesurés à Spintec similaires aux échantillons utilisés dans les mesures présentées précédemment.



**Figure. 1.15** – Diagramme de phase statique mesurée au laboratoire Spintec sur des GMR [38]. Les encarts représentent des courbes de MR en champ à courant fixe correspondant à un parcours horizontal du diagramme de phase ci-dessus et des MR en courant à champ fixe correspondant à un parcours vertical du diagramme de phase

Il a fallu attendre un peu plus longtemps avant que des résultats similaires soient

obtenus sur des JTM du fait que les fortes densités de courant nécessaires pour entraîner le renversement de l'aimantation imposent d'appliquer des tensions proches de la tension de claquage de la barrière [39]. Les deux courbes du bas de la figure 1.16 sont des courbes



**Figure. 1.16** – En partant du haut vers le bas : courbes de MR en fonction du champ mesurée à 77 K sur un échantillon de surface  $40 \times 130 \text{ nm}^2$  (échantillon 1) : à gauche cycle majeur, à droite cycle mineur de la couche libre. Courbe de MR en fonction du courant mesurée à 77 K sur l'échantillon 1 pour un champ appliqué compensant le champ dipolaire rayonné par la couche piégée. Courbe de MR en fonction du courant mesurée à 77 K sur un échantillon de surface  $25 \times 112 \text{ nm}^2$  (échantillon 2) pour un champ appliqué compensant le champ dipolaire rayonné par la couche piégée. Les flèches en gras à  $-0,4 \text{ mA}$  et  $0,4 \text{ mA}$  indiquent le renversement de l'aimantation de la couche libre. En encart est représenté le cycle mineur de la couche libre de l'échantillon 2. Ces résultats sont extraits de la référence [39].

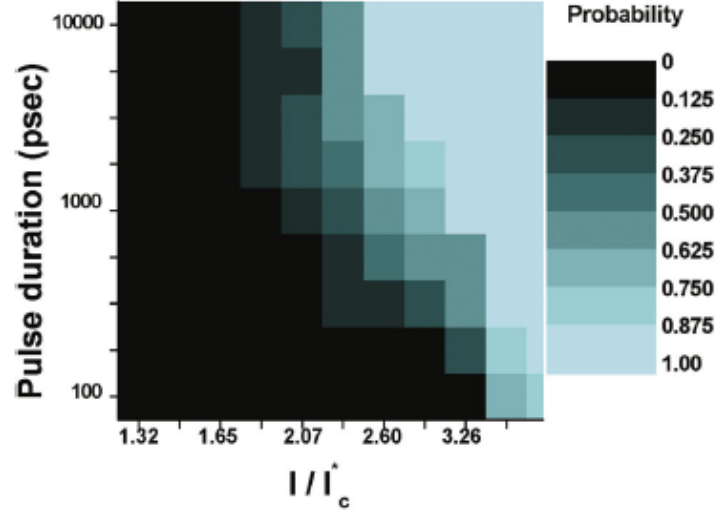
de magnéto-résistance tunnel en fonction du courant mesurées à 77 K par G. D. Fuchs

*et al.* [39], sur des échantillons dont la composition est la suivante (les épaisseurs sont en  $nm$ ) : Py 4/Cu 80/Ta 10/CoFeB 8/ $AlO_x$  0,65 /CoFeB 2/Cu 5/Pt 30. La courbe du milieu correspond à un échantillon de surface  $40 \times 130 \text{ nm}^2$  (échantillon 1), celle du bas à un échantillon de surface  $25 \times 112 \text{ nm}^2$  (échantillon 2). Avant de commenter le renversement de l'aimantation par l'effet de transfert de spin, intéressons nous à l'allure générale des courbes  $dV/dI$ . La diminution de la résistance dynamique que ce soit dans l'état parallèle ou antiparallèle traduit l'augmentation de conductance tunnel lorsque la tension de polarisation de la barrière augmente. Cette augmentation de la conductance est en partie indépendante du fait que les électrodes sont magnétiques. En effet pour une jonction tunnel métal-isolant-métal, le fait d'augmenter la polarisation permet de faire passer des électrons avec un vecteur d'onde transverse de plus en plus grand. En revanche nous pouvons voir sur la figure du bas qu'à partir d'environ  $\pm 3 \text{ mA}$  il n'y a plus de différence de conductance entre les configurations parallèle et antiparallèle ce qui traduit la chute de magnétorésistance tunnel présentée à la section 1.1.5. Sur la courbe correspondant à l'échantillon 2 (graphique du bas de la figure 1.16), la TMR disparaît complètement avant le renversement de l'aimantation qui est indiqué par les flèches en gras. Par cette expérience, on constate que malgré l'annulation de la TMR il peut y avoir du transfert de spin. Du fait de la symétrie en courant du renversement de l'aimantation, le modèle développé par Slonczewski [28] et présenté à la section 1.2.4.2 ne permet pas d'expliquer ce résultat. En revanche un modèle développé par M. Levy et A. Fert [32] semble pouvoir l'expliquer par l'intermédiaire des ondes de spin créées par les électrons. D'après ce modèle, les ondes spin cohérentes contribuent au couple de transfert de spin. Il faut noter toutefois que ces résultats sont à priori hors du domaine de validité de ces deux modèles qui supposent une barrière pas ou peu déformée, donc une conductance tunnel qui varie peu.

### **1.3.5 Étude dynamique du renversement de l'aimantation par une impulsion de courant polarisé en spin**

Comme nous l'avons mentionné précédemment, à la limite entre les études statiques précédentes et les études dynamiques, des mesures sur la dynamique du retournement de l'aimantation ont été réalisées notamment à l'Institut d'Électronique Fondamentale (I.E.F.). Dans le cadre de ces études, le renversement se fait par l'intermédiaire d'impulsions de courant. Une étude de la probabilité de retournement en fonction de l'intensité de l'impulsion de courant et de sa durée a été réalisée sur des nanopiliers de type GMR : CoFe 2,5/Cu 6/CoFe 40, de forme elliptique :  $150 \times 85 \text{ nm}^2$  [40]. La couche la plus épaisse agit comme une couche piégée vis à vis du transfert de spin, la plus fine comme une couche libre. Les mesures sont réalisées sans appliquer de champ extérieur, c'est à dire dans le régime des champs faibles. Ce type de mesure utilise une détection DC de la

magnétorésistance alors que le retournement de l'aimantation par transfert de spin se fait par l'intermédiaire d'une excitation AC. Les résultats obtenus pour une température de 300 K sont présentés sur la figure 1.17. Pour une amplitude d'impulsion de l'ordre de



**Figure. 1.17** — Probabilité de retournement de l'aimantation de la couche libre en fonction de la durée de l'impulsion et de son intensité [40]

quatre fois la valeur du courant critique statique la probabilité de retournement est de 100 % même pour des impulsions de l'ordre de la centaine de picosecondes. En revanche lorsque l'intensité diminue la probabilité de retourner l'aimantation dépend de la durée de l'impulsion. Et pour une amplitude de l'impulsion de l'ordre du courant critique statique quelle que soit la durée de l'impulsion, il est impossible de retourner l'aimantation.

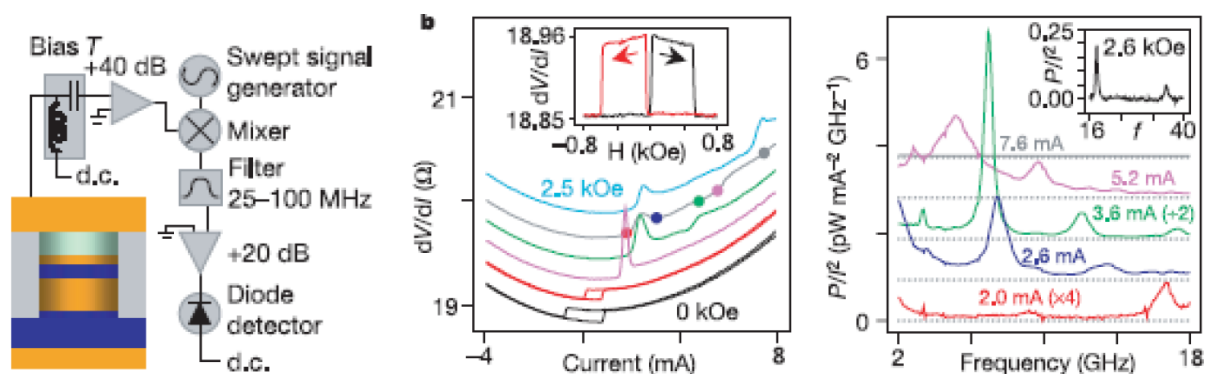
D'un point de vue fondamental, cette étude permet d'explorer la dynamique du retournement de l'aimantation et le rôle des effets thermiques associés. Le groupe I.E.F. à ainsi montré que la probabilité de retournement est liée à la nature précessionnelle de la dynamique de l'aimantation [41]. D'un point de vue applicatif, le résultat précédent montre qu'il est possible de faire commuter l'aimantation à coup sûr sans appliquer de champ, sur des temps inférieurs à la nanoseconde, ce qui est très intéressant du point de vue des mémoires magnétiques. De plus dans le cas précédent, pour une durée de l'impulsion de 100 ps, l'énergie utilisée pour l'écriture est de l'ordre de 1 pJ ce qui est une bonne valeur pour des applications industrielles, comme les mémoires magnétiques à accès aléatoire (MRAM).

### 1.3.6 Étude dynamique de l'état de précession entretenu par un courant polarisé en spin

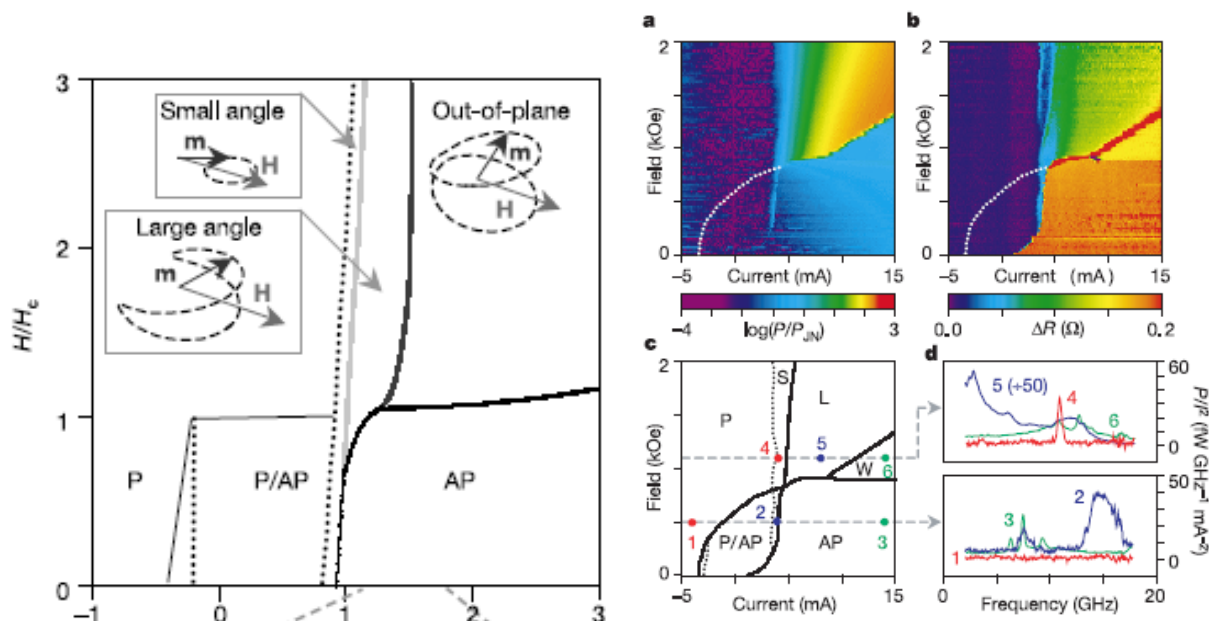
Un tour d'horizon montre que les études dynamiques sont principalement axées sur le régime précessionnel. Ainsi la première mise en évidence dynamique de l'effet de transfert de spin a été réalisée à l'université de Cornell par S. I. Kiselev *et al.* [42] en 2003. L'étude met en évidence l'existence d'états précessionnels de l'aimantation pour certaines conditions de champ et de courant en accord avec le diagramme de phase statique. On voit sur la figure 1.18, graphique du milieu, que lorsque le champ appliqué devient supérieur au champ coercitif de la couche libre, le comportement hystérétique des cycle de MR en courant laisse progressivement place à un comportement réversible caractérisé par l'apparition de pics puis de plateaux dans les courbes  $dV/dI$ . Les mesures dynamiques réalisées avec un analyseur de spectre ont confirmé que ces états de résistance intermédiaire correspondent bien à des états précessionnels dans la gamme du  $GHz$ . Ces états précessionnels se traduisent par la présence de pics fortement marqués dans le spectre de tension comme le montre la figure 1.18 de droite. En effet les variations de résistances liées à l'effet de magnétorésistance sont dans le cas des régimes précessionnelles à la même pulsation que celle de l'aimantation, si bien qu'il apparaît aux bornes de l'échantillons une tension alternative à cette même pulsation que l'on peut mesurer avec un analyseur de spectre. Nous verrons dans le chapitre suivant que les techniques expérimentales pour ce type de mesure demandent un important travail d'instrumentation.

La dépendance de la fréquence de ces pics en fonction du champ et du courant a permis de mettre en évidence plusieurs types de trajectoires de précession. Ces trajectoires calculées dans l'approximation du macrospin à partir de l'équation de Gilbert modifiée sont représentées dans la figure 1.19 de gauche, ainsi que leur "localisation" dans un diagramme de phase qui est l'analogue dynamique du diagramme de phase statique. Comme le montre les graphiques de droite de figure 1.19, le diagramme de phase dynamique expérimental est en bon accord avec le diagramme calculé. Mais il faut noter que les valeurs des coefficients caractéristiques de la couche ferromagnétique, comme celle de l'aimantation à saturation ou celle du coefficient d'amortissement, utilisées pour réaliser l'ajustement du diagramme expérimental avec celui calculé, ne correspondent pas à celles attendues pour une couche de Cobalt.

A la suite de cette expérience pionnière, l'étude des différents régimes d'oscillation s'est développée, notamment dans l'idée de créer des dispositifs comme des oscillateurs accordables en fonction du champ appliqué. De plus de nouvelles expériences ont mis en évidence la possibilité d'accorder la fréquence de ces oscillateurs sur la fréquence d'un faible signal excitateur sans avoir à modifier la valeur du champ appliqué. Ce résultat



**Figure. 1.18** – Figure de gauche : Description schématique de la mesure. Nous reviendrons plus en détail sur le fonctionnement du banc de mesure au chapitre 2. Figure du milieu : Mesure de cycle  $dV/dI$  en fonction du courant de polarisation pour des champs appliqués (de bas en haut) de 0 ; 0,5 ; 1 ; 1,5 ; 2 et 2,5 kOe. A champ nul le retournement de l'aimantation se fait à 0,88 mA pour passer de l'état parallèle à l'état antiparallèle et à -0,71 mA pour passer de l'état antiparallèle à l'état parallèle. Les points de couleur sur la courbe à 2 kOe correspondent aux spectres présentés sur la figure de droite. Encart de la figure du milieu : cycle de MR en fonction du champ pour un courant de polarisation presque nul,  $MR \approx 1\%$ . Figure de droite : Spectres HF obtenus pour  $H = 2 \text{ kOe}$  et pour  $I$  variant entre 2 et 7,6 mA. L'amplitude et la fréquence du pic de précession varient en fonction du courant appliqué. Le courant permet de "régler" pour un champ fixe la fréquence des oscillations. Ces résultats sont extraits de la référence [42]



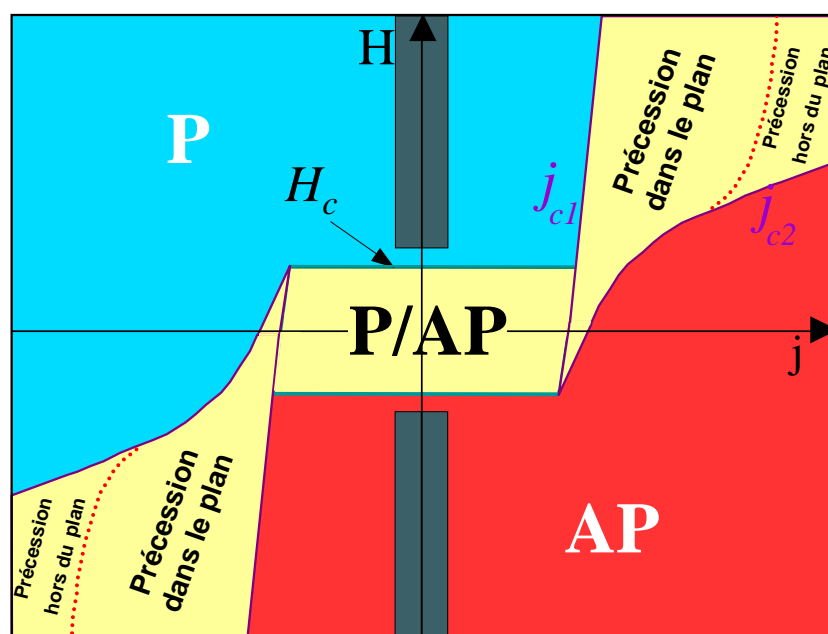
**Figure. 1.19** – Figure de gauche : Diagramme de phase dynamique calculé à partir de l'équation de Gilbert dans l'approximation macrospin. Les différents régimes de précession sont représentés en encart. Figure de droite : (a) diagramme de phase dynamique expérimental. (b) diagramme de phase statique obtenu sur le même échantillon. (c) diagramme de phase "général" extrait à partir des deux précédents diagrammes expérimentaux obtenus à température ambiante. (d) Spectres correspondants aux points de couleur indiqués dans la figure (c). Ces résultats sont extraits de la référence [42]



est très prometteur pour de futures applications dans les télécommunications comme le radio-opportunisme.

### 1.3.7 Conclusion

Toutes les expériences précédentes ont un point commun : toutes se font pour des densités de courant de l'ordre du courant critique. En revanche peu d'études expérimentales sur l'effet de transfert de spin ont été réalisées pour des densités de courant faibles par rapport au courant critique, bien que d'après toutes les théories, il s'agit d'un effet continu avec le courant. Ceci s'explique parce qu'il n'y a pas a priori d'effet suffisamment significatif du couple de transfert de spin sur l'aimantation pour être mesuré que ce soit par l'intermédiaire de mesures statiques ou dynamiques. Ce qui revient à dire que les zones représentées en vert sur le diagramme de phase 1.20 ont jusqu'à présent été peu étudiées. D'après l'équation de Gilbert, une technique pour mesurer l'effet de transfert



**Figure. 1.20** — Les zones du diagramme de phase qui seront étudiées dans cette thèse sont représentées en vert. Comme nous pouvons le voir notre étude se fait dans le régime des champs forts, loin du courant critique  $J_{c1}$ .

de spin pour les faibles valeurs de courant consiste à étudier la vitesse de retour à l'équilibre de l'aimantation après un échelon de champ en fonction du courant de polarisation traversant la couche magnétique [43].

Nous allons montrer dans ce manuscrit qu'il existe une autre technique. En effet, nous verrons que dans cette zone du diagramme de phase, qui correspond à la zone de fonctionnement des têtes de lectures pour disque dur, le transfert de spin a une forte influence

sur les fluctuations de l'aimantation même si le courant de polarisation est faible par rapport au courant critique [44]. Nous verrons aussi que ces mesures peuvent-être expliquées par un modèle simple permettant de relier la densité spectrale des fluctuations de l'aimantation à la susceptibilité dynamique de l'aimantation obtenue après linéarisation de l'équation de Gilbert. Ce modèle permet ainsi d'extraire la dépendance du coefficient de transfert de spin de Slonczewski en fonction du courant pour des valeurs faibles de ce dernier. Cette caractéristique de la mesure permet de la comparer avec les modèles présentés à la section 1.2.4.2 qui sont à priori applicable seulement pour de faibles valeurs de la tension de polarisation. De plus nous montrerons que cette mesure présente une sensibilité particulière au "field-like term" qui n'a été que rarement mesuré jusqu'à maintenant et qui suscite encore à l'heure actuelle un vif intérêt.

Mais avant de présenter le modèle utilisé pour cette étude et les résultats, il est important, du fait de la gamme de fréquence couverte, à savoir de  $100\text{ MHz}$  à  $10\text{ GHz}$ , et à cause du faible niveau du signal, de décrire précisément la technique de mesure utilisée. En effet cette étude a demandé un lourd travail d'instrumentation. Ce travail est présenté au chapitre suivant. Un grand soin a été apporté à cet aspect, afin de pouvoir assurer qu'aucun artefact de mesure ne puisse être à l'origine d'une mauvaise interprétation des résultats.

# Chapitre 2

## Instrumentation

Ce manuscrit a pour vocation de présenter une étude des fluctuations de l'aimantation d'une couche magnétique soumise à l'action d'un courant polarisé en spin dans des nanostructures de type jonction tunnel magnétique. Nous avons vu au chapitre précédent que ces structures ont la particularité de présenter une variation de tension liée au mouvement relatif des aimantations des couches magnétiques de part et d'autre de la jonction tunnel lorsqu'un courant les traverse. Il devient alors possible d'étudier les fluctuations d'aimantation par l'intermédiaire des fluctuations de tension aux bornes de la jonction. Nous avons donc développé un banc de mesure qui permet la caractérisation électrique de ces fluctuations.

Ce chapitre<sup>1</sup> présente la technique que nous avons mise en oeuvre pour la mise en place et la caractérisation du banc de mesure qui a permis de réaliser l'étude du bruit sur des magnétorésistances géantes et sur des jonctions tunnel magnétiques.

La première partie de ce chapitre sera une description générale du banc de mesure, avec son principe de fonctionnement, puis de chacun de ses éléments et leurs effets sur la mesure. Les trois autres parties seront dédiées à la caractérisation et à la modélisation électrique du banc et des échantillons. Nous verrons comment corriger les données expérimentales pour s'affranchir du bruit interne des appareils de mesure et comment tenir compte de la propagation du signal à travers la chaîne de mesure.

---

<sup>1</sup>Pour ce chapitre, et exclusivement pour ce chapitre, nous avons pris la convention en vigueur en électronique pour la notation des nombres complexes :  $j^2 = -1$

## 2.1 Principe de la mesure

Les grandeurs fluctuantes peuvent être décrites par des quantités certaines, comme la densité de probabilité, la moyenne, l'écart type, et la densité spectrale de puissance. C'est la mesure de cette dernière quantité que nous voulons réaliser sur nos échantillons. Et plus précisément l'étude de sa variation en fonction d'un champ magnétique extérieur et d'un courant continu [45].

### 2.1.1 Présentation générale

Pour répondre à cette problématique, nous avons réalisé un banc de mesure dont le principe de fonctionnement est présenté sur le schéma 2.1 :

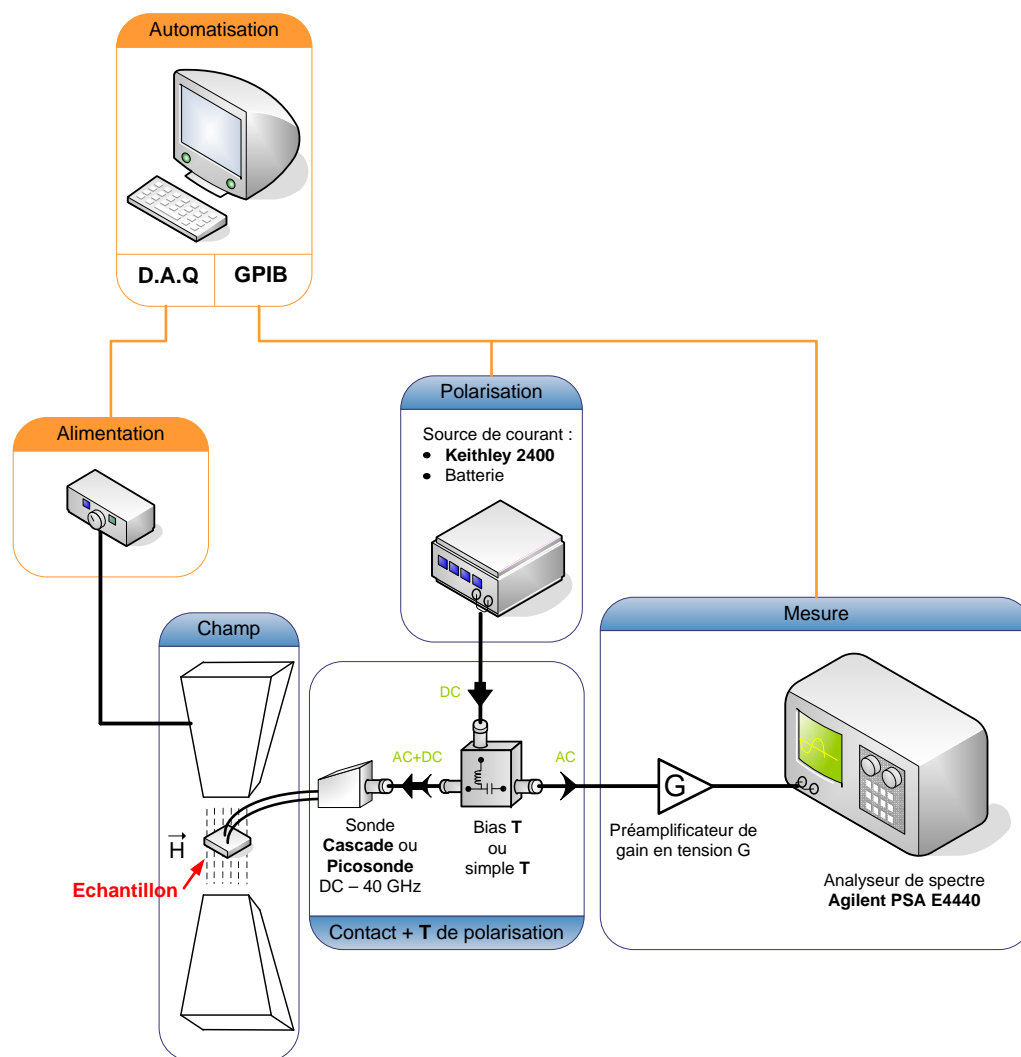
L'échantillon est placé dans l'entrefer d'un électroaimant pour pouvoir lui appliquer un champ magnétique dans le plan des couches qui le constituent. Le champ est homogène à l'échelle de la jonction tunnel, en revanche sur la surface du porte échantillon il varie de 10 *Oe* d'une extrémité à l'autre. L'électroaimant permet de couvrir une gamme de champ compris entre  $-1,5 \text{ kOe}$  et  $1,5 \text{ kOe}$ . Le contact électrique avec la chaîne de mesure se fait par l'intermédiaire de sondes coplanaires, ce qui permet de faire passer un courant continu (signal DC) à travers l'échantillon et de mesurer les fluctuations de tension (signal AC) générées à ses bornes. La mesure du signal AC se fait avec un analyseur de spectre **Agilent PSA E4440A** large bande :  $3 \text{ Hz} - 26 \text{ GHz}$ . La polarisation de l'échantillon se fait soit avec une source de courant **Keithley 2400**, soit avec une batterie, en fonction de la gamme de fréquence étudiée. Un T de polarisation permet de séparer le signal AC du signal DC. En amont de l'analyseur un préamplificateur permet d'augmenter le niveau du signal et donc la sensibilité de la mesure.

La manipulation a été entièrement automatisée, de telle sorte qu'il est possible de faire varier les conditions de courant et de champ et d'acquérir des spectres sur plusieurs gammes de fréquences permettant une meilleure reproductibilité des mesures et un gain de temps considérable.

Nous allons maintenant décrire plus précisément les éléments constituant la chaîne de mesure :

#### 2.1.1.1 Keithley 2400

La polarisation en courant est assurée principalement par un **Keithley 2400**. Cet appareil est un source-meter, c'est à dire qu'il impose une tension ou un courant et qu'il mesure la grandeur réciproque. Pour ce banc de mesure, le Keithley est essentiellement



**Figure. 2.1** — Schéma bloc du banc de mesure. Les cadres oranges représentent les parties liées à l'automatisation des mesures. Les cadres bleus correspondent aux éléments intervenant directement dans la mesure de bruit. Nous ne nous intéresserons qu'à ces derniers dans ce chapitre.

utilisé en mode source de courant. Dans ce mode, il permet d'après les spécifications du constructeur, d'appliquer des courants dans la gamme du  $nA$  à  $1A$ , mais la gamme opérationnelle commence réellement à  $0,1 mA$  pour nos échantillons dont la résistance varie entre  $10 \Omega$  et  $500 \Omega$ . La mesure en tension permet d'atteindre une précision d'environ  $10 \mu V$ . Le niveau de bruit en tension pic à pic du **Keithley 2400** intégré entre  $10 Hz$  et  $1 MHz$  est de  $10 mV$  [46], selon les caractéristiques du constructeur.

### 2.1.1.2 Sonde

Deux types de sondes ont été utilisées : des **Cascade Infinity Probe** et des **Picoprobe**. Dans les deux cas, le contact avec l'échantillon se fait par l'intermédiaire de "pattes" coplanaires Ground-Signal-Ground. L'espacement entre deux pistes (pitch) est

de  $150\ \mu m$  ou  $125\ \mu m$  en fonction des échantillons. La sortie est constituée par un connecteur coaxial de type 2,92 mm femelle qui a une bande passante allant du  $DC$  à  $40\ GHz$ . La particularité des **Picoprobes** réside dans leur bras coaxial en cuivre de 2 cm de long qui permet la thermalisation de la sortie (côté amplificateur) à la température ambiante lors des mesures en température (entre l'ambiante et  $100\ ^\circ C$ ).

### 2.1.1.3 T de polarisation

Le T de polarisation est un dispositif trois ports qui permet de séparer la composante basse fréquence de la composante haute fréquence par l'intermédiaire de deux filtres. Un filtre passe-bas réalisé par une inductance en série est relié à l'entrée DC, et un filtre passe-haut réalisé par un condensateur en série est relié à l'entrée AC, ce qui permet de découpler les deux entrées.

Le T de polarisation utilisé est un **Picoseconde Pulse Labs** modèle **5542** avec des connecteurs 2,92 mm mâles qui ont une bande passante  $DC - 40\ GHz$ . La fréquence de coupure de la partie AC est de  $10\ kHz$  et l'inductance de la partie DC est de  $1,5\ mH$ . L'atténuation minimum d'un signal AC provenant de l'entrée DC est de  $50\ dB$  (soit environ un facteur 300 sur la tension) sur la gamme  $100\ MHz - 40\ GHz$ .

### 2.1.1.4 Amplificateur

Pour couvrir la gamme de fonctionnement de l'analyseur de spectre :  $DC - 26\ GHz$ , cinq préamplificateurs sont utilisés :

- Entre le DC et  $1\ MHz$  : amplificateur NF avec un gain de 100 tension, une impédance d'entrée maximum de  $100\ M\Omega$ .
- Entre  $1\ MHz$  et  $100\ MHz$  : amplificateur NF modèle SA220-F5 avec un gain de  $46\ dB$  tension, une impédance d'entrée maximum de  $1\ M\Omega$ .
- Entre  $100\ MHz$  et  $6\ GHz$  : amplificateur Mitec AFS5F-00100600-13-S-5 avec un gain de  $40\ dB$  et une impédance d'entrée de  $50\ \Omega$ .
- Entre  $6\ GHz$  et  $18\ GHz$  : amplificateur Mitec AMF6F-06001800-15-10P avec un gain de  $45\ dB$  et une impédance d'entrée de  $50\ \Omega$ .
- Entre  $18\ GHz$  et  $26\ GHz$  : amplificateur Mitec AMF5F-18002600-20-10P avec un gain de  $45\ dB$  et une impédance d'entrée de  $50\ \Omega$ .

Le gain, l'impédance d'entrée et la résistance de sortie de ces amplificateurs varient en fonction de la fréquence, c'est pourquoi nous verrons qu'il est nécessaire de les caractériser, car les constructeurs donnent ces variations souvent sous une forme trop succincte. Par exemple, la courbe donnant le gain en fonction de la fréquence n'est pas toujours donnée, elle est souvent remplacée par le "gain flatness" qui est la valeur maximale de l'écart par rapport au gain moyen.

Le principe de fonctionnement de ce banc est assez simple : le programme d'automatisation des mesures permet d'imposer un courant continu aux bornes de l'échantillon et de lui appliquer un champ magnétique constant pendant l'acquisition d'un spectre. Ensuite la valeur du courant ou du champ est modifiée, permettant de faire varier le courant à champ fixe, ou l'inverse. Mais les véritables difficultés résident dans le fait que les différents appareils génèrent des signaux parasites ainsi que du bruit, qui viennent se superposer au signal mesuré. L'essentiel du travail d'instrumentation a donc consisté à réduire l'influence des différentes parties du montage sur la mesure et à déterminer de manière quantitative les signaux perturbateurs résiduels (étape de calibration).

Pour pouvoir comprendre le travail réalisé, il est d'abord essentiel de comprendre ce que mesure un analyseur de spectre :

## 2.1.2 L'analyseur de spectre

La première question à laquelle il faut répondre est la suivante :

### 2.1.2.1 Quelle grandeur physique mesure cet appareil ?

Un analyseur de spectre est un voltmètre qui réalise une transformée de Fourier de la tension qu'il mesure et qui affiche son module carré en fonction de la fréquence [47]. La mesure représente donc un spectre en puissance, car une tension élevée au carré est équivalent à une puissance à une impédance près. C'est pourquoi on parle de densité spectrale de puissance :

$$S_v(\omega) = 2 \lim_{t_m \rightarrow \infty} \frac{1}{t_m} \left| \int_{-t_m/2}^{t_m/2} v(t) e^{i\omega t} dt \right|^2$$

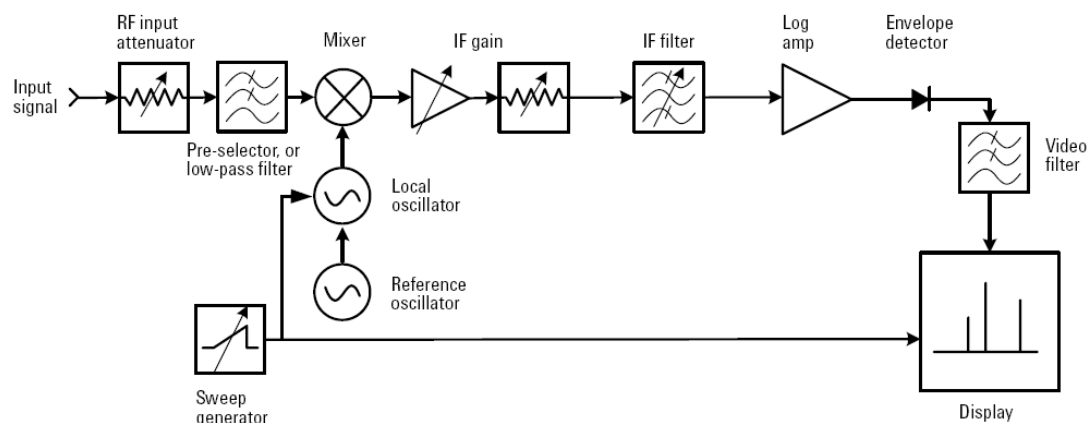
La mesure s'exprime en :  $\frac{V^2}{Hz}$ .

En réalité, l'analyseur de spectre ne réalise pas l'opération idéale décrite précédemment. Nous allons voir en examinant son fonctionnement comment il réalise cette mesure.

### 2.1.2.2 Principe de fonctionnement

Le fonctionnement de l'analyseur de spectre peut-être décrit par le schéma bloc de la figure 2.4 :

Le signal incident de fréquence  $f$  est mixé avec un signal de référence de fréquence  $f_{LO}$ , ce qui donne un signal aux fréquences  $|f - f_{LO}|$  et  $f + f_{LO}$ . Le but de cette procédure



**Figure. 2.2** — Schéma bloc de l'analyseur de spectre utilisant un détecteur superhétérodyne.

est de ramener le signal dans la bande passante du filtre intermédiaire, filtre IF, centré en  $f_0$  [47]. La largeur de ce filtre s'appelle la Resolution Bandwidth (RBW). La tension du signal ainsi filtrée est mesurée par l'intermédiaire d'un détecteur de crête puis numérisée, donnant ainsi, après intégration, la valeur moyenne du module de la tension correspondant à la fréquence  $f$ . Pour reconstituer le spectre en fréquence du signal, un balayage de la fréquence du signal de référence  $f_{LO}$  est réalisé. La valeur que représente un point de mesure correspond donc au module de la tension du signal compris entre  $f - \frac{RBW}{2}$  et  $f + \frac{RBW}{2}$ . Plus la RBW est faible plus le résultat est proche de la valeur que donnerait la transformée de Fourier du signal. Mais plus la RBW est faible, plus la tension aux bornes du détecteur de crête est faible, ce qui oblige à intégrer plus longtemps. Pour gagner en temps, les nouveaux analyseurs de spectre utilisent un filtre IF assez large pour que la mesure analogique ne prennent pas trop de temps et une transformée de Fourier rapide est effectuée numériquement avec une RBW plus faible sur ce signal.

### 2.1.2.3 Le bruit comme signal

Nous avons vu que pour réaliser la transformée de Fourier du signal temporel, l'analyseur de spectre détecte l'enveloppe de la tension du signal dans une fenêtre de largeur RBW centrée sur la fréquence du filtre IF. Lorsque le signal mesuré est du bruit, la distribution de la tension dans le filtre est en générale gaussienne. Après le passage par le détecteur de crête la distribution de la tension est de type Rayleigh [48]. C'est sur cette nouvelle distribution que l'analyseur de spectre fait la moyenne, ce qui entraîne une sous-estimation de la puissance<sup>2</sup> du signal réel d'un facteur  $\frac{\pi}{4} \approx 0,785$  ( $-0,105$  dB).

De plus le filtre IF n'est pas purement un filtre rectangulaire. Dans ce cas la RBW re-

<sup>2</sup>La mesure de tension réalisée par l'analyseur de spectre étant effectuée sur une charge de  $50 \Omega$ , une tension au carré sera assimilée à une puissance à un facteur multiplicateur constant près.



présente la largeur à  $-3\text{ dB}$  du maximum. Pour tenir compte de cet effet, il faut connaître la nature du filtre. Dans le cas du **Agilent PSA E4440A** [47] la puissance du signal de bruit est relevée de  $0,52\text{ dB}$ , soit un facteur multiplicatif de 1,127. La correction totale est donc de  $-0,53\text{ dB}$  soit un facteur multiplicatif de 0,885. Il faut encore ramener la tension mesurée dans le filtre IF à sa valeur par unité de fréquence, donc diviser la puissance moyenne par la RBW pour obtenir un spectre en puissance.

Il reste maintenant à connaître l'ordre de grandeur des signaux minima que l'analyseur de spectre est capable de mesurer pour pouvoir dimensionner l'amplification nécessaire à la mesure du bruit de nos échantillons.

#### 2.1.2.4 Ordre de grandeur et sensibilité

Le bruit thermique connu aussi sous l'appellation de bruit Johnson correspond au bruit électronique minimum que peut présenter un dispositif conducteur. Sa densité spectrale de tension est proportionnelle à la racine carrée de sa résistance. Pour pouvoir réaliser des mesures quantitatives, il faut être capable de mesurer ce bruit pour des résistances du même ordre de grandeur que celle de nos échantillons. Une vanne de spin industrielle a une résistance dont la valeur se situe autour de  $30\ \Omega$ , pour être adaptée avec le reste du circuit de lecture d'un disque dur. C'est pourquoi nous avons choisi comme critère de référence pour le signal minimum mesurable, le bruit thermique d'une résistance de  $10\ \Omega$ , ce qui représente une valeur de  $0,4\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Le seuil de sensibilité de la chaîne de mesure doit donc être inférieur à cette valeur. Ensuite, pour pouvoir détecter des variations du bruit Johnson en fonction de l'état magnétique de l'échantillon, une résolution proche de la dizaine de  $\text{pV}/\sqrt{\text{Hz}}$  est nécessaire (la variation du bruit Johnson entre les états parallèle saturé et antiparallèle saturé d'une vanne de spin de résistance basse  $30\ \Omega$  et de GMR 5% est de  $0,02\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ ). Ceci constitue bien sûr une limite théorique, mais qui a le mérite de fixer un ordre de grandeur à atteindre.

Le seuil de détection de la chaîne de mesure est donnée directement par celui de l'analyseur de spectre. La sensibilité du **PSA E4440A** est de  $12\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  [49]. Pour pouvoir mesurer les  $0,4\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  évoqués précédemment, il faut amplifier le signal au minimum par un facteur 30 en tension. Dès lors, ce sera l'amplificateur utilisé qui déterminera la sensibilité et en partie la résolution de la mesure. Les amplificateurs que nous avons choisis ont tous un gain en tension de 100 ou plus.

Ajouter un amplificateur ne veut pas dire qu'il ne reste plus qu'à réaliser la mesure. En effet il est important de remarquer que le banc de mesure est lui-même bruyant, c'est à dire que lorsque que l'on mesure le bruit généré par une charge de  $50\ \Omega$  par exemple, l'amplitude du spectre mesuré est supérieure au bruit thermique de la résistance et son

écart à ce dernier varie en fonction de la fréquence.

### 2.1.3 Sources de bruit et parasites

A partir de ce constat, nous allons évaluer les performances, en terme de bruit rapporté, des appareils dont nous disposons. Cela va nous permettre de déterminer leur impact sur la mesure du signal de l'échantillon.

#### 2.1.3.1 Sources de bruit

Le bruit généré par les amplificateurs (ce sont des amplificateurs bas-bruit), rapporté en entrée, est d'environ  $1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Nous verrons à la partie suivante comment s'affranchir ou tout du moins réaliser une correction pour tenir compte de ce bruit.

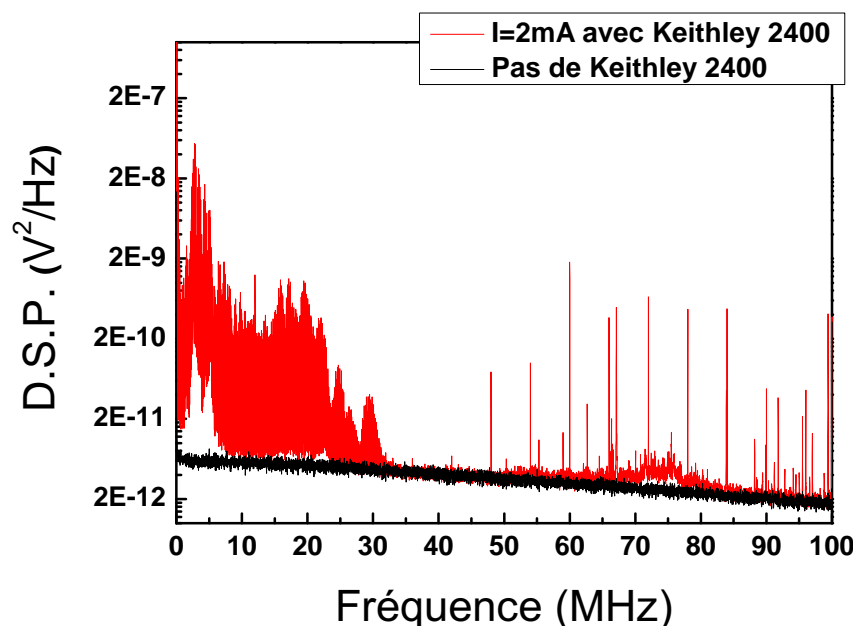
La partie polarisation génère aussi du bruit qui est injecté dans la chaîne de mesure. Dans une simple approximation, nous considérerons un bruit blanc, c'est-à-dire dont la répartition en fréquence est uniforme. D'après les données constructeur du **Keithley 2400**, ceci donne une densité spectrale de bruit moyenne de  $3,5 \text{ } \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$  jusqu'à  $1 \text{ MHz}$  qui doit ensuite diminuer au dessus de cette fréquence, ce qui est rédhibitoire pour les mesures à basse et moyenne fréquence, comme le montre la figure 2.3. En revanche au dessus de  $100 \text{ MHz}$ , l'inductance du T de polarisation permet de réduire ce bruit en dessous de la résolution du banc de mesure.

Pour les mesures basse fréquence, il a fallu utiliser une autre source. Pour ce faire nous avons utilisé une batterie associée à un potentiomètre bas bruit. La batterie génère un bruit en courant qui est négligeable par rapport au bruit généré par les résistances permettant d'ajuster la valeur du courant. Ainsi la contribution du bruit de cette source à la mesure ne représente que quelques 10% du bruit thermique de l'échantillon. Ajouter une inductance en série diminue encore ce bruit, si bien qu'il ne devient plus mesurable. Ce dispositif comporte tout de même quelques inconvénients : il est délicat à mettre en oeuvre et ne permet pas l'automatisation des mesures. C'est pourquoi au dessus de  $100 \text{ MHz}$ , nous préférons utiliser un **Keithley 2400** comme source.

#### 2.1.3.2 Influence de l'environnement électromagnétique extérieur

Les parasites, à la différence du bruit, sont caractérisés par de fortes puissances et par des bandes spectrales d'émission étroites. Le meilleur exemple est celui de la radio FM : les signaux émis par les stations de radio peuvent être captés par certains éléments du banc de mesure.

Pour que ces signaux ne viennent pas perturber la mesure, il faut éviter qu'une partie du circuit ne se transforme en antenne (câbles trop longs, résonateur ...) ainsi que les boucles



**Figure. 2.3** – Bruit du Keithley mesuré en dessous de 100 MHz. La mesure a été réalisée de la manière suivante. Une charge de  $50\ \Omega$  a été placée sur la sortie  $AC + DC$  du T de polarisation. Nous avons ensuite réalisé deux mesures : la première où l'entrée DC du T de polarisation est reliée au Keithley délivrant un courant de  $2\ mA$  (courbe rouge), et la seconde où l'entrée DC est connectée à un circuit ouvert blindé (courbe noire). Les mesures n'ont pas été corrigées par le gain de l'amplificateur. Il faut donc diviser l'échelle des ordonnées par environ 2000. Le bruit moyen en tension du Keithley est alors de l'ordre  $0,5\ \mu V/\sqrt{Hz}$  dans la gamme  $DC - 30\ MHz$ .

de masses qui constituent des collecteurs pour le champ électromagnétique extérieur. Ces dernières peuvent être facilement évitées en portant un peu d'attention au montage, notamment en utilisant des paires de câbles torsadés et blindés pour les parties DC. Elles ne constituent plus un problème au dessus de  $100\ MHz$ . En revanche, les phénomènes d'antenne sont très difficiles à prévoir. Pour les éviter, ou tout du moins les réduire le plus possible, il a été nécessaire de réaliser un blindage du banc de mesure, ainsi qu'une mise à la terre adaptée [50]. Nous avons utilisé les procédures classiques de Compatibilité ElectroMagnétique. De plus, comme nous l'avons remarqué, les signaux parasites ont un spectre "piqué", il est donc possible de les enlever de la mesure lors d'un post-traitement si leur répartition n'est pas trop concentrée.

Nous avons vu dans cette partie les différentes sources de bruit liées au banc de mesure et leurs ordres de grandeur par rapport à ce que nous voulions mesurer. Ceci nous a permis de dimensionner en conséquence les différents éléments "bruyants" du banc. Toutefois nous avons vu aussi que le bruit rapporté en entrée par l'amplificateur est bien supérieur à  $0,4\ nV/\sqrt{Hz}$ , qui est le signal minimum que nous voulons détecter. Il faudra donc modéliser ce bruit pour pouvoir procéder à un calibrage de la chaîne de mesure afin

de le soustraire.

## 2.2 Modélisation du banc de mesure

Cette partie sera consacrée aux choix que nous avons faits pour modéliser la chaîne de mesure et notamment le préamplificateur et l'analyseur de spectre.

### 2.2.1 Modèle du quadripôle sans sources libres

De manière générale, un quadripôle possède une entrée (1) et une sortie (2). Lorsqu'une tension, réciproquement une intensité, est imposée aux bornes de l'entrée d'un quadripôle, il apparaît une tension et une intensité à sa sortie : Dans le cas où le quadripôle ne contient



**Figure. 2.4** – Conventions pour un quadripôle placé dans un circuit électrique

pas de sources dépendantes des paramètres extérieurs  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $I_1$  et  $I_2$ , il suffit alors de quatre paramètres pour le décrire [51]. Il existe plusieurs façons de relier  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $I_1$  et  $I_2$ , donnant différentes matrices, qui ont chacune leur utilité en fonction du cas traité. Celle qui apparaît naturellement se présente sous la forme de la matrice Impédance  $Z$  :

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_2 + Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Remarquons que :

$$\begin{aligned} V_1 &= E_1 - Z_1 I_1 \\ V_2 &= E_2 - Z_2 I_2 \end{aligned}$$

Le système peut alors être écrit avec des grandeurs qui ne dépendent que du quadripôle (paramètres intrinsèques) :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Cette matrice est appelée la matrice impédance ou matrice en circuit ouvert. Cette deuxième appellation vient du fait que le paramètre  $Z_{11}$  représente l'impédance d'entrée quand la sortie (2) n'est pas connectée :  $I_2 = 0$ , et inversement que  $Z_{22}$  représente l'impédance de sortie quand l'entrée (1) est ouverte :  $I_1 = 0$ . Les paramètres  $Z_{12}$  et  $Z_{21}$  sont respectivement les impédances de transfert sortie-entrée et entrée-sortie. Deux remarques peuvent être faites :

1. Les impédances d'entrée et de sortie dépendent a priori des autres grandeurs du circuit
2. Si le quadripôle contient des éléments actifs, les parties réelles des impédances de transfert peuvent être négatives, ce qui traduit l'apport d'énergie provenant de l'extérieur du circuit.

Il est souvent plus pratique d'utiliser la matrice de transfert que la matrice impédance. Dans ce cas il est nécessaire de changer les conventions introduites par le schéma 2.4. **Nous prendrons comme nouvelle convention que le courant  $I_2$  au niveau du port 2 sort du quadripôle.** Cette convention dissocie clairement les deux ports du quadripôle en une entrée (1) et une sortie (2) [52].

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Cette matrice est aussi souvent appelée matrice de chaîne car lorsque l'on cascade des quadripôles, la matrice de l'ensemble correspond au produit des matrices de chaîne de chacun des quadripôles. C'est pour cette raison que nous avons choisi de décrire les sondes et le T de polarisation avec cette matrice. Ces éléments étant composés seulement de résistances, de condensateurs et d'inductances, leur entrée et leur sortie peuvent être interverties, on parle alors de quadripôles réciproques. Le déterminant de leur matrice de transmission a la particularité d'être unitaire.

En revanche, les caractéristiques d'un quadripôle tel qu'un amplificateur sont rarement données sous la forme d'une de ces matrices. Généralement, on trouve l'impédance d'entrée  $Z_{in}$  et le gain en tension  $G$  sur une charge donnée. Ces deux grandeurs ont l'avantage d'être directement mesurables. L'impédance d'entrée se mesure avec un ohmmètre placé entre les bornes de l'entrée du quadripôle avec la charge annoncée,  $Z_l$ , montée sur sa sortie, autrement dit :  $Z_{in} = \frac{V_1}{I_1}$ . Pour connaître le gain en tension, il suffit d'appliquer une tension à son entrée et de mesurer la tension en sortie sur une charge donnée, alors  $G = \frac{V_2}{V_1}$ . Ces deux grandeurs dépendent de la charge placée en sortie, il ne s'agit donc

pas de paramètres intrinsèques du quadripôle, mais ils dépendent de ces derniers :

$$V_2 = Z_l I_2 \quad (2.2)$$

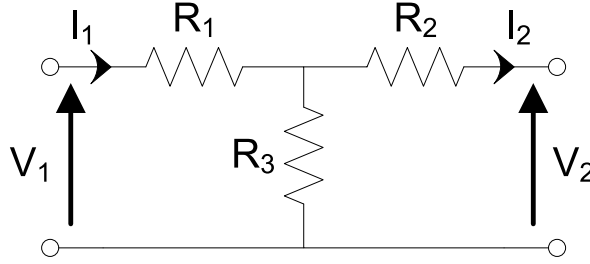
$$Z_{in} = \frac{Z_l A + B}{Z_l C + D} \quad (2.3)$$

$$G = \frac{Z_l}{Z_l A + B} \quad (2.4)$$

Par l'intermédiaire de deux exemples nous allons voir comment il est possible de passer de la matrice de transmission à ces deux paramètres :  $Z_{in}$  et  $G$ .

### 2.2.1.1 Premier exemple : quadripôle passif linéaire

Considérons le quadripôle passif linéaire décrit à la figure 2.5. A partir de ce schéma,



**Figure. 2.5** – Exemple de quadripôle passif linéaire. La convention du courant  $I_2$  est prise sortante à l'inverse de la figure 2.4

nous obtenons les relations suivantes :

$$V_1 = (R_1 + R_3)I_1 - R_3 I_2$$

$$V_2 = R_3 I_1 - (R_2 + R_3)I_2$$

Ce qui donne la matrice de transmission suivante :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_1}{R_3} & R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} \\ \frac{1}{R_3} & 1 + \frac{R_2}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Dans le cas où le circuit est ouvert en sortie :

$$Z_{in} = R_1 + R_3$$

Ce qui correspond bien au coefficient  $Z_{11}$  de la matrice impédance. Dans le cas général, où la charge en sortie est une impédance  $Z_l$  quelconque, l'impédance d'entrée vaut :

$$Z_{in} = \frac{(Z_l + R_2)(R_1 + R_3) + R_1 R_3}{Z_l + R_2 + R_3}$$

De la même manière le gain en tension en circuit ouvert vaut :

$$G_o = \frac{R_3}{R_1 + R_3}$$

Ce qui correspond à l'inverse du paramètre  $A$  de la matrice de transmission. Le gain est inférieur à 1, ce qui est normal pour un dispositif passif. On parle alors plutôt de perte par insertion. Dans le cas d'une charge  $Z_l$  placée en sortie :

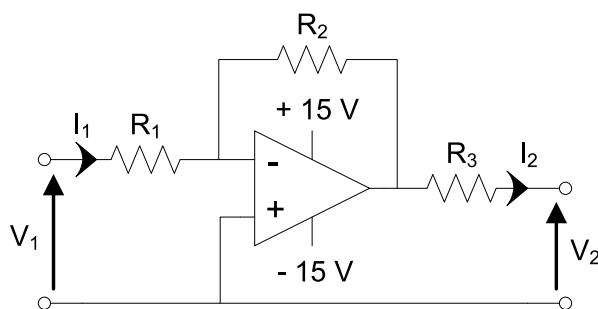
$$G = \frac{R_3 Z_l}{(R_1 + R_3)(Z_l + R_2) + R_1 R_2}$$

Il s'agit d'un dispositif réciproque, l'entrée et la sortie peuvent être inversée sans changer le fonctionnement de celui-ci : le déterminant de la matrice de transmission vaut effectivement 1.

Cet exemple permet de vérifier les propriétés générales des matrices de transfert et notamment que dans le cas d'un quadripôle passif linéaire, le déterminant est unitaire. Tout comme cet exemple, les câbles, le T de polarisation et les sondes sont des dispositifs passifs linéaires, leurs matrices de transfert possèdent donc cette propriété, ce qui n'est pas le cas du préamplificateur.

### 2.2.1.2 Deuxième exemple : amplificateur opérationnel idéal

Considérons le cas d'un amplificateur opérationnel idéal dans un montage classique d'amplificateur inverseur (cf figure 2.6). La résistance  $R_3$  est de l'ordre de  $50 \Omega$  dans le cas des amplificateurs que nous utilisons.



**Figure. 2.6** – Amplificateur opérationnel idéal dans un montage d'amplificateur inverseur

Pour ce montage la matrice de transfert vaut :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{R_2} & -\frac{R_1 R_3}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & -\frac{R_3}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Le gain en circuit ouvert  $G_o$  vaut :  $G_o = -\frac{R_2}{R_1}$ . Sur une impédance arbitraire, il vaut :

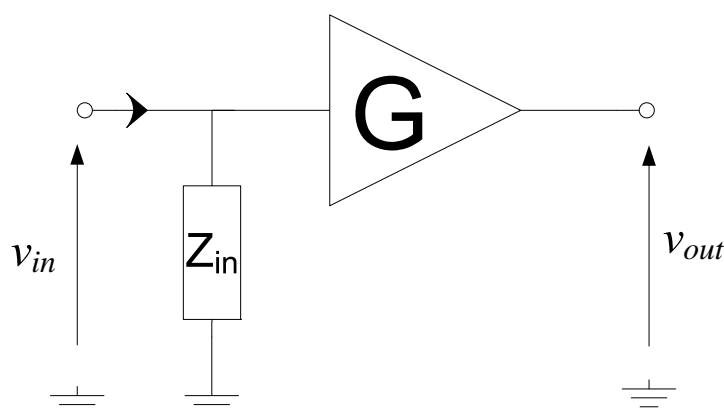
$G = G_o \frac{Z_l}{Z_l + R_3}$ . Lorsque l'on met une charge en sortie, le gain en circuit ouvert est multiplié par le diviseur de tension entre  $R_3$  et la charge. Une manière simple de mettre ce résultat en évidence est de brancher un oscilloscope en sortie d'un amplificateur ayant une résistance  $R_3$  valant  $50 \Omega$  et de mettre en entrée une source de tension. Si l'oscilloscope est en mode haute impédance pour son entrée, la valeur du gain en tension sera  $G_o$ , s'il est en mode  $50 \Omega$ , le gain en tension sera alors divisé par 2.

La spécificité des montages réalisés à partir d'un AO idéal vient du fait que l'impédance d'entrée  $Z_{in}$  est indépendante de la charge en sortie, ce qui permet de la définir de manière intrinsèque :  $Z_{in} = R_1$ . Cela traduit le fait qu'un amplificateur idéal (et non le montage) a une impédance d'entrée infinie, ce qui permet de découpler l'entrée de la sortie. Par conséquent le déterminant de la matrice de transmission est nul, donc la matrice de transmission n'est pas inversible : la sortie ne peut pas devenir l'entrée. En réalité, les amplificateurs ne sont pas idéaux : leur matrice de transmission est inversible.

Ainsi, si l'impédance de la charge placée en sortie du préamplificateur est connue et indépendante des paramètres du circuit, l'impédance d'entrée du préamplificateur et son gain sont donc déterminés et suffisent pour le caractériser complètement.

### 2.2.1.3 Représentation du préamplificateur et de l'analyseur de spectre

Pour traiter de l'influence du préamplificateur sur la mesure, nous avons donc choisi de le représenter par son impédance d'entrée et son gain en tension puisque la charge placée en sortie, à savoir l'analyseur de spectre, est connue.



**Figure. 2.7** – Modèle utilisé pour décrire le préamplificateur

En revanche il y a plusieurs façon de décrire l'analyseur de spectre. Si l'on se réfère à la partie 2.1.2.2, une possibilité est de le considérer comme un quadripôle avec en sortie l'entrée du convertisseur numérique, représenté par une impédance. La partie quadripôle peut alors être décrite par une matrice de transmission. Les paramètres de la matrice



de transmission dépendent du mode de fonctionnement de l'analyseur de spectre, mais l'impédance de l'affichage est fixe. De cette manière, pour un mode de fonctionnement donné de l'analyseur, ce dernier est totalement caractérisé par son impédance d'entrée. Nous avons donc choisi de le représenter par une impédance, toutefois il ne faudra pas oublier que cette représentation masque la partie active de l'analyseur.

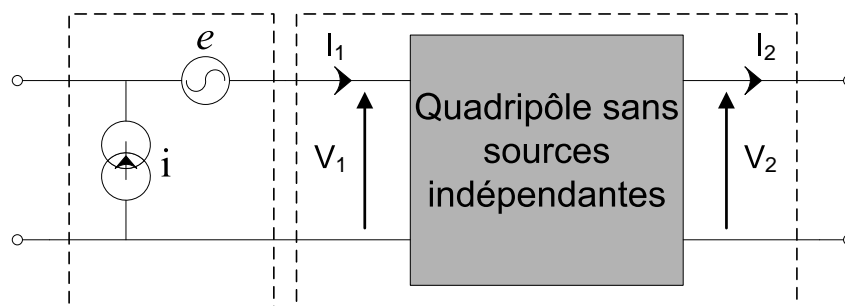
Cette représentation de l'analyseur de spectre permet de caractériser complètement le préamplificateur par la donnée de son impédance d'entrée et de son gain. Mais elle ne permet pas de rendre compte du fait que ces appareils génèrent une tension et une intensité de bruit. Pour modéliser le bruit rajouté, nous avons choisi d'utiliser un modèle à deux sources [53].

### 2.2.2 Modèle du quadripôle avec sources internes libres

Dans le cas où un quadripôle possède des sources de courants et de tensions indépendantes des tensions et des intensités en entrée et en sortie  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $I_1$ , et  $I_2$ , il n'est plus possible d'utiliser directement une représentation matricielle pour le modéliser. Mais par la généralisation des théorèmes de Norton et Thévenin, il est possible de décrire l'ensemble des sources internes par deux sources [54][55]. Le placement en entrée ou en sortie et le type de sources à ajouter dépendent de la représentation choisie. Dans le cas de la représentation par une matrice de transmission, les deux équations couplant l'entrée et la sortie du quadripôle doivent alors être modifiées de la manière suivante :

$$\begin{aligned} V_1 &= AV_2 + BI_2 + e \\ I_1 &= CV_2 + DI_2 + i \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ce qui se traduit schématiquement par deux quadripôles indépendants : un quadripôle composé d'une source de tension et d'une source de courant placé en amont d'un quadripôle sans sources libres représenté par une matrice de transmission (cf figure 2.8).



**Figure. 2.8** — Schéma équivalent d'un quadripôle avec sources internes libres. Le cadre de gauche représente le quadripôle source et le cadre de droite le quadripôle sans sources libres, descriptible par une matrice de transmission

Les sources de tension  $e$  et de courant  $i$  peuvent être corrélées entre elles, si les sources qu'elles représentent le sont, mais elles ne doivent pas être corrélées aux autres grandeurs électriques du circuit ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $I_1$ , et  $I_2$ ), car elles représentent des sources libres. Ce résultat ne peut pas être généralisé dans le cas de sources liées.

Nous utiliserons cette propriété générale des quadripôles avec sources libres pour caractériser le préamplificateur bruyant et l'analyseur de spectre.

## 2.3 Caractérisation du bruit de la chaîne de mesure

Le préamplificateur et l'analyseur de spectre sont des appareils bruyants, il faut donc pouvoir modéliser les signaux qu'ils rajoutent. Nous avons vu à la partie précédente qu'il est possible de décrire un quadripôle avec des sources internes indépendantes par un quadripôle de deux sources et un quadripôle sans sources libres. Il est donc possible de représenter un quadripôle bruyant de cette manière, si les sources de bruit interne au "quadripôle bruyant" ne sont pas corrélées avec le signal en entrée<sup>3</sup> [54][57]. Nous ferons donc cette hypothèse et nous vérifierons a posteriori sa validité.

### 2.3.1 Modélisation du bruit d'un quadripôle : modèle à deux sources

Le préamplificateur sera donc décrit par un quadripôle de bruit en amont d'un préamplificateur idéal. Le quadripôle de bruit sera donc composé d'une source de tension de bruit  $v_n$  et d'une source de courant de bruit  $i_n$ , les deux étant en partie corrélées [58]. Ce modèle est connu sous le nom de modèle à deux sources.

Maintenant que le modèle choisi pour décrire les sources de bruit a été spécifié, il faut déterminer expérimentalement les contributions du "quadripôle bruyant". Considérons le schéma 2.9 : la relation entre la tension source  $v_s$  et la tension en sortie du préamplificateur a pour expression :

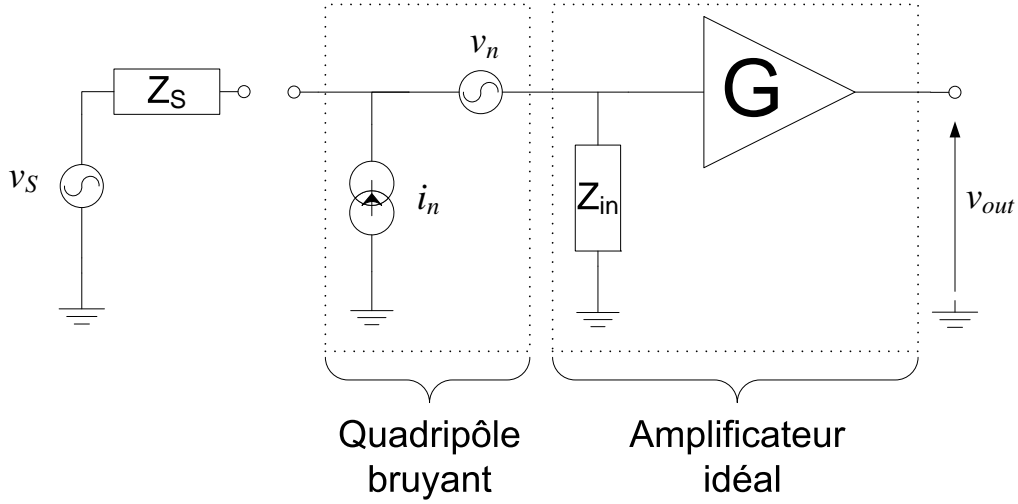
$$v_{out} = G \cdot \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_s} (v_s + v_n + Z_s \cdot i_n) \quad (2.6)$$

L'analyseur de spectre mesure la moyenne temporelle du module carré de la tension dans un filtre de largeur  $\Delta f$  (cf 2.1.2), c'est à dire  $\overline{|v_{out}|^2}$  :

$$\overline{|v_{out}|^2} = G^2 \left| \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_s} \right|^2 \left( \overline{|v_s|^2} + \overline{|v_n|^2} + |Z_s|^2 \overline{|i_n|^2} + Z_s^* \overline{i_n^* v_n} + Z_s \overline{i_n v_n^*} \right) \quad (2.7)$$

---

<sup>3</sup>Une démonstration de ce résultat dans le cas d'un transistor bipolaire est proposée dans la référence [56]



**Figure. 2.9** – Modèle à 2 sources du préamplificateur bruité. Ce dernier est décomposé en un amplificateur non bruité décrit par son gain et son impédance d'entrée et un quadripôle de bruit dont les sources sont corrélées

Du fait de l'hypothèse de non corrélation des sources de bruit avec le signal, les termes croisés contenant  $v_s$  sont nuls. Le terme  $Z_s^* \overline{i_n^* v_n} + Z_s \overline{i_n v_n^*}$  représente la corrélation entre les sources de courant de bruit et de tension de bruit du préamplificateur. Pour pouvoir schématiser ce terme il est intéressant d'introduire une impédance de corrélation [57]. Seule une partie du signal des deux sources est corrélée [57], ce qui permet de décomposer  $v_n$  et  $i_n$  de la façon suivante :

$$v_n = v_{n_{corr}} + v_{n_0} \text{ et } i_n = i_{n_{corr}} + i_{n_0} \text{ avec } v_{n_{corr}} = Z_{corr} i_{n_{corr}} \quad (2.8)$$

Le terme de corrélation de l'équation 2.7 peut alors être re-écrit :

$$Z_s^* \cdot \overline{i_n^* v_n} + Z_s \overline{i_n v_n^*} = (Z_s^* Z_{corr} + Z_s Z_{corr}^*) \cdot \overline{|i_{n_{corr}}|^2}$$

L'équation 2.7 donnant l'expression de la tension mesurée par l'analyseur de spectre en fonction d'un signal source en tenant compte du bruit généré par l'amplificateur s'exprime alors :

$$\overline{|v_{out}|^2} = G^2 \left| \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_s} \right|^2 \left( \overline{|v_s|^2} + \overline{|v_{n_0}|^2} + |Z_s|^2 \overline{|i_{n_0}|^2} + |Z_s + Z_{corr}|^2 \overline{|i_{n_{corr}}|^2} \right) \quad (2.9)$$

Cette écriture permet de mettre en évidence le rôle de chaque source et de voir la dépendance de la tension de sortie en fonction de la charge.

### 2.3.2 Principe de détermination des coefficients de bruit

Pour déterminer les différents termes de bruit apparaissant dans l'équation 2.9, il est plus simple d'utiliser son expression sous la forme ci-dessous :

$$\begin{aligned} \overline{|v_{out}|^2} = G^2 \left| \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_s} \right|^2 & \left( \overline{|v_s|^2} + \overline{|v_n|^2} + |Z_s|^2 \overline{|i_n|^2} \right. \\ & \left. + 2\operatorname{Re}(Z_s)\operatorname{Re}(Z_{corr})\overline{|i_{n_{corr}}|^2} + 2\operatorname{Im}(Z_s)\operatorname{Im}(Z_{corr})\overline{|i_{n_{corr}}|^2} \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

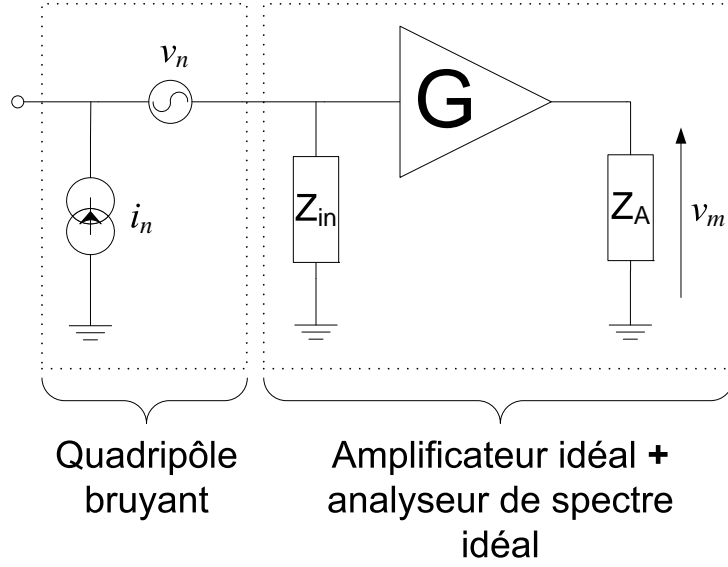
A partir de cette expression il suffit de déterminer expérimentalement les quatre termes à valeurs réelles suivants :  $\overline{|v_n|^2}$ ,  $\overline{|i_n|^2}$ ,  $\operatorname{Re}(Z_{corr})\overline{|i_{n_{corr}}|^2}$ , et  $\operatorname{Im}(Z_{corr})\overline{|i_{n_{corr}}|^2}$  pour soustraire de la mesure le bruit rapporté par le préamplificateur. Pour déterminer les quatre coefficients de bruit du préamplificateur, la solution est d'utiliser quatre charges d'impédances  $Z$  différentes branchées à son entrée et de mesurer  $\overline{|v_{out}|^2}$  avec l'analyseur de spectre. Dans ce cas le signal source sera le bruit thermique de la charge, à savoir :  $\overline{|v_s|^2} = 4k_B T \operatorname{Re}(Z) \Delta f$ , avec  $\Delta f$  la valeur de la bande passante du filtre IF (cf section 2.1.2.2). Ces quatre mesures permettront de résoudre le système composé à partir de l'équation suivante pour quatre valeurs de  $Z$  :

$$\begin{aligned} \overline{|v_{out}|^2} = G^2 \left| \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z} \right|^2 & \left( 4k_B T \operatorname{Re}(Z) \Delta f + \overline{|v_n|^2} + |Z|^2 \overline{|i_n|^2} \right. \\ & \left. + 2\operatorname{Re}(Z)\operatorname{Re}(Z_{corr})\overline{|i_{n_{corr}}|^2} + 2\operatorname{Im}(Z)\operatorname{Im}(Z_{corr})\overline{|i_{n_{corr}}|^2} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

### 2.3.3 Mesure du bruit du système {preamplificateur + analyseur de spectre}

Nous avons traité le cas du bruit du préamplificateur et plus généralement d'un quadripôle. En revanche qu'en est-il de l'analyseur de spectre que nous avons considéré comme un dipôle ? Comme nous l'avons vu à la section 2.2.1.3, une façon de schématiser l'analyseur de spectre est de le décomposer en un quadripôle et une charge représentant sa partie numérique. A partir de cette description il est possible d'appliquer les résultats du modèle à deux sources. Le quadripôle bruyant représentant le bruit de l'analyseur se retrouve alors en sortie du préamplificateur. Ce dernier pouvant être décrit par une matrice de transfert inversible, il est possible de manière formelle d'incorporer le quadripôle bruyant de l'analyseur de spectre dans celui du préamplificateur. La chaîne de mesure peut donc être représentée par le schéma électrique de la figure 2.10.

Pour déterminer expérimentalement les coefficients de bruit décrit par l'équation 2.11, l'utilisation comme charge d'un court-circuit, d'un circuit ouvert, d'une charge purement résistive de  $50\Omega$  par exemple et d'une impédance arbitraire  $Z_D$  comportant une partie



**Figure. 2.10** – Modèle à 2 sources du système {préamplificateur + analyseur de spectre}

imaginaire non nulle permet de simplifier les calculs dans le système précédent<sup>4</sup> :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{|v_{CC}|^2}{G^2} = |v_n|^2 \\ \frac{|v_{CO}|^2}{G^2} = |Z_{in}|^2 |i_n|^2 \\ \left| \frac{Z_{in}+50}{Z_{in}} \right|^2 \frac{|v_{50}|^2}{G^2} - 4k_b T 50 \Delta f = |v_n|^2 + 50^2 |i_n|^2 + 2 * 50 \operatorname{Re}(Z_{corr}) |i_{n_{corr}}|^2 \\ \left| \frac{Z_{in}+Z_D}{Z_{in}} \right|^2 \frac{|v_D|^2}{G^2} - 4k_b T \operatorname{Re}(Z_D) \Delta f = |v_n|^2 + |Z_D|^2 |i_n|^2 \\ + 2 \operatorname{Re}(Z_D) \operatorname{Re}(Z_{corr}) |i_{n_{corr}}|^2 + 2 \operatorname{Im}(Z_D) \operatorname{Im}(Z_{corr}) |i_{n_{corr}}|^2 \end{array} \right.$$

Nous allons voir que cette méthode est efficace pour des mesures jusqu'à la centaine de megahertz, mais l'utilisation d'un court-circuit et d'un circuit ouvert entraîne l'apparition d'artéfacts expérimentaux pour certaines zones de fréquences.

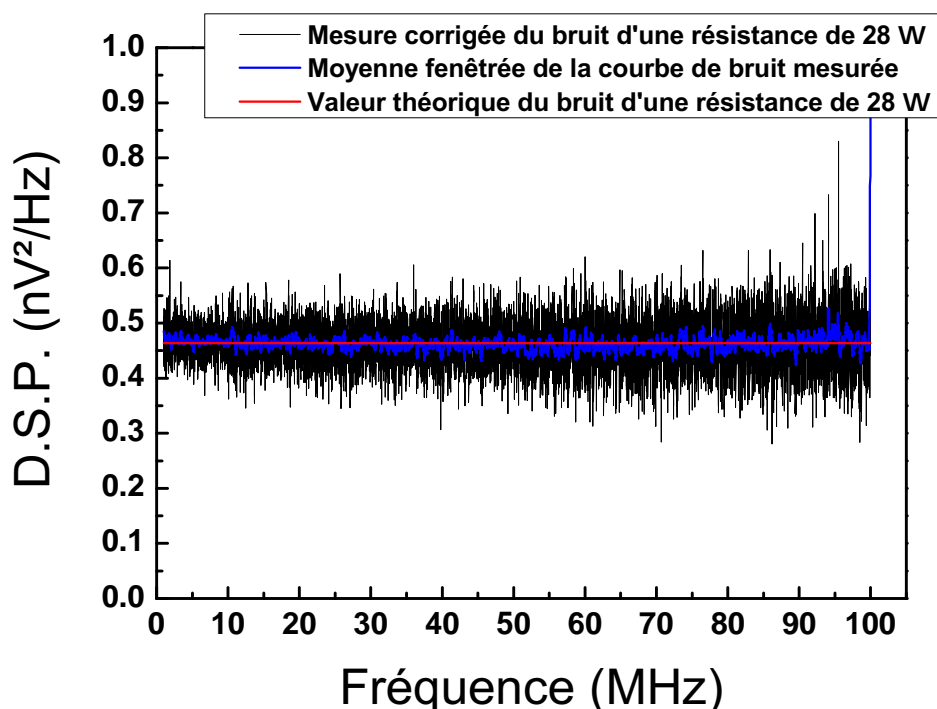
### 2.3.4 Conclusion

Pour tester la validité de ce modèle, nous avons comparé le spectre d'une charge mesurée avec les corrections précédentes à sa valeur théorique. Cette démarche a été réalisée sur deux gammes de fréquence différentes : 400  $Hz$  – 100  $MHz$  et 100  $MHz$  – 6  $GHz$ . Les amplificateurs utilisés sur chacune des gammes sont différents. L'impédance d'entrée et le gain de chacun des amplificateurs ont été caractérisés en fonction de la fréquence ainsi que l'impédance de chaque charge utilisée pour le calibrage et pour les tests. Les méthodes utilisées pour caractériser ces paramètres seront détaillées à la partie suivante.

<sup>4</sup>La bande passante  $\Delta f$  sera rapportée à 1  $Hz$

### 2.3.4.1 Résultats sur la gamme 400 Hz – 100 MHz

La charge utilisée pour ce test est constituée de deux résistances de  $56\ \Omega$  montées en parallèle sur un connecteur de type SMA  $3,5\ mm$ , ce qui est équivalent dans cette gamme de fréquence à une charge purement résistive de  $28\ \Omega$ . Son bruit thermique a donc un spectre blanc d'amplitude  $4,6\ 10^{-19}\ nV^2/Hz$  à  $25\ ^\circ C$ . Dans ce cas, le résultat



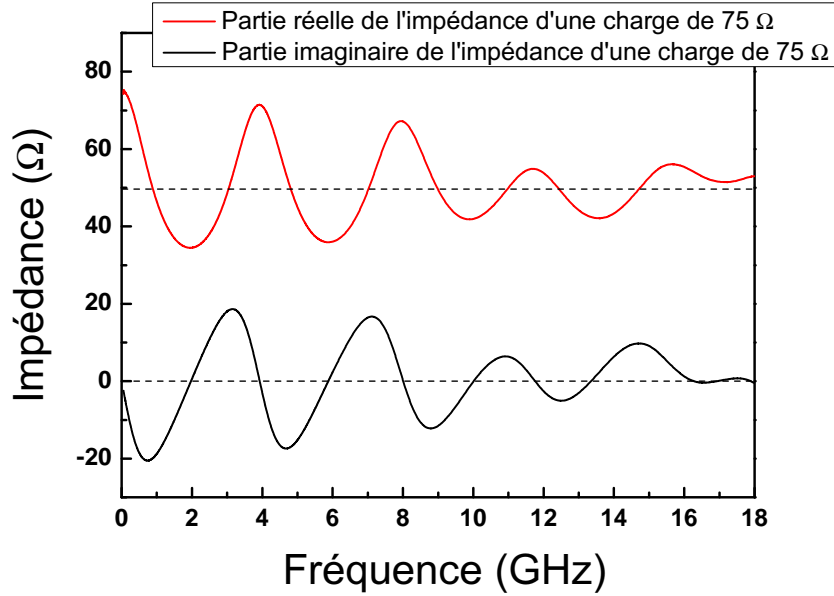
**Figure. 2.11** – Comparaison du bruit thermique mesuré d'une résistance de  $28\ \Omega$ , courbes noire et bleue, avec sa valeur théorique, courbe rouge. Du fait que l'analyseur de spectre ne réalise pas une véritable transformée de Fourier, mais une intégration sur un temps fini, il peut apparaître une variation d'un point de fréquence à l'autre. Cette variation est indépendante du signal mesuré, c'est pourquoi elle peut masquer les faibles variations du signal. Ce phénomène est connu sous le nom de "bruit de trace". Comme le signal que nous mesurons est attendu pour présenter une variation lente en fonction de la fréquence, une technique pour éliminer le bruit de trace est de réaliser une moyenne fenêtrée.

expérimental est en parfait accord avec la valeur théorique, comme on peut le constater sur la figure 2.11.

### 2.3.4.2 Résultats sur la gamme 100 MHz – 6 GHz

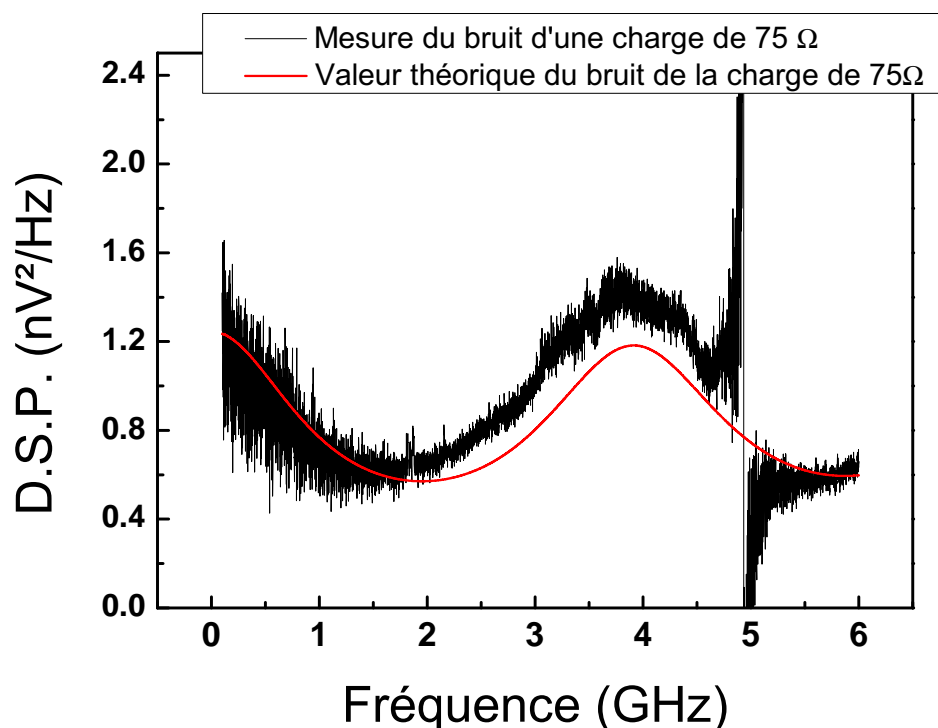
Dans cette gamme de fréquence, les effets de propagation ont une influence de plus en plus importante sur la mesure, comme le montrent les courbes de la figure 2.12 représentant la partie réelle et la partie imaginaire de la charge test utilisée.

Cette charge est constituée de deux résistances de  $150\ \Omega$  montées en parallèle sur un connecteur coaxial d'impédance caractéristique  $50\ \Omega$  de type  $3,5\ mm$  et de  $2\ cm$  de long.



**Figure. 2.12** – Impédance de la charge de 75 Ω mesurée en fonction de la fréquence. Les oscillations de l'impédance sont dues au connecteur adapté 50 Ω sur lequel les résistances sont montées.

Mettre deux résistances en parallèle pour réaliser la charge test a pour but de ne pas briser de manière trop importante les symétries entre le connecteur et les deux résistances pour garder l'approximation des ondes quasi-TEM (Transverse ElectroMagnetic) valide. A basse fréquence, la partie réelle de l'impédance a bien une valeur de 75 Ω et sa partie imaginaire est nulle. Dès que la fréquence augmente, la partie réelle de l'impédance oscille autour de 50 Ω (c'est à dire la valeur de l'impédance caractéristique du connecteur), et la partie imaginaire autour de l'origine. L'atténuation des oscillations vient du fait que les résistances utilisées présentent une capacité en parallèle. Cette capacité est très faible, inférieure au picroFarad, c'est pourquoi elle ne se manifeste qu'à partir de plusieurs gigaHertz. De la même manière, les charges utilisées pour le calibrage des sources de bruit de la chaîne de mesure présentent ces effets à partir de cette gamme de fréquence. Ainsi la partie imaginaire de l'impédance du court-circuit et du circuit ouvert que nous avons utilisés oscillent de manière symétrique autour de l'origine et se croisent à des fréquences multiples de 5 GHz. L'erreur commise lors de la mesure de l'impédance est faible comparée au bruit de trace des mesures de spectres, si bien que lorsque l'on calcule  $\frac{|v_{CC}|^2 - |v_{CO}|^2}{Z_{CC} - Z_{CO}}$ , il apparaît artificiellement un pôle lorsque les impédances des deux charges sont identiques. Ce qui se produit à tous les multiples de 5 GHz, entraînant la divergence du spectre corrigé à cette fréquence, comme le montre la figure 2.13. Pour s'affranchir de cet artéfact lié à la mesure, il faut remplacer le court-circuit et le circuit ouvert pour le calibrage de la chaîne de mesure par des charges dont les impédances n'évoluent pas symétriquement en fonction de la fréquence.



**Figure. 2.13** – Bruit thermique mesuré d’une résistance de  $75\ \Omega$  comparé à sa valeur théorique. Notons la divergence du signal mesurée à  $5\ GHz$ . Il s’agit d’un artéfact dû aux corrections.

Il faut toutefois remarquer que le résultat expérimental est, hors de la zone proche de  $5\ GHz$ , en bon accord avec la valeur théorique. L’hypothèse de non-corrélation entre le signal appliqué à l’entrée et les sources de bruit du banc de mesure est donc vérifiée a posteriori.

Ce dernier exemple a permis de mettre en évidence les effets de propagation quand les longueurs d’ondes des signaux commencent à être comparables aux longueurs des dispositifs qui composent le banc de mesure. La partie suivante sera dédiée aux spécificités des mesures radio-fréquences (RF) et aux corrections mises en oeuvre pour en rendre compte. Jusqu’à présent nous n’avons pas expliqué ces corrections pour simplifier le problème qui ne concernait que la modélisation du bruit de la chaîne de mesure. Ces corrections n’affectent en rien le modèle à deux sources qui est tout à fait général. Elles ont d’ailleurs été utilisées pour déterminer le gain et les impédances utilisés dans le cas des exemples précédents.

## 2.4 Mesures hyperfréquences

Ce qui distingue d’un point de vue physique les hautes fréquences des basses fréquences est la notion de propagation [52]. En basse fréquence on utilise implicitement



l'approximation des régimes quasi stationnaires, ce qui revient à dire que les variations spatiales locales d'une grandeur électrique sont très lentes par rapport aux vitesses de propagation du signal. Ce n'est plus le cas en haute fréquence. Il faut alors tenir compte des délais de propagation qui entraînent l'apparition de déphasage et de phénomènes de réflexion.

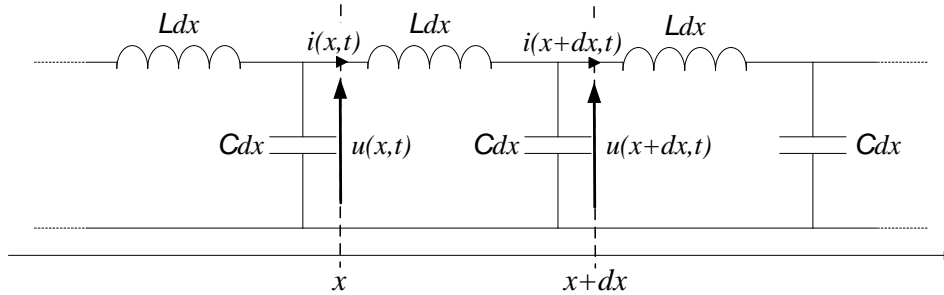
## 2.4.1 Spécificités des mesures hyperfréquences

### 2.4.1.1 Étude d'une ligne idéale

Pour décrire la propagation d'une onde électromagnétique dans un guide d'onde que ce soit une ligne, ou un câble, il est nécessaire de revenir aux équations de Maxwell. A partir de cette approche, pour une géométrie donnée, on peut calculer les grandeurs électriques permettant de déduire la propagation de l'onde de tension et de courant associée à l'onde électromagnétique. Dans le cadre le plus simple d'une ligne idéale, c'est à dire sans absorption et sans courant de fuite à travers le diélectrique, ni rayonnement, deux grandeurs suffisent pour caractériser une ligne :

- une capacité linéique
- une inductance linéique

A partir de ces deux grandeurs on détermine l'équation de propagation de l'onde de tension et de l'onde d'intensité. Nous utiliserons pour cela le modèle dit "du télégraphiste" qui décrit la ligne de la manière illustrée en figure 2.14. Nous nous intéresserons à une



**Figure. 2.14** – Modèle du télégraphiste d'une ligne idéale

partie élémentaire de la ligne de longueur  $dx$ . Celle-ci pouvant être aussi petite qu'on le souhaite, il est alors possible de se placer dans l'approximation des régimes quasi-statiques et donc d'utiliser les lois de Kirchhoff. On obtient ainsi les deux équations couplées suivantes :

$$\begin{cases} u(x,t) = Ldx \frac{\partial i}{\partial t}(x,t) + u(x+dx,t) \\ i(x,t) = Cdx \frac{\partial u}{\partial t}(x+dx,t) + i(x+dx,t) \end{cases}$$

Ce qui se ré-écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) = -L \frac{\partial i}{\partial t}(x, t) \\ \frac{\partial i}{\partial x}(x, t) = -C \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) \end{cases}$$

Une fois découplées, ces deux équations deviennent des équations de propagation de d'Alembert :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{1}{LC} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} - \frac{1}{LC} \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

$\frac{1}{\sqrt{LC}}$  est homogène à une vitesse et caractérise la propagation, nous la noterons  $v_\varphi$ . Les ondes planes progressives constituent une base pour les solutions de l'équation de d'Alembert. Dans ce cas les solutions de l'équation 2.12 peuvent s'écrire comme une superposition de solutions de la forme :

$$\begin{cases} u(x, t) = (u_0^+ e^{-ikx} + u_0^- e^{ikx}) e^{i\omega t} \\ i(x, t) = (i_0^+ e^{-ikx} + i_0^- e^{ikx}) e^{i\omega t} \end{cases} \quad (2.13)$$

Où  $u_0^+$  et  $i_0^+$  représentent respectivement l'amplitude de l'onde de tension se propageant selon la direction des  $x$  croissants et l'amplitude de l'onde de courant associée se propageant dans le même sens. Inversement  $u_0^-$  représente l'amplitude de l'onde de tension se propageant dans le sens opposé. Le courant sera compté positif lorsque qu'il se propage selon les  $x$  croissants et négatif lorsqu'il se propage selon les  $x$  décroissants. Pour que les fonctions  $u$  et  $i$  vérifient l'équation de propagation, il faut qu'elles vérifient la même relation de dispersion  $\frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{CL}} = v_\varphi$ , où  $v_\varphi$  est la vitesse de phase. En introduisant les solutions (2.13) dans l'équation (2.12), on obtient les deux relations suivantes :

$$\frac{u_0^+}{i_0^+} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{et} \quad \frac{u_0^-}{i_0^-} = -\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Ces deux rapports sont constants, de même valeur absolue et ils sont homogènes à une impédance. On pose  $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$ .  $Z_c$  est appelé l'impédance caractéristique. Les solutions (2.13) sont alors liées :

$$\begin{cases} u(x, t) = \left( u_0^+ e^{-i \frac{\omega}{v_\varphi} x} + u_0^- e^{i \frac{\omega}{v_\varphi} x} \right) e^{i\omega t} \\ i(x, t) = \left( \frac{u_0^+}{Z_c} e^{-i \frac{\omega}{v_\varphi} x} - \frac{u_0^-}{Z_c} e^{i \frac{\omega}{v_\varphi} x} \right) e^{i\omega t} \end{cases} \quad (2.14)$$

Il suffit donc de deux conditions aux limites pour déterminer complètement le système. Cette démarche peut-être généralisée pour tenir compte des pertes, les définitions précédentes restant inchangées. Il faut faire maintenant une distinction importante, car nous

avons parlé ici d'impédance caractéristique et non d'impédance. L'impédance caractéristique permet, comme nous l'avons vu, de décrire les propriétés de propagation. Un câble adapté  $50 \Omega$  a une impédance caractéristique effectivement de  $50 \Omega$ , mais il est impossible de mesurer avec un ohmmètre cette valeur (sauf dans le cas théorique d'un câble semi-infini). L'impédance caractéristique constitue le pendant à l'indice optique d'un milieu dans la théorie de l'optique ondulatoire.

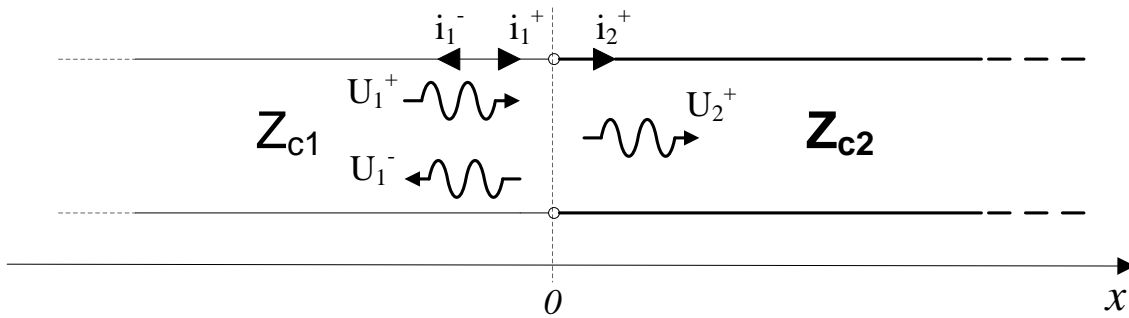
En revanche nous allons voir dans la partie suivante que pour un composant discret, c'est-à-dire dont l'extension spatiale est petite par rapport à la longueur d'onde du signal, son impédance joue le même rôle que l'impédance caractéristique.

#### 2.4.1.2 Terminaison d'une ligne semi-infinie : réflexion et transmission

Maintenant nous allons nous intéresser à la signification de l'impédance caractéristique afin de pouvoir préciser ce qu'est la notion d'adaptation d'impédance. Pour cela nous allons étudier deux cas :

##### Raccord entre deux lignes semi-infinies

Considérons deux lignes semi-infinies  $n^o1$  et  $n^o2$  raccordées en  $x = 0$  et d'impédance caractéristique respective  $Z_{c1}$  et  $Z_{c2}$ . Soit une onde incidente plane monochromatique se propageant dans le sens des  $x$  croissants. De manière générale, à l'interface entre les deux lignes, une partie de l'onde est réfléchiée dans la ligne  $n^o1$  et l'autre partie transmise dans la ligne  $n^o2$ . Soient  $\Gamma$  et  $T$  respectivement les coefficients de réflexion et de transmission



**Figure. 2.15** – Deux lignes semi-infinies d'impédance caractéristique respective  $Z_{c1}$  et  $Z_{c2}$  connectées en  $x = 0$

en tension. Alors :  $u_1^- = \Gamma u_1^+$  et  $u_2^+ = T u_1^+$ . Par continuité de la tension en  $x = 0$  il vient immédiatement :  $T - \Gamma = 1$ . D'après les équations 2.14, on a pour le courant :  $i_1^- = -\Gamma i_1^+$  et  $i_2^+ = \frac{Z_{c1}}{Z_{c2}} T i_1^+$ . Par continuité du courant il vient  $\Gamma + \frac{Z_{c1}}{Z_{c2}} T = 1$ . Par ces deux conditions de continuité de l'onde électromagnétique, on peut déterminer les expressions

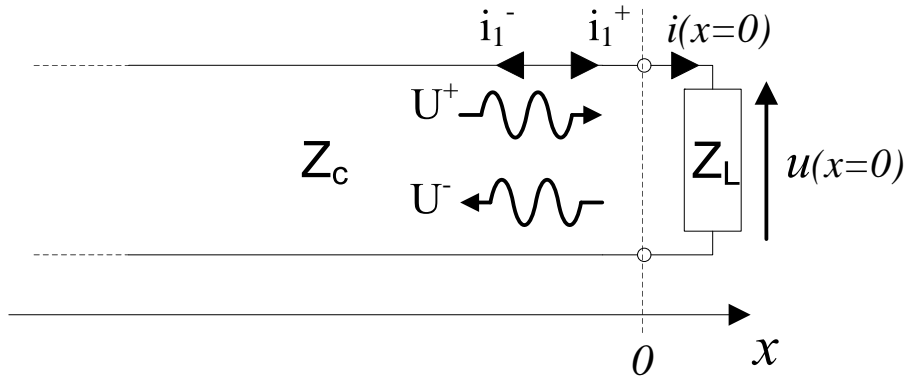
des coefficients de réflexion et de transmission :

$$\Gamma = \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \quad \text{et} \quad T = \frac{2Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \quad (2.15)$$

Cette exemple illustre le rôle de l'impédance caractéristique pour la propagation d'un signal dans une série de lignes et il est généralisable à des lignes finies. Maintenant nous allons voir son rôle dans le cas où la ligne  $n^{\circ}2$  est remplacée par une charge discrète.

### Ligne semi-infinie terminée par une charge

Considérons donc une ligne semi-infinie d'impédance caractéristique  $Z_c$  terminée en  $x = 0$  par une charge d'impédance  $Z_l$ . Cette impédance n'a pas la même signification physique que l'impédance caractéristique.



**Figure. 2.16** – ligne semi-infinie terminée par une charge d'impédance  $Z_l$

Soit  $\Gamma$  le coefficient de réflexion en tension alors :  $u^- = \Gamma u^+$  et  $i^- = -\Gamma i^+$ . En  $x = 0$ , la charge impose :  $u(0) = Z_l i(0)$ ; la tension et le courant étant continus alors  $u^+(0) + u^-(0) = Z_l (i^+(0) + i^-(0))$ , soit :

$$\Gamma = \frac{Z_l - Z_c}{Z_c + Z_l} \quad (2.16)$$

Remarquons que le coefficient de réflexion obtenu dans ce cas est identique à celui du cas du raccord de deux lignes si l'on remplace l'impédance caractéristique de la deuxième ligne par l'impédance de la charge. Pour un composant discret l'impédance joue donc le même rôle que l'impédance caractéristique d'un dispositif distribué.

En conclusion, on dit que deux systèmes sont adaptés si leurs impédances caractéristiques au niveau de leur contact sont les mêmes. Dans ce cas le coefficient de réflexion entre les deux systèmes est nul, c'est-à-dire que toute la puissance fournie par l'un est transmise à l'autre. La norme actuelle fixe cette impédance à  $50 \Omega$ . Il résulte de cela que

les impédances d'entrée et/ou de sortie de la majorité des appareils hyperfréquences est de  $50\ \Omega$ .

## 2.4.2 Modèle RF de la ligne de mesure

En réalité, les impédances et les impédances caractéristiques de la chaîne de mesure ne sont pas exactement fixes à  $50\ \Omega$ , mais dépendent de la fréquence et ce de manière plus ou moins complexe. C'est pourquoi il est nécessaire de les caractériser en fonction de la fréquence. Pour ce faire nous utilisons un analyseur de réseau vectoriel (VNA), dont nous allons expliquer le fonctionnement.

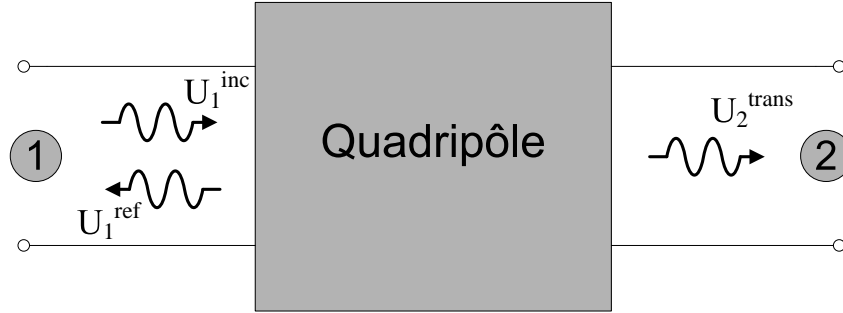
### 2.4.2.1 Principe de fonctionnement d'un analyseur de réseau vectoriel

Un analyseur de réseau vectoriel permet de mesurer le coefficient de réflexion en tension d'un dipôle, et les coefficients de réflexion et de transmission de chacun des ports d'entrée et de sortie d'un quadripôle. Dans ce dernier cas les coefficients sont regroupés dans une matrice, appelée matrice  $S$ .

Pour réaliser cette mesure, l'analyseur de réseaux est constitué de deux ports (indiqués 1 et 2) ayant chacun une source et un détecteur. Chaque source est couplée avec chaque détecteur ce qui permet de remonter au décalage de phase induit par le dispositif à tester lors de la mesure. Chaque port est adapté à l'impédance de  $50\ \Omega$ .

L'entrée du dispositif à tester est connectée au port 1 du V.N.A. et la sortie au port 2. La mesure est alors réalisée de la manière suivante :

1. La source du port 1 génère une tension  $u_1^{inc}$  monochromatique de pulsation  $\omega$  qui se propage en direction de l'entrée du dispositif sous test.
2. Arrivée à ce point l'onde de tension incidente se décompose en une onde réfléchie  $u_1^{ref}$  qui remonte vers le détecteur du port 1 et une onde de tension transmise par le dispositif testé  $u_1^{trans}$  qui se propage jusqu'au détecteur du port 2 (cf figure 2.17). Pendant ces deux étapes la source du port 2 est éteinte. La mesure réalisée sur le port 1 donne accès au coefficient de réflexion en entrée du quadripôle, qui correspond au coefficient  $S_{11}$  de la matrice  $S$ . La mesure réalisée sur le port 2 donne accès au coefficient de transmission de l'entrée vers la sortie quadripôle. Il correspond au coefficient  $S_{21}$  de la matrice  $S$ .
3. Ensuite la source du port 1 est éteinte, et la source du port 2 génère à son tour une tension  $u_2^{inc}$  monochromatique de pulsation  $\omega$  qui se propage en direction de la sortie du dispositif sous test.
4. De la même manière qu'à la deuxième étape, l'onde de tension incidente se décompose en une onde réfléchie  $u_2^{ref}$  qui remonte vers le détecteur du port 2 et une onde



**Figure. 2.17** – Principe de la mesure d'un VNA

de tension transmise  $u_2^{trans}$  qui se propage jusqu'au détecteur du port 1. Ce qui donne respectivement les valeurs des coefficients  $S_{22}$  et  $S_{12}$  de la matrice  $S$ .

5. Le même ensemble de mesures est ensuite réalisé à une autre pulsation et ainsi de suite, jusqu'à obtenir un spectre de matrice  $S(\omega)$ .

Pour résumer la matrice  $S$  est composée des quatre coefficients suivants :

$$S_{11} = \frac{u_1^{ref}}{u_1^{inc}}|_{u_2^{inc}=0} \quad S_{12} = \frac{u_2^{trans}}{u_2^{inc}}|_{u_1^{inc}=0} \quad S_{21} = \frac{u_1^{trans}}{u_1^{inc}}|_{u_2^{inc}=0} \quad S_{22} = \frac{u_2^{ref}}{u_2^{inc}}|_{u_1^{inc}=0}$$

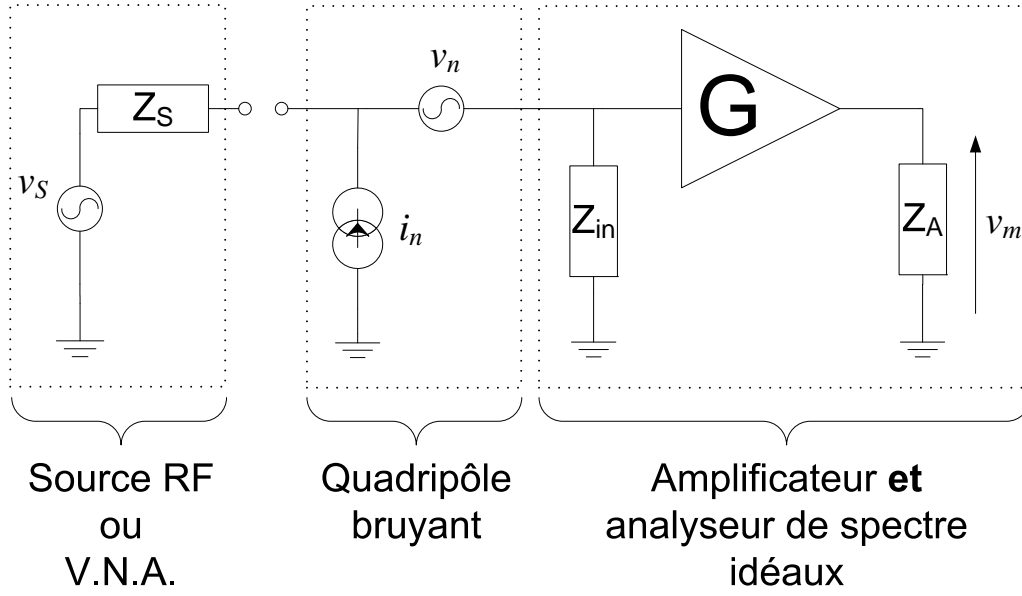
La matrice  $S$  n'est qu'une autre façon de mesurer les paramètres intrinsèques d'un quadripôle, si bien qu'elle peut-être reliée à la matrice transmission définie à la partie 2.2.1 [52]. Dans le cas plus simple d'un dipôle, seul un port est utilisé, la mesure donne directement le coefficient de réflexion équivalent au paramètre  $S_{11}$ . L'impédance du dipôle est simplement donnée par  $Z = 50 \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}}$ .

#### 2.4.2.2 Détermination de l'impédance d'entrée et du gain du préamplificateur couplé à l'analyseur de spectre

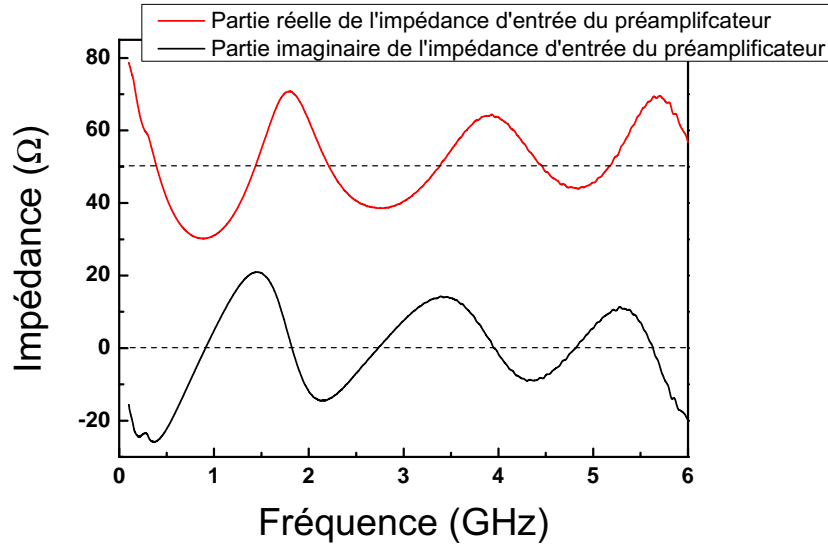
A partir de ce point, le préamplificateur ne sera plus traité de manière indépendante, mais couplé en sortie avec l'analyseur de spectre comme à la partie 2.3.3 (cf figure 2.18).

L'impédance d'entrée de ce système est mesurée en fonction de la fréquence avec un analyseur de réseau vectoriel en mesure de réflexion. Le VNA utilisé est un **Agilent PNA Network-Analyzer 10 MHz - 40 GHz E8363B**. La puissance envoyée est de  $-50 \text{ dBm}$  ce qui est très supérieur à celle des sources de bruit du système, si bien que l'erreur commise est très faible, comme on le voit sur la figure 2.19.

Pour la mesure du gain nous utilisons une source RF **Anritsu CW generator 40 GHz MG3694A** dont l'impédance de sortie  $Z_S$  a été mesurée en fonction de la fréquence à l'analyseur de réseau, dans la configuration utilisée pour la mesure de gain.



**Figure. 2.18** – Schéma électrique de la chaîne de mesure avec ses sources de bruit, en vue de la caractérisation de son impédance d'entrée  $Z_{in}$  et de son gain en tension.



**Figure. 2.19** – Mesure à l'analyseur de réseau de l'impédance d'entrée de l'amplificateur branché sur l'analyseur de spectre

Lorsque la source délivre une tension monochromatique  $v_S$  à la pulsation  $\omega$ , le module carré de la tension alors mesuré par l'analyseur de spectre  $\overline{|v_m|^2}$  a pour expression :

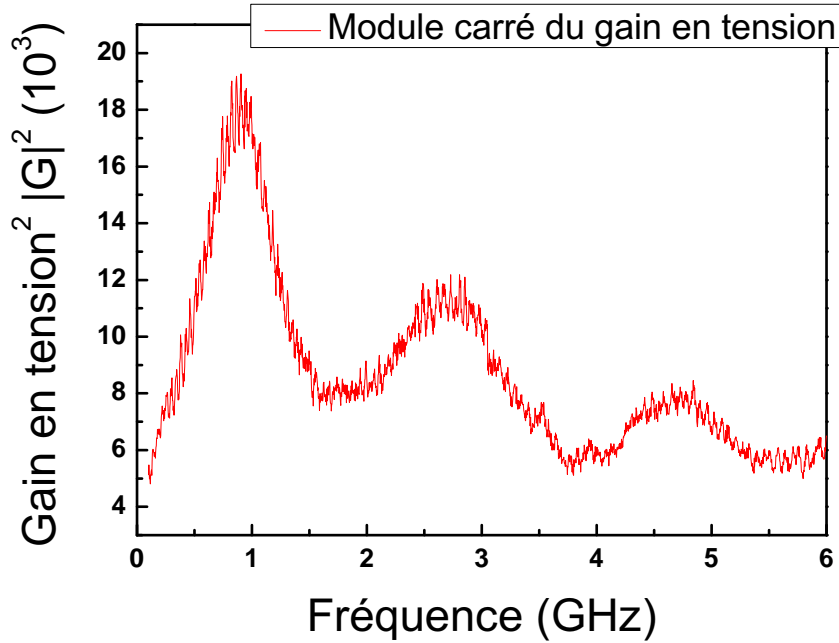
$$\overline{|v_m|^2}(\omega) = |G(\omega)|^2 \left| \frac{Z_{in}(\omega)}{Z_{in}(\omega) + Z_S(\omega)} \right|^2 \left( \overline{|v_S|^2}(\omega) + \overline{|v_n|^2}(\omega) + |Z_S(\omega)|^2 \overline{|i_n|^2}(\omega) + Z_S^*(\omega) \overline{i_n^* v_n}(\omega) + Z_S(\omega) \overline{i_n v_n^*}(\omega) \right)$$

Le gain est déterminé en faisant deux mesures à deux valeurs différentes,  $v_{S1}$  et  $v_{S2}$ , de la tension de consigne. En faisant la soustraction des deux mesures, on obtient la

valeur du module carré du gain tout en faisant disparaître la contribution du bruit du préamplificateur et de l'analyseur de spectre :

$$|G(\omega)|^2 = \left| \frac{Z_{in}(\omega) + Z_S(\omega)}{Z_{in}(\omega)} \right|^2 \frac{\overline{|v_{m_2}|^2}(\omega) - \overline{|v_{m_1}|^2}(\omega)}{\overline{|v_{S_2}|^2}(\omega) - \overline{|v_{S_1}|^2}(\omega)} \quad (2.17)$$

On réalise ainsi un balayage en fréquence sur la gamme de fonctionnement de l'amplificateur, ce qui donne le spectre du gain de la figure 2.20.



**Figure. 2.20** – Gain en tension de l'amplificateur. L'enveloppe de la courbe de gain est décroissante en fonction de la fréquence. Nous remarquons des oscillations lentes et très marquées et des oscillations rapides faiblement marquées. Nous verrons à la partie suivante l'explication des premières. Les secondes traduisent la désadaptation entre l'impédance de sortie du préamplificateur, l'impédance d'entrée de l'analyseur de spectre et l'impédance du câble qui relie les deux. Cette désadaptation entraîne l'apparition d'une onde stationnaire dans le câble. Plus celui-ci est long plus la "période" des oscillations est faible. Dans le cas présent le câble mesure 1 m, il s'agit bien sûr du câble utilisé pour la mesure de bruit.

#### 2.4.2.3 Traitement du T de polarisation et des sondes

Le T de polarisation est un élément passif réciproque, comme celui décrit à la partie 2.2.1, exemple 1. Il est donc décrit par une matrice de transmission inversible. Au lieu de mesurer cette matrice de transmission à l'analyseur de réseau, nous avons préféré l'inclure dans la description de l'amplificateur, ce qui revient à modifier le gain de ce dernier et son impédance d'entrée. Les mesures décrites précédemment ont été en réalité réalisées sur l'ensemble {T de polarisation + amplificateur + analyseur de spectre}. Nous avons fait ce choix pour diminuer le nombre de mesures mises en jeu pour la correction des données afin de simplifier le protocole de mesure. Ceci permet d'expliquer les oscillations



dans les mesures du spectre de l'impédance d'entrée (figure 2.19) et du gain du système (figure 2.20) : la période des oscillations correspond bien à la longueur de ligne dans le T de polarisation, à savoir environ 10 *cm*.

En revanche, bien que les sondes soient elles aussi des éléments passifs réciproques, il est impossible de les inclure dans l'ensemble précédent. En effet, tous les éléments le constituant sont des dispositifs montés avec des connecteurs. C'est-à-dire que l'on peut directement les brancher sur les appareils de mesures comme le VNA ou la source RF. Ce n'est pas le cas des sondes, dont l'entrée est constituée de "pattes" coplanaires pour le contact sur substrat et dont la sortie est un connecteur. C'est d'ailleurs le rôle des sondes que de passer d'un connecteur à des pistes de contact. Nous avons donc été obligés de mesurer la matrice de transmission des sondes d'une manière différente :

Nous avons réalisé trois mesures en réflexion avec un analyseur de réseau branché sur le connecteur de sortie de la sonde. Chaque mesure d'impédance réfléchi  $Z_r$  correspond à une charge  $Z_l$  différente en entrée de la sonde<sup>5</sup>. d'après la définition de la matrice de transmission (cf équations (2.2)) :

$$Z_r(\omega) = \frac{Z_l(\omega)A(\omega) + B(\omega)}{Z_l(\omega)C(\omega) + D(\omega)}$$

Nous utilisons trois charges de métrologie sur un substrat de calibration : un circuit-ouvert, un court-circuit et une charge de 50  $\Omega$ . En réalité la mesure en circuit ouvert ne correspond pas un véritable circuit-ouvert car les sondes présentent un effet capacitif  $C_{co}$  en bout de piste. De la même manière il apparaît un effet inductif lors des mesures sur le court-circuit  $L_{cc}$  et sur la charge  $L_{50}$ . Les valeurs de ces paramètres sont fournies par le constructeur. Ainsi les trois mesures donnent le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} Z_{co}(\omega) = \frac{A + jC_{co}\omega B}{C + jC_{co}\omega D} \\ Z_{cc}(\omega) = \frac{jL_{cc}\omega A + B}{jL_{cc}\omega C + D} \\ Z_{50}(\omega) = \frac{jL_{50}\omega A + B}{jL_{50}\omega C + D} \end{cases}$$

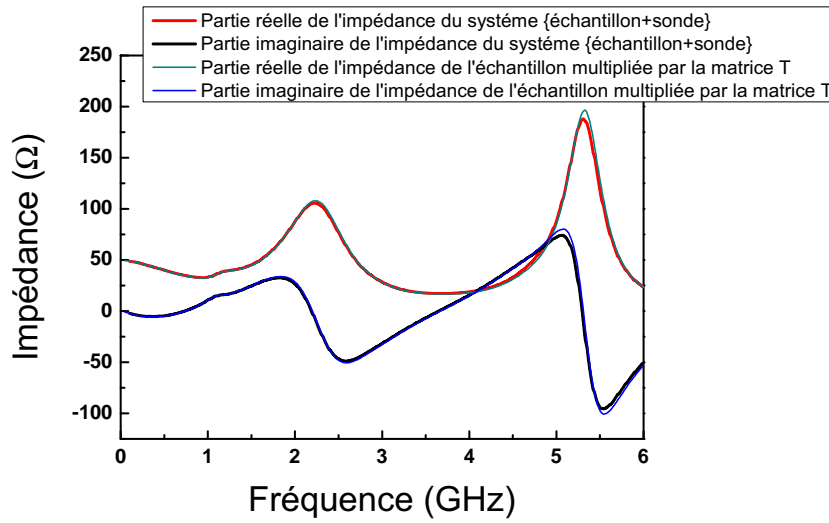
avec A, B, C et D les quatre paramètres de la matrice de transmission des sondes où l'entrée correspond au connecteur et la sortie aux pistes de contact. La quatrième équation provient du fait qu'il s'agit d'un dispositif réciproque, donc que le déterminant de la matrice de transfert vaut 1 :

$$AD - BC = 1$$

---

<sup>5</sup>Les mesures du VNA permettent de remonter à l'impédance du système constitué par la sonde et la charge qui la termine. Le résultat de chacune des mesures sera respectivement noté :  $Z_{co}$ ,  $Z_{cc}$ , et  $Z_{50}$

Pour tester la qualité de cette approche nous avons réalisé deux mesures en réflexion sur un échantillon. Une mesure est faite sur le système global {sonde + échantillon} et l'autre seulement sur l'échantillon après avoir réalisé une calibration du V.N.A. en bout de sonde. En multipliant la mesure réalisée sur l'échantillon seul par la matrice de transmission de la sonde déterminée par la méthode précédente, on obtient l'impédance du système {sonde + échantillon} que l'on peut comparer avec la mesure directe (cf figure 2.21) : ce résultat nous permet de valider notre approche.



**Figure. 2.21** — comparaison entre mesure directe et mesure avec le calcul

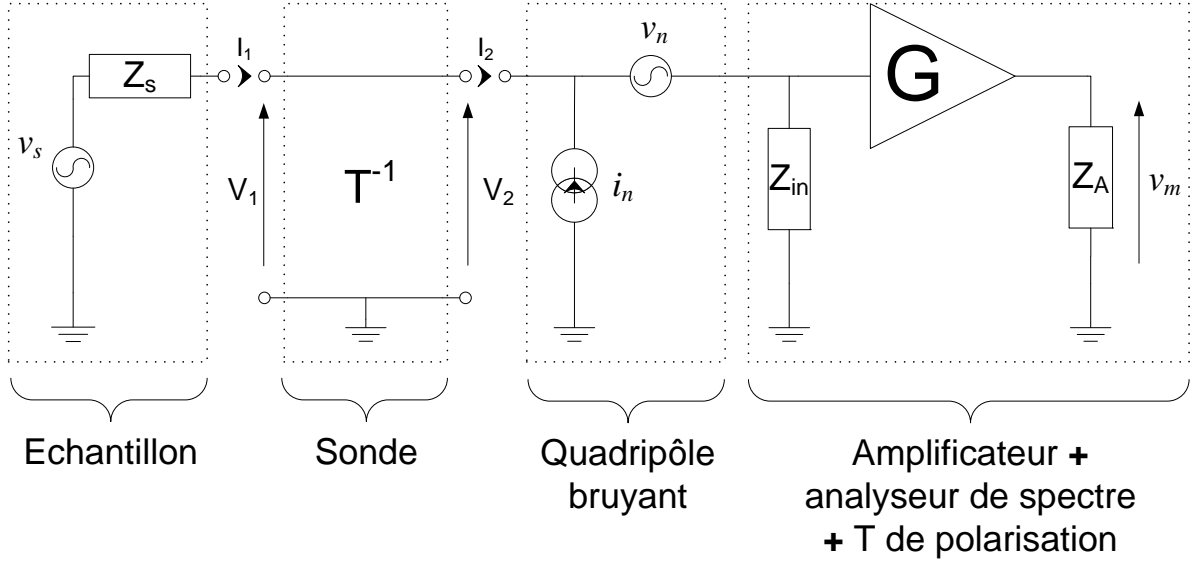
En revanche, pour les corrections de la chaîne de mesure, il nous faut la matrice de transmission où l'entrée correspond aux pistes coplanaires, c'est à dire l'inverse de la matrice de transmission précédente, sans oublier de tenir compte du fait que les courants doivent alors être inversés. Cette matrice de transmission que nous noterons alors par abus  $T^{-1}$ , avec les coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , et  $d$ , a alors pour expression :

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & B \\ C & A \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

A partir de ce point, tous les éléments de la chaîne de mesure sont caractérisés.

#### 2.4.2.4 Correction générale de la chaîne de mesure

L'échantillon est placé à l'entrée de la sonde. Il est caractérisé par son impédance complexe  $Z_s$  et la tension à ces bornes  $v_s$  que nous voulons mesurer. Le schéma 2.22 décrit la chaîne de mesure complète avec les sources de bruit telles qu'elles ont été mesurées (confère partie 4.6). D'après ce schéma, nous avons la relation suivante entre  $v_s$  et  $V_1$  et



**Figure. 2.22** – Description schématique de la chaîne de mesure avec les sources de bruit des éléments actifs. L'échantillon est caractérisé par son impédance  $Z_s$  et  $v_s$  représente le signal de bruit qu'il génère à ses bornes.

$I_1$  :

$$v_s = V_1 + Z_s I_1 \quad (2.19)$$

De même, si l'on ne considère pas le bruit généré par le banc de mesure, nous obtenons les relations suivantes entre  $v_m$ ,  $V_2$  et  $I_2$  :

$$v_m = G \cdot V_2$$

$$V_2 = Z_{in} I_2$$

La matrice de transmission  $T^{-1}$  permet de relier  $V_1$  et  $I_1$  à  $V_2$  :

$$\begin{aligned} V_1 &= \left( a + \frac{b}{Z_{in}} \right) V_2 \\ I_1 &= \left( c + \frac{d}{Z_{in}} \right) V_2 \end{aligned}$$

A partir de ces équations il est facile de déterminer la relation entre la tension mesurée et celle aux bornes de l'échantillon :

$$v_m = G \frac{Z_{in}}{(aZ_{in} + b) + Z_s(cZ_{in} + d)} v_s \quad (2.20)$$

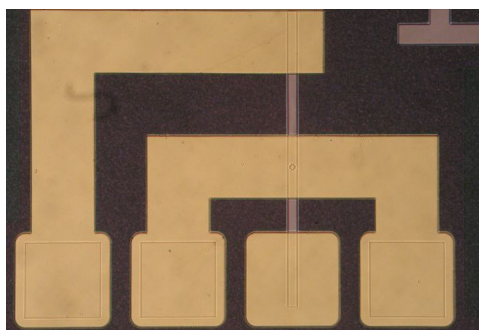
Si maintenant l'on tient compte des sources de bruit, le résultat est un peu plus compliqué :

$$\begin{aligned} \overline{|v_m|^2} &= |G|^2 \left| \frac{Z_{in}}{(aZ_{in} + b) + Z_s(cZ_{in} + d)} \right|^2 \left( \overline{|v_s|^2} + |a + Z_s c|^2 \overline{|v_n|^2} + |b + Z_s d|^2 \overline{|i_n|^2} \right. \\ &\quad \left. + 2 \operatorname{Re}(b + Z_s d) \operatorname{Re}(Z_{corr}) \overline{|i_{n_{corr}}|^2} + 2 \operatorname{Im}(b + Z_s d) \operatorname{Im}(Z_{corr}) \overline{|i_{n_{corr}}|^2} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Il reste une dernière partie dans ce travail de modélisation que nous allons discuter dans le paragraphe suivant, à savoir la description de l'échantillon lui-même et plus précisément des pistes de contact de la jonction tunnel magnétique ou de la vanne de spin. Le but est de remonter à la tension aux bornes de la jonction connaissant la tension aux bornes des pistes.

### 2.4.3 Caractérisation fréquentielle des échantillons

Les échantillons sont des têtes de lecture fabriquées par la société Headway Technologies. Il s'agit de piliers de taille submicronique contactés en vue d'une caractérisation électrique. C'est à dire que le design des pistes n'est pas celui utilisé pour les têtes de lectures "packagées".



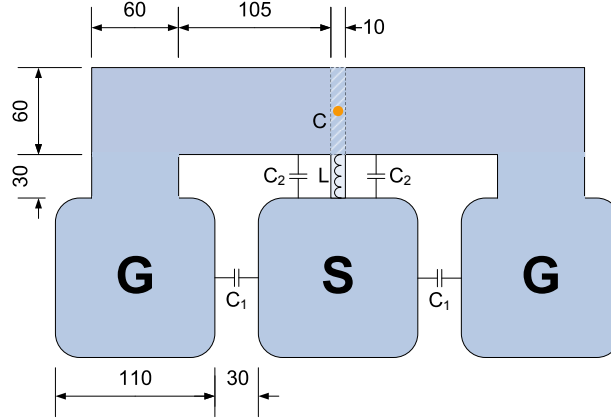
**Figure. 2.23** – Photo vue de dessus des pistes de contact d'un échantillon. L'échantillon est constituée d'une piste supérieure en or et d'une piste inférieure en permalloy qui est plus étroite (elle apparaît en plus sombre sur la photo). Chaque piste est connectée de part et d'autre à un plot de contact. La jonction se trouve au croisement des deux pistes. Cette géométrie a été développée pour la caractérisation statique quatre fils.

#### 2.4.3.1 Description électrique

Les pistes ne sont pas adaptées pour les micro-ondes et nous verrons que la bande passante de l'échantillon n'est pas optimale. En revanche la dimension moyenne d'une piste ( $\approx 150 \mu m$ ) est de l'ordre de la centaine de micromètres. Or à  $20 GHz$ , la longueur d'onde effective est de l'ordre  $10 cm$ . Il est donc raisonnable de considérer la tête {piste + pilier} comme ponctuelle jusqu'à environ une vingtaine de gigahertz. Il est donc possible de la décrire par une série de dipôles passifs discrets.

Si nous reprenons le schéma des pistes de contact (figure 2.24), nous pouvons localiser les différentes résistances, inductances et capacités qu'elles peuvent représenter :

Pour estimer l'ordre de grandeur des capacités nous utiliserons l'approximation du condensateur plan. Il faut savoir que cette approximation a pour effet de sous-estimer la



**Figure. 2.24** — Schéma de la partie des pistes utilisées pour le contact Ground-Signal-Ground par les sondes RF. Ce type de contacts permet de garder une géométrie coplanaire. La piste connectée au plot signal correspond à la piste inférieure. Les dimensions indiquées sont en micromètres

valeur de la capacité car elle ne tient pas compte des effets de bords, mais elle a l'avantage de donner un ordre de grandeur raisonnable. Pour les capacités  $C_1$  et  $C_2$ , représentées sur le schéma 2.24, le diélectrique à considérer est l'air  $\epsilon_r \approx 1$  et l'épaisseur d'un plot de contact est de l'ordre de la centaine de nanomètres, si bien que :

$$C_1 \approx 3,3 \cdot 10^{-15} \text{ F} \text{ et } C_2 \approx \frac{C_1}{2} \approx 1,7 \cdot 10^{-15} \text{ F}$$

Pour la capacité  $C$  qui correspond au recouvrement des pistes supérieure et inférieure le diélectrique à considérer est de l'alumine  $\epsilon_r \approx 10$ . De plus la surface du pilier, par rapport aux deux surfaces en regard est négligeable. Ainsi :

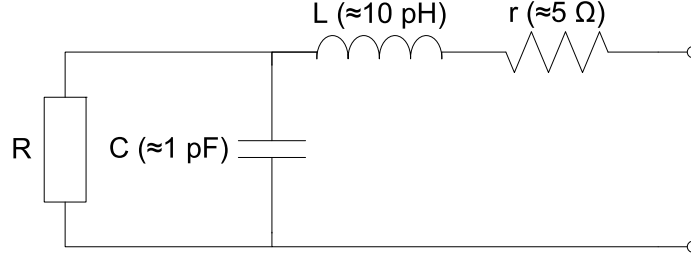
$$C \approx 0,9 \text{ pF}, \text{ donc } C \gg C_1 \text{ et } C_2$$

Nous pouvons donc négliger les capacités  $C_1$  et  $C_2$  par rapport à  $C$ .

Les effets inductifs augmentent dans le même sens que le ratio longueur sur dimensions latérales, si bien qu'ils seront prépondérants au niveau de la piste inférieure (cf schéma 2.24). L'ordre de grandeur attendu est la dizaine de pico-Henri.

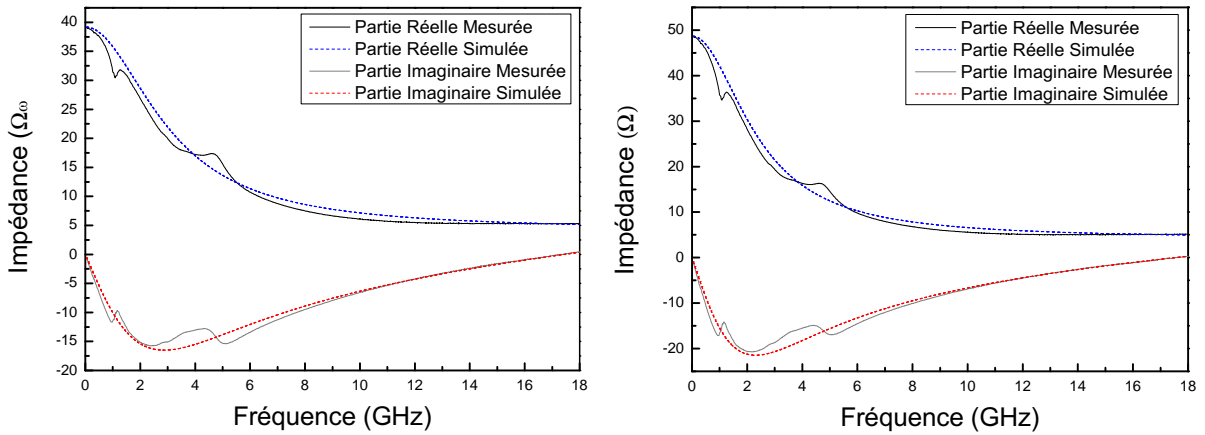
Une partie de la résistance n'est pas portée par le pilier mais par les pistes de contact. Connaissant les dimensions et les matériaux utilisés nous pouvons estimer cette résistance à environ  $5 \Omega$ .

En tenant compte de ces différents éléments, l'échantillon peut être modélisé électriquement comme décrit sur le schéma 2.25. A partir de ce schéma électrique, nous en déduisons l'impédance complexe équivalente de l'échantillon en fonction des paramètres libres  $C$ ,  $L$  et  $r$ . De la même manière que les impédances des éléments du banc de mesure ont été caractérisées avec l'analyseur de réseau, nous avons mesuré l'impédance des



**Figure. 2.25** — Schéma électrique de l'échantillon.  $C$ ,  $L$ ,  $r$ , et  $R$  représentent respectivement la capacité entre la piste supérieure et la piste inférieure, l'inductance des pistes, leur résistance, et la résistance de la jonction. Les valeurs de ces différents éléments correspondent aux estimations précédentes.

échantillons en fonction de la fréquence et nous l'avons comparée avec celle calculée afin d'en ajuster la valeur des différents éléments. Le résultat est présenté sur la figure 2.26. Nous pouvons constater que la mesure est en bon accord avec la prédiction de notre mo-

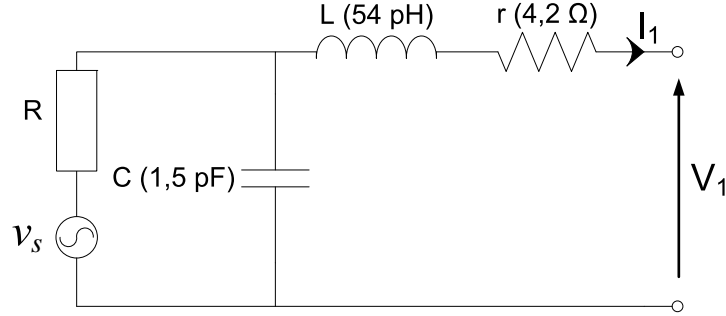


**Figure. 2.26** — Comparaison de l'impédance d'un échantillon mesurée au VNA et calculée à partir du schéma électrique 2.25. Le graphique de gauche correspond au cas où les aimantations sont parallèles, celui de droite au cas antiparallèle. L'écart entre la courbe ajustée et la mesure autour de  $5\text{ GHz}$  est lié à la résonance ferromagnétique de la piste inférieure qui est en permalloy. Notre modèle électrique ne peut pas rendre compte.

dèle électrique et que les valeurs obtenues par ajustement, indiquées sur le schéma 2.27 sont proches des estimations précédentes.

Cette étape de correction s'appelle le "deembedding". Il faut noter que c'est l'effet capacitif qui domine dans la réponse des pistes de l'échantillon, qui sont alors assimilables à un filtre passe-bas de fréquence de coupure à  $-3\text{ dB}$  à environ  $2\text{ GHz}$ .

Lors de cette étape il est possible d'appliquer un champ et de faire circuler un courant continu au travers de l'échantillon. La résistance du pilier  $R$  dépendant de la configuration magnétique de la JTM, comme le montrent les mesures de la figure 2.26, et du



**Figure. 2.27** – Schéma électrique de l'échantillon avec les valeurs ajustées. A partir de ce schéma il est possible de relier directement la tension de bruit aux bornes de la jonction  $v_s$  à la tension et à l'intensité aux bornes de l'échantillon.

courant qui la traverse, il est nécessaire de faire cette correction pour chacune des valeurs de courant de polarisation et de champ qui seront utilisées lors des mesures de bruit.

#### 2.4.4 Corrections globales

Pour introduire le résultat du "deembedding" de l'échantillon dans l'équation 2.21, il suffit de remplacer l'expression l'équation (2.19) par celle obtenue à partir du schéma 2.27 :

$$v_s = (1 + jRC\omega)V_1 + [R + (1 + jRC\omega)(r + jL\omega)] I_1$$

la densité spectrale de la tension mesurée  $S_{v_m}$  est alors directement reliée à celle de la tension aux bornes de la jonction  $S_{v_s}$  par :

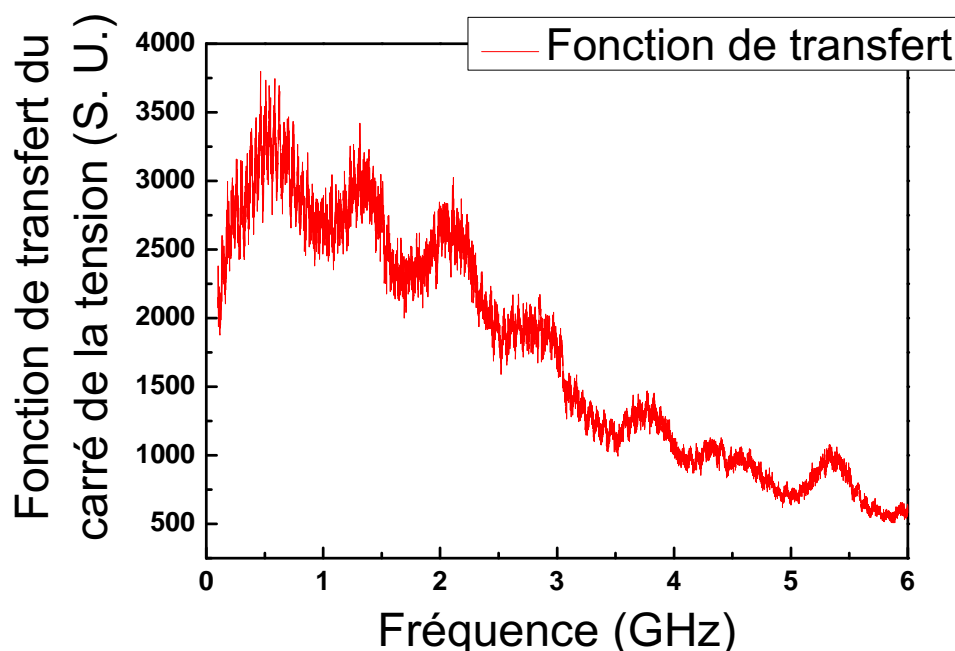
$$S_{v_m}(\omega) = |G|^2 \left| \frac{Z_{in}}{(1 + jRC\omega)(aZ_{in} + b) [R + (1 + jRC\omega)(r + jL\omega)] (cZ_{in} - d)} \right|^2 S_{v_s}(\omega) \quad (2.22)$$

La figure 2.28 représente la fonction de transfert ci-dessus dans le cas de l'échantillon dont nous allons présenter les résultats au chapitre 4, pour la configuration antiparallèle.

Nous n'avons pas fait apparaître les termes de bruit dans l'équation précédente. Le cas échéant il suffit de rajouter la deuxième série de terme de l'équation 2.21. Pour cette série de termes il n'est pas nécessaire de développer l'impédance de l'échantillon.

## 2.5 Conclusion

Nous avons montré dans ce chapitre que nous sommes capable de connaître la densité spectrale de la tension aux bornes de la jonction tunnel de nos échantillons avec



**Figure. 2.28** – Fonction de transfert du carré de la tension en fonction de la fréquence déterminée à partir de l'équation (2.22). Il faut noter que l'allure de cette fonction est proche de celle du gain de l'amplificateur présenté à la figure 2.20. Toutefois la décroissance est plus prononcée, cela provient des pistes qui agissent comme un filtre passe bas. Les oscillations lentes correspondent à la longueur de câble entre l'échantillon et l'entrée de l'amplificateur, c'est-à-dire à la sonde plus le T de polarisation.

le banc de mesure que nous avons réalisé, et qu'il est aussi possible de s'affranchir du bruit qu'il génère dès lors qu'on l'a caractérisé. De plus nous avons montré que le signal à mesurer est décorrélié du bruit généré par la chaîne de mesure (conférer la partie 4.6). Si bien que pour des mesures où le signal dépend du courant de polarisation, il est possible de supprimer une ligne de base obtenue dans la même configuration de mesure mais sans courant appliqué à l'échantillon. Cette méthode permet de minimiser le nombre de corrections et donc de limiter les imprécisions liées au post-traitement. Dans ce cas les seules corrections à réaliser correspondent à celles décrites par l'équation (2.22).

Nous proposons pour résumer de récapituler les étapes de calibrage qui permettent le traitement des mesures "brutes". Dans un premier temps il est nécessaire de déterminer les éléments de la fonction de transfert (2.22) :

1. Détermination de l'impédance du système {T de polarisation + préamplificateur + câble + analyseur de spectre} avec un analyseur de réseau vectoriel.
2. Détermination du gain du système précédent avec une source de tension RF dont l'impédance de sortie a préalablement été mesurée.
3. Détermination de la matrice de transmission de la sonde utilisée.



4. "Deembedding" de l'échantillon à partir des mesures d'impédance réalisées avec un analyseur de réseau vectoriel. Cette étape doit être refaite pour chaque valeur de champ et de courant qui seront utilisées lors des mesures de bruit.

La fonction de transfert déterminée à partir de ces éléments permet de remonter du signal mesuré à l'analyseur de spectre au signal émis au niveau de la jonction tunnel magnétique. Dans un deuxième temps, nous avons montré que, pour s'affranchir du "bruit" généré par la chaîne de mesure, il suffit de soustraire aux mesures effectuées avec un courant de polarisation la mesure réalisée dans les mêmes conditions mais sans courant de polarisation. Ainsi, les spectres obtenus ne contiennent plus que les bruits générés, comme le bruit de grenaille, ou révélés, comme les fluctuations de résistance liées aux fluctuations d'aimantations, lorsqu'un courant parcourt la jonction tunnel magnétique.

## Chapitre 3

# Modélisation des fluctuations de l'aimantation d'une couche mince magnétique

Au chapitre précédent nous avons montré comment il est possible de mesurer la densité spectrale des fluctuations d'une tension. Or, notre étude concerne *les fluctuations magnétiques* et plus précisément, l'influence *du transfert de spin sur ces fluctuations*. Est-il possible de relier les fluctuations de tension aux bornes de la jonction tunnel magnétique aux fluctuations d'aimantation des couches magnétiques ?

Oui, car les jonctions tunnel magnétiques présentent un effet magnétorésistif comme nous l'avons vu au chapitre 1, c'est-à-dire que la résistance de la jonction varie en fonction de l'orientation relative des aimantations des couches magnétiques situées de part et d'autre de la barrière tunnel. Ainsi une fluctuation de l'aimantation entraînera une fluctuation de la résistance du dispositif, qui, lorsque ce dernier est parcouru par un courant continu, se traduit par une fluctuation de la tension à ses bornes.

Afin de pouvoir interpréter les spectres en tension mesurés il est nécessaire de modéliser les fluctuations d'aimantation dans une jonction tunnel magnétique. C'est pourquoi nous étudierons les propriétés de la dynamique de l'aimantation puis nous introduirons la notion de champ fluctuant pour traiter le cas des fluctuations. Enfin nous modéliserons l'influence du transfert de spin sur le spectre des fluctuations d'aimantation.

*Note :*

*Bien que le système d'unité international (S.I.) soit de rigueur, l'usage des conventions CGS est encore largement répandu. Dans le cadre de ce manuscrit, et plus spécifiquement de ce chapitre et du chapitre suivant, toutes les équations sont écrites dans le système international. En revanche, dans la littérature, les unités des grandeurs magnétiques sont le plus souvent données en CGS. Pour faciliter les comparaisons des différentes grandeurs expérimentales, les champs seront donc donnés en Oe ainsi que les aimantations, en prenant soin d'introduire le coefficient de proportionnalité  $4\pi$  pour ces dernières.*

### 3.1 Dynamique de l'aimantation en l'absence de transfert de spin

La dynamique de l'aimantation est régie par l'équation phénoménologique de Gilbert :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma_0 \vec{M} \times \vec{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M_s} \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt} \quad (3.1)$$

Elle fut introduite pour la première fois sous cette forme par L. Gilbert [33] qui ajouta au terme de précession  $(-\gamma_0 \vec{M} \times \vec{H}_{eff})$ , un terme d'amortissement de type visqueux  $(\frac{\alpha}{M_s} \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt})$  qui permet de rendre compte des observations expérimentales : à l'équilibre l'aimantation est alignée selon le champ appliqué, pour des valeurs de champs suffisamment fortes. S'il n'y avait pas d'amortissement l'aimantation précéderait autour du champ appliqué. Les mesures d'aimantation devraient alors donner des valeurs différentes en fonction de l'angle des précessions par rapport à la direction de champ, qui dépend des conditions initiales. Or expérimentalement les mesures d'aimantation sont indépendantes des conditions initiales pour des champs suffisamment forts.

Tout d'abord nous discuterons de l'origine et de la signification physique des termes qui composent l'équation de Gilbert. Dans un deuxième temps nous nous intéresserons aux faibles déviations de l'aimantation par rapport à l'équilibre et montrerons qu'il est possible de linéariser l'équation de la dynamique, ce qui nous permettra d'appliquer le théorème de fluctuation-dissipation pour l'étude des fluctuations magnétiques.

#### 3.1.1 Origine du terme de précession

Le moment magnétique d'un atome isolé est dû au moment orbital de ses électrons et à leur moment de spin (le moment du noyau étant négligeable en comparaison). Les expériences que nous avons réalisées ne concernent que les métaux de transition : Ni, Fe, Co et leur alliages. Pour ces métaux, ce sont les électrons des couches  $3d$  qui sont responsables de leurs propriétés ferromagnétiques [11][59][20][60]. Lorsque ces ions sont placés dans un solide isolant (ce qui permet d'utiliser sans ambiguïté les résultats de l'atome isolé), le champ cristallin créé par la distribution spatiale des charges ioniques du réseau a pour effet de modifier les propriétés des orbitales  $3d$  qui sont des orbitales extérieures. Une des conséquences dues au champ cristallin est le "blocage du moment cinétique orbital" [59][20][60], qui se traduit par le fait que le moment cinétique orbital ne contribue pas (ou peu) au moment magnétique (cf tableau 3.1).

En revanche, dans les solides métalliques constitués par ces ions, l'approximation du magnétisme localisé n'est plus exacte. Les orbitales  $3d$  sont fortement modifiées par la liaison métallique, ainsi elles peuvent s'étendre sur plusieurs sites. Dans le cas extrême

Ion	$g(J(J+1))^{1/2}$	$g(S(S+1))^{1/2}$	Expérience
$Fe^{2+}$	6,70	4,90	5,4
$Co^{2+}$	6,63	3,87	4,8
$Ni^{2+}$	5,59	2,83	3,2

TAB. 3.1 – Nombre effectif de magnétons pour les ions  $Co^{2+}$ ,  $Fe^{2+}$  et  $Ni^{2+}$  [20]

d'un électron libre on ne peut alors plus parler de moment orbital.

Ces deux modèles, dont l'approche se fait à partir de limites opposées, tendent vers une diminution de la contribution du moment orbital au moment magnétique. Nous considérons donc pour simplifier que seul le moment de spin contribue au moment magnétique des métaux de transition ferromagnétiques. De cette manière, afin de mieux comprendre l'origine microscopique du terme de précession dans l'équation de Gilbert, nous allons nous intéresser à l'effet d'un champ magnétique sur un "spin libre".

### 3.1.1.1 Origine quantique de la précession du spin autour d'un champ magnétique

Cette section et la section suivante (3.1.1.1 et 3.1.1.2) est extraite du premier chapitre de l'ouvrage indiqué en référence [61].

*Rappel de mécanique quantique*<sup>1</sup> :

L'évolution temporelle de la valeur moyenne d'une observable  $\mathbf{A}$ , pour un état donné, est décrite par l'équation de Schrödinger sous la forme suivante [62] :

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{A} \rangle (t) = \frac{1}{i\hbar} \langle [\mathbf{A}, \mathcal{H}] \rangle + \left\langle \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right\rangle$$

Le moment de spin  $\mathbf{S}$  est une constante du mouvement pour un système isolé, ce qui est équivalent à  $\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} = 0$ . Dans ce cas, l'évolution temporelle de la valeur moyenne du spin se réduit au premier terme de l'équation précédente :

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{S} \rangle (t) = \frac{1}{i\hbar} \langle [\mathbf{S}, \mathcal{H}(t)] \rangle$$

Lorsqu'un champ magnétique uniforme est appliqué, l'hamiltonien à considérer correspond à l'énergie potentielle Zeeman :

$$\mathcal{H} = -\frac{g\mu_B}{\hbar} \mathbf{S} \cdot \mathbf{B}$$

<sup>1</sup>Pour ce passage les quantités vectorielles seront écrites en gras comme il est généralement d'usage dans les ouvrages de mécanique quantique.

Où  $g$  représente le facteur de Landé, qui vaut dans une très bonne approximation 2 pour le moment de spin, et  $\mu_b$  le magnéton de Bohr, qui correspond au moment magnétique élémentaire ( $|\mu_b| = 9,274.10^{-24} \text{ J/T}$ ). Pour résoudre l'équation vectorielle précédente nous allons considérer chacune des composantes du moment cinétique. Dans ce cas, le commutateur pour la première coordonnée du moment cinétique avec l'hamiltonien a pour expression :

$$\begin{aligned} [S_x, \mathcal{H}(t)] &= -\frac{g\mu_b}{\hbar} [S_x, S_x B_x(t) + S_y B_y(t) + S_z B_z(t)] \\ &= -\frac{g\mu_b}{\hbar} (B_y(t) [S_x, S_y] + B_z(t) [S_x, S_z]) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Pour un opérateur de moment cinétique, les règles de commutation sont imposées :

$$\begin{aligned} [S_x, S_y] &= i\hbar S_z \\ [S_y, S_z] &= i\hbar S_x \\ [S_z, S_x] &= i\hbar S_y \end{aligned}$$

Il vient en injectant les équations précédentes dans l'équation (3.2) :

$$[S_x, \mathcal{H}(t)] = -\frac{g\mu_b}{\hbar} i\hbar (B_y(t) S_z - B_z(t) S_y)$$

Si l'on procède de même pour les deux autres coordonnées, on obtient l'équation d'évolution temporelle pour la valeur moyenne du moment de spin :

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{S} \rangle (t) = \frac{g\mu_b}{\hbar} (\langle \mathbf{S} \rangle \times \mathbf{B}(t)) \quad (3.3)$$

### 3.1.1.2 Passage du spin à l'aimantation

Le moment magnétique pour les "ferromagnétiques 3d" étant dû seulement au moment de spin, la relation entre ces deux quantités est donc directe :

$$\mathcal{M} = \gamma \langle \mathbf{S} \rangle \quad \text{avec : } \gamma = \frac{g\mu_b}{\hbar} \quad (3.4)$$

$\gamma$  est le facteur gyromagnétique. Il vient pour le moment magnétique

$$\frac{d}{dt} \mathcal{M}(t) = \gamma \mathcal{M} \times \mathbf{B}(t)$$

Par définition de l'aimantation :

$$\mathbf{M} = \frac{\sum \mathcal{M}}{V}$$

De plus, l'induction magnétique est reliée dans le vide au champ magnétique par la perméabilité du vide  $\mu_0$ , si bien que l'aimantation répond à l'équation suivante :

$$\frac{d}{dt} \mathbf{M}(t) = -\gamma_0 \mathbf{M}(t) \times \mathbf{H}(t) \quad \text{avec : } \gamma_0 = -\mu_0 \gamma \approx 2,8 \text{ MHz/Oe} \quad (3.5)$$

Cette équation impose la conservation de la norme de l'aimantation, en effet :

$$\frac{d\mathbf{M}^2}{dt} = \mathbf{M} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{M} = -\gamma_0 \mathbf{M} \cdot (\mathbf{M} \times \mathbf{H}) = 0 \quad (3.6)$$

Et si  $\mathbf{H}$  est indépendant du temps il vient :  $\frac{d}{dt} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}) = 0$ . Il s'agit bien d'un mouvement de précession dont l'angle est constant autour du champ, on parle de la précession de Larmor.

Cette étude montre l'effet d'un champ magnétique sur l'aimantation d'un ferromagnétique. Maintenant, il faut connaître le champ à l'intérieur du ferromagnétique ressenti par les moments magnétiques. Par la suite ce champ est appelé "champ effectif". Il a plusieurs origines dont certaines sont intrinsèques au matériau et à la forme de l'échantillon et d'autres dépendent des conditions expérimentales.

### 3.1.2 Description du champ effectif

Dans cette partie les différents termes du champ effectif seront décrits avec leurs origines physiques. Précisons que le champ effectif n'est pas à proprement parler un champ, il dérive de l'énergie totale<sup>2</sup> du système magnétique qui est la somme de plusieurs énergies :

$$E_{tot} = E_{echange} + E_{anisotropie} + E_{Zeeman} + E_{demag} + E_{magnetostrictif} \quad (3.7)$$

#### 3.1.2.1 Energie d'échange

L'interaction d'échange est par essence de nature quantique, elle est le résultat du recouvrement des fonctions d'ondes électroniques des atomes du réseau et de l'application du principe d'exclusion de Pauli. Il s'agit d'une interaction à courte portée : elle est en général plusieurs ordres de grandeur plus intense entre spins adjacents que les autres énergies mises en jeu. Pour les matériaux ferromagnétiques, elle favorise un alignement parallèle des spins. Du fait de la courte portée de cette interaction le couplage est maximum pour les interactions intra-site. De ce fait, dans les ferromagnétiques 3d, l'échange est porté d'un site à l'autre par une partie des électrons 3d délocalisés [11]. Mais de manière générale, selon la théorie développée par Heisenberg [63], l'énergie d'échange d'un système de  $N$  spins ( $S_i, i \in [1, N]$ ) couplés, quel que soit le mécanisme microscopique mis en jeu, peut être écrite sous la forme :

$$E_{ex} = -\frac{1}{2} \sum_N \sum_N^{i=1, j=1} J_{ij} (\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j) \quad (3.8)$$

<sup>2</sup>Il s'agit en réalité d'une densité d'énergie.

où  $J_{ij}$  représente l'intégrale d'échange et  $\vec{S}_i$  représente le moment de spin du site  $i$ . Pour les matériaux ferromagnétiques l'intégrale est positive pour deux sites adjacents ( $J_{ii+1} > 0$ ) et plus élevée que  $k_B T$  si bien que les spins sont alignés parallèlement. Comme le moment magnétique est directement relié au moment de spin, l'énergie d'échange ne permet dans ce cas qu'une faible dispersion angulaire entre deux moments magnétiques adjacents. Nous ferons l'approximation du macrospin, c'est à dire que nous considérons que cet écart peut être négligé et donc que les moments magnétiques du cristal ont un mouvement collectif. Cette hypothèse est d'autant plus vraie que les dimensions de l'objet magnétique se rapprochent de la longueur d'échange. Or les dimensions de nos échantillons font que nous nous trouvons dans une zone où il faudrait utiliser un traitement micromagnétique. Mais comme nos mesures sont réalisées avec des champs appliqués suffisamment forts pour que l'aimantation soit saturée, l'hypothèse de macrospin est encore justifié en première approximation. Dans ce cas l'énergie d'échange est constante.

### 3.1.2.2 Anisotropie magnétocristalline

L'énergie d'anisotropie magnétocristalline est le résultat du couplage des moments magnétiques au réseau cristallin. Le champ cristallin a notamment pour effet de lever en partie la dégénérescence des niveaux  $3d$ . Dans le cas des métaux de transition le couplage spin-orbite atomique est beaucoup moins fort que l'action du champ cristallin, mais il permet de lever complètement la dégénérescence des niveaux  $3d$ . Du fait de cette levée de dégénérescence complète, les électrons  $3d$  responsables du magnétisme ne peuvent plus occuper indifféremment les cinq orbitales comme dans le cas de l'ion libre. Il en résulte une anisotropie du moment cinétique orbital. Comme nous avons vu qu'il y a une extinction partielle du moment orbital pour les métaux de transition ferromagnétiques, l'anisotropie magnétocristalline est en général faible [20][60] par rapport aux champs appliqués dans le cadre des mesures réalisées.

Comme le champ cristallin a les mêmes symétries que le réseau, l'anisotropie magnétocristalline dépendra donc des caractéristiques cristallographiques du métal. Ainsi selon la symétrie du réseau, l'anisotropie magnétocristalline peut être cubique, hexagonale, quadratique ou uniaxiale. De plus, au voisinage de la surface du cristal, la brisure de la symétrie peut induire une anisotropie surfacique importante. Une expression phénoménologique de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline qui tient compte de l'orientation de l'aimantation  $\vec{M}$ , peut être déterminée à l'aide d'un développement en puissance des cosinus directeurs de l'aimantation. Dans le cas d'une anisotropie uniaxiale (et au premier ordre pour les symétries hexagonales et quadratiques), d'axe de facile aimantation  $\vec{u}$ , l'énergie d'anisotropie s'écrit en s'arrêtant au premier ordre compatible avec les symétries



du réseau :

$$E_{anisotropie} = K \left[ 1 - \left( \vec{u} \cdot \frac{\vec{M}}{M_s} \right)^2 \right] \quad (3.9)$$

Nos échantillons ayant subi un recuit sous champ pour aligner la couche antiferromagnétique selon la direction voulue, nous nous attendons à une anisotropie uniaxiale selon cette direction pour les échantillons de plus grande taille. En effet, la technique de dépôt utilisée et le fait de recuire sous champ imposent qu'un des axes du cristal correspondant à une direction de facile aimantation s'aligne selon une direction privilégiée. En revanche, les couches étant polycristallines, s'il y a suffisamment de grains, il n'y aura pas, en moyenne, de direction privilégiée pour les autres orientations. Cette hypothèse que nous ferons est donc discutable pour les échantillons de plus petite taille. En revanche elle est vérifiée expérimentalement pour le dépôt en pleine tranche (mesures d'extraction magnétique et mesures de résonance ferromagnétique présentées au chapitre 4).

### 3.1.2.3 Energie Zeeman

L'énergie Zeeman représente l'énergie associée à l'application d'un champ magnétique externe  $\vec{H}_{app}$  qui peut varier dans l'espace et le temps. Lorsqu'un champ externe est appliqué, l'aimantation s'aligne selon l'orientation du champ. L'écart entre l'aimantation et le champ appliqué se traduit par une contribution à l'énergie libre du système telle que :

$$E_{Zeeman} = -\frac{1}{V} \int \mu_0 \vec{M}(t) \cdot \vec{H}_{app}(r, t) dV$$

Dans le cas de nos expériences le champ peut être considéré comme uniforme sur la surface de l'échantillon et indépendant du temps, ce qui donne simplement :

$$E_{Zeeman} = -\mu_0 \vec{M}(t) \cdot \vec{H}_{app} \quad (3.10)$$

Bien que la couche piégée des échantillons soit en partique constituée d'un antiferromagnétique synthétique (ce type de structures sera présenté en détail à la section 4.1.1), le champ rayonné par cette dernière n'est pas totalement nul. Ce champ dipolaire  $\vec{H}_{dip}(r)$  vient s'ajouter au champ appliqué. De plus, lorsqu'un courant circule dans l'échantillon, il crée un champ magnétique induit  $\vec{H}_{oers}(r)$  qui vient lui aussi se superposer au champ appliqué. Ces deux contributions ne sont pas uniformes sur la surface de l'échantillon. On pose :  $\vec{H} = \vec{H}_{app} + \vec{H}_{dip}(r) + \vec{H}_{oers}(r)$ . Dans l'hypothèse macrospin nous les considérerons comme uniformes et petites devant le champ appliqué, si bien que :  $\vec{H} \approx \vec{H}_{app}$ . D'après les mesures statiques réalisées sur nos échantillons, le champ d'Oersted et le champ dipolaire sont de l'ordre de la dizaine d'Oersted alors que le champ appliqué est de l'ordre de la centaine d'Oersted pour les mesures dynamiques.

### 3.1.2.4 Energie magnétostatique

Les contributions que nous venons de mentionner auparavant, ne peuvent pas expliquer l'apparition des domaines magnétiques. Ce phénomène très important en magnétisme est dû à l'énergie magnétostatique (*ie* aux interactions dipolaires) : la distribution de l'aimantation à l'intérieur d'un système ferromagnétique est responsable de l'apparition de charges magnétiques de volume et de charges magnétiques de surface qui, à leur tour, sont les sources d'un champ magnétostatique (démagnétisant)  $\vec{H}_{dem}$ . Du point de vue magnétostatique, l'aimantation  $\vec{M}$  est reliée à l'induction magnétique  $\vec{B}$ , au champ magnétique  $\vec{H}$  et à la distribution de courant libre par les équations de Maxwell statiques :

$$\begin{cases} \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \\ div(\vec{B}) = 0 \\ r\vec{ot}(\vec{H}) = \vec{j}_0 \end{cases}$$

avec  $\vec{j}_0$  les courants libres (d'origine externe) parcourant le ferromagnétique. Si l'on ne considère que le champ démagnétisant, les équations précédentes sont réduites à :

$$\begin{cases} div(\vec{H}_{dem}) = -div(\vec{M}) \\ r\vec{ot}(\vec{H}_{dem}) = 0 \end{cases}$$

A partir de ces deux équations et des conditions de passage à l'interface du matériau magnétique, il est possible d'obtenir une expression analytique de  $\vec{H}_{dem}$ . Dans le cas où l'aimantation est uniforme, hypothèse macrospin, cette expression se simplifie sous la forme suivante :

$$\vec{H}_{dem}(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \vec{M} \cdot d\vec{S}' = -\underline{N}(\vec{r}) \vec{M} \quad (3.11)$$

Où  $\underline{N}$  est appelé le tenseur démagnétisant. En général le champ démagnétisant n'est pas uniforme, sauf pour un ellipsoïde. Dans ce cas le tenseur démagnétisant est diagonal et sa trace est unitaire. L'énergie démagnétisante associée vaut alors :

$$E_{dem} = \frac{1}{2} \mu_0 \vec{M} \cdot (\underline{N} \vec{M}) \quad (3.12)$$

Dans le cas de nos échantillons, l'épaisseur de la couche magnétique libre est de 4 nm, les dimensions latérales varient entre 400 nm et 100 nm, ce qui donne un rapport d'aspect compris entre 1/100 et 4/100. Nous approximerons donc la couche magnétique libre à une couche mince infinie. Alors le tenseur démagnétisant vaut (avec l'axe  $x$  représentant la direction hors du plan) :

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Ce qui donne une expression simple de l'énergie démagnétisante :

$$E_{dem} = \frac{1}{2} \mu_0 M_x^2 \quad (3.14)$$

Pour juger de la pertinence de cette approximation, une étude micromagnétique a été réalisée par L. Prejbeanu en fonction de la forme (circulaire ou carrée) et de la taille des échantillons. Les résultats sont regroupés dans les tableaux 3.2 et 3.3. L'erreur

Diamètre (nm)	$\langle N_{xx} \rangle$	$N_{xx}$ centre	$\langle N_{yy} \rangle = \langle N_{zz} \rangle$	$N_{yy} = N_{zz}$ centre
50	0,867	0,920	0,067	0,040
70	0,824	0,943	0,049	0,029
100	0,901	0,960	0,036	0,020
120	0,928	0,967	0,030	0,017
150	0,950	0,973	0,025	0,013
200	0,962	0,980	0,019	0,010
250	0,969	0,984	0,015	0,008
300	0,974	0,987	0,013	0,007

TAB. 3.2 – Coefficients démagnétisants pour des échantillons de forme circulaire ayant une épaisseur de 4 nm et un diamètre variable. Ces résultats ont été obtenus à partir des formules de A. Hubert et R. Schaefer [64].  $\langle N_{xx} \rangle$ , respectivement  $\langle N_{yy} \rangle$  et  $\langle N_{zz} \rangle$ , représente la valeur moyenne dans le disque du coefficient démagnétisant hors du plan, respectivement la valeur moyenne dans le disque des coefficients démagnétisants dans le plan.  $N_{xx}$  centre, respectivement  $N_{yy}$  centre et  $N_{zz}$  centre, représente la valeur au centre du disque du coefficient démagnétisant hors du plan, respectivement la valeur au centre du disque des coefficients démagnétisants dans le plan. Les calculs ont été réalisés par L. Prejbeanu

est maximum pour les carrés de 50 nm de côté et vaut 17 %. On peut considérer que l'approximation n'est plus valide quand les dimensions deviennent inférieures à 150 nm.

### 3.1.2.5 Energie magnétostrictive

Cette énergie traduit le couplage entre le réseau cristallin et le réseau de spin. Comme nous ne possédons aucun moyen pour le caractériser, nous n'en tiendrons pas compte dans le cas de notre modèle simple.

Néanmoins, il faudra garder à l'esprit qu'il peut avoir une influence sur les mesures qui seront présentées au chapitre 4. En effet l'empilement contenant les couches magnétiques est sous la forme d'un pilier entouré par une matrice d'alumine. Lorsque l'échantillon est soumis à un échauffement, les couches magnétiques peuvent subir des contraintes mécaniques, car les coefficients de dilatation des matériaux adjacents sont différents. Ces contraintes peuvent être relaxées par l'intermédiaire du réseau de spin, donnant lieu à des effets magnétostrictifs.

Côté (nm)	$\langle N_{xx} \rangle$	$N_{xx}$ centre	$\langle N_{yy} \rangle = \langle N_{zz} \rangle$	$N_{yy} = N_{zz}$ centre
50	0,824	0,928	0,088	0,036
70	0,862	0,949	0,069	0,0026
100	0,894	0,964	0,053	0,018
120	0,908	0,970	0,046	0,015
150	0,923	0,976	0,039	0,012
200	0,939	0,982	0,031	0,009
250	0,949	0,986	0,026	0,007
300	0,956	0,988	0,022	0,006

TAB. 3.3 – Coefficients démagnétisants pour des échantillons de forme carrée ayant une épaisseur de 4 nm et une largeur variable. Ces résultats ont été obtenus à partir des formules de A. Hubert et R. Schaefer [64].  $\langle N_{xx} \rangle$ , respectivement  $\langle N_{yy} \rangle$  et  $\langle N_{zz} \rangle$ , représente la valeur moyenne dans le disque du coefficient démagnétisant hors du plan, respectivement la valeur moyenne dans le disque des coefficients démagnétisants dans le plan.  $N_{xx}$  centre, respectivement  $N_{yy}$  centre et  $N_{zz}$  centre, représente la valeur au centre du disque du coefficient démagnétisant hors du plan, respectivement la valeur au centre du disque des coefficients démagnétisants dans le plan. Les calculs ont été réalisés par L. Prejbeanu

### 3.1.2.6 Énergie totale et champ effectif

L'énergie totale  $E_{tot}$  magnétique du système correspond à la somme des énergies précédemment mentionnées, elle a donc pour expression :

$$E_{tot} = E_{ex} + K \left[ 1 - \left( \vec{u} \cdot \frac{\vec{M}}{M_s} \right)^2 \right] - \mu_0 \vec{M} \cdot \vec{H} + \frac{1}{2} \mu_0 \vec{M} \cdot (\underline{N} \vec{M}) \quad (3.15)$$

Pour projeter les grandeurs vectorielles apparaissant dans l'expression de l'énergie totale, nous choisirons le repère présenté en figure 3.1. Alors l'énergie peut être décomposée simplement :

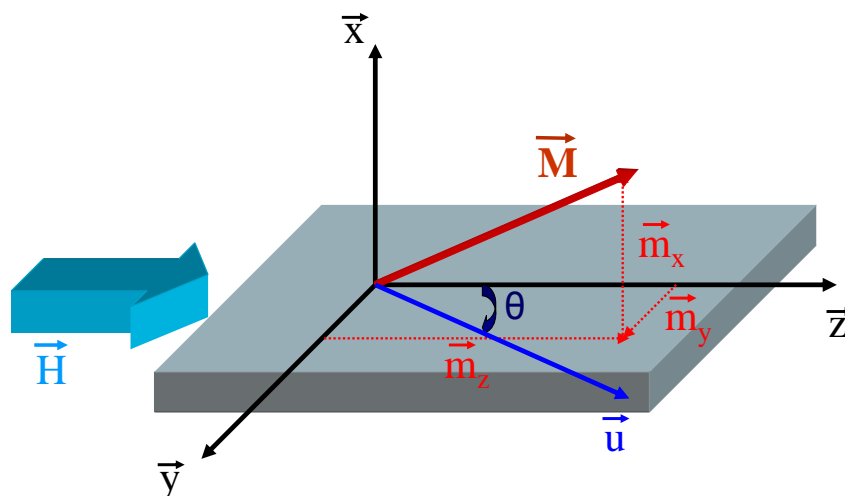
$$E_{tot} = E_{ex} + K \left( 1 - \sin^2(\theta) \frac{M_y^2}{M_s^2} - \cos^2(\theta) \frac{M_z^2}{M_s^2} - 2 \sin(\theta) \cos(\theta) \frac{M_y M_z}{M_s^2} \right) - \mu_0 H M_z + \frac{\mu_0}{2} M_x^2 \quad (3.16)$$

Le champ effectif  $\vec{H}_{eff}$  est défini à partir l'énergie magnétique totale du système par :

$$\vec{H}_{eff} = -\frac{1}{\mu_0} \text{grad}_{\vec{M}}(E_{tot})$$

On peut remarquer que le terme d'échange étant constant il n'intervient pas dans le champ effectif. L'énergie étant définie à une constante près, l'énergie d'échange sera prise comme référence. Il vient dans le cadre de nos approximations :

$$\vec{H}_{eff} = \begin{bmatrix} -M_x \\ \frac{H_a}{M_s} \sin(\theta) (\sin(\theta) M_y + \cos(\theta) M_z) \\ H + \frac{H_a}{M_s} \cos(\theta) (\sin(\theta) M_y + \cos(\theta) M_z) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$



**Figure. 3.1** — Choix du repère pour les projections des grandeurs vectorielles : l'axe  $\vec{z}$  est aligné selon la direction du champ appliqué et l'axe  $\vec{x}$  correspond à la direction hors du plan. La direction de l'axe facile est donnée par le vecteur  $\vec{u}$  supposé dans le plan de la couche et formant un angle  $\theta$  (compté positif dans le sens des aiguilles d'une montre) avec l'axe  $\vec{z}$

Avec  $H_a = \frac{2K}{\mu_0 M_s}$  le champ d'anisotropie.

Dans les expériences dynamiques que nous avons réalisées, le champ est appliqué selon la direction de l'antiferromagnétique qui correspond à la direction de facile aimantation. Dans ce cas les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{z}$  sont colinéaires, c'est-à-dire  $\theta = 0$  ou  $\pi$ . Le champ d'anisotropie apparaît alors, après linéarisation de l'équation de Gilbert, comme une variation du champ appliqué. C'est pourquoi il sera omis pour ne pas alourdir la suite de la démonstration.

Le champ effectif correspond donc au champ que "voit" l'aimantation et autour duquel elle précesse jusqu'à s'aligner à cause du terme d'amortissement de Gilbert.

### 3.1.3 Amortissement de Gilbert

Les courbes d'hystérésis montrent qu'au dessus d'une certaine valeur du champ magnétique appliqué, un échantillon magnétique peut-être considéré comme saturé. L'aimantation est alors uniforme et alignée avec le champ extérieur. Le terme de précession seul ne peut pas expliquer ce résultat : pour un champ indépendant du temps l'angle de précession est constant autour du champ, l'aimantation ne peut donc pas s'aligner selon la direction du champ. C'est pourquoi à l'équation de précession il faut inclure un terme d'amortissement  $\vec{R}$ .

### 3.1.3.1 Origines de l'amortissement

Cet amortissement résulte du couplage entre le mode de précession uniforme de l'aimantation (décrit par le macrospin) et les autres degrés de liberté du système : magnons dégénérés, phonons, électrons de conduction, ... [65]. Il n'existe pas une origine unique pour expliquer la dissipation de l'énergie ce qui rend la description du terme d'amortissement difficile. Il est toutefois possible de faire ressortir deux grandes classes de processus [66] :

- Les processus directs où l'énergie du mode uniforme est transférée directement au réseau cristallin comme la relaxation par les courants de Foucault pour les matériaux magnétiques métalliques, la relaxation par couplage magnétostrictif ou par diffusion par les électrons de conduction via le couplage des bandes  $s$  et  $d$ .
- Les processus indirects qui transfèrent l'énergie du mode uniforme vers les modes non-uniformes, ou ondes de spin (magnons).

Sans rentrer dans le détail de ces deux catégories, il est important de noter que certains des processus ne conservent pas la norme de l'aimantation.

Devant la multiplicité des interactions microscopiques, la solution a été d'ajouter le terme d'amortissement à l'équation de précession de manière phénoménologique.

### 3.1.3.2 Description phénoménologique

La direction du couple d'amortissement peut-être déterminée par des considérations géométriques simples :

Le terme d'amortissement ne peut pas être aligné avec le vecteur  $\vec{M} \times \vec{H}_{eff}$ , sinon il ne ferait que modifier la précession sans permettre à l'aimantation de s'aligner sur le champ extérieur. Dans ce cas  $\vec{R}$  doit satisfaire la condition suivante :

$$\vec{R} \cdot [\vec{M} \times \vec{H}_{eff}] = 0$$

D'après l'équation de Gilbert, cette condition est équivalente à  $\vec{R} \cdot \frac{d\vec{M}}{dt} = 0$ .

Dans le cadre de l'approximation macrospin, la norme de l'aimantation est à tout moment conservée. Comme cela a été mentionné, certains processus de dissipation ne conservent pas la norme, cette hypothèse est donc a priori fausse si l'on veut rendre compte des origines des phénomènes d'amortissement. Toutefois, cette condition impose :

$$\vec{M} \cdot \frac{d\vec{M}}{dt} = 0$$

Ce qui implique pour l'amortissement :

$$\vec{R} \cdot \vec{M} = 0$$

Pour résumer  $\vec{R}$  doit être à la fois orthogonal à  $\vec{M}$  et à  $\frac{d\vec{M}}{dt}$ . Ces deux vecteurs n'étant pas colinéaires, la direction de  $\vec{R}$  est donc imposée et donnée par le vecteur  $\vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt}$ . Dans ce cas l'équation de précession de Landau Lifshitz peut être modifiée en tenant compte de l'amortissement sous la forme :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma_0 \vec{M} \times H_{eff} + \frac{\alpha}{M_s} \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt} \quad (3.18)$$

Avec  $\alpha$  une fonction de l'aimantation, du champ appliqué, de la température... . On peut remarquer que dans ce cas il est possible de ré-écrire le champ effectif en rajoutant un terme proportionnel à la "vitesse" de l'aimantation. Si l'on fait l'analogie avec un frottement de type visqueux, on est amené à faire l'hypothèse suivante :  $\alpha(\vec{M}(t), H, \dots) = \alpha$  constant. Ce qui donne l'expression introduite par Gilbert en 1953 [33].

D'autres expressions de l'amortissement, conservant ou non la norme, ont été proposées, notamment celle de Bloch-Bloembergen [65][67]. Dans ce modèle, le terme d'amortissement se décompose en deux termes : un terme selon la direction longitudinale de l'aimantation  $\vec{z}$  et un terme selon les directions transverses  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ , avec des constantes de temps différentes, respectivement  $\tau_1$  et  $\tau_2$  :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma_0 \vec{M} \times H_{eff} - \frac{M_x \vec{x} + M_y \vec{y}}{\tau_2} - \frac{(M_z - M_s) \vec{z}}{\tau_1}$$

Ici la norme n'est pas conservée, sauf dans la situation où  $\tau_2 = \tau_1$ . Dans ce cas le terme d'amortissement est équivalent à celui de Gilbert. Cette expression de l'amortissement, fait apparaître deux temps de relaxation transverse et longitudinal similaires aux temps caractéristiques introduits pour la RMN. Elle a ainsi pour intérêt d'être beaucoup plus proche de la nature exacte des processus de relaxation.

Dans le cadre de mesures de résonance ferromagnétique sur des couches semblables à celles de nos échantillons, les prédictions du modèle de Gilbert sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Les autres modèles n'apportent pas une meilleure description de ces résultats [67]. L'hypothèse de macrospin reste justifiée. Dans le cadre de notre modèle nous considérerons donc l'équation de Gilbert.

### 3.1.4 Etude des faibles déviations de l'aimantation

Après cette présentation générale de la dynamique de l'aimantation sans transfert de spin, rappelons que notre but est de modéliser les fluctuations de l'aimantation à l'équilibre thermodynamique. Ce qui revient à dire que nous allons nous intéresser à de petites déviations de l'aimantation autour de sa position d'équilibre. Dans ce cas il est possible

de linéariser l'équation de Gilbert, ce qui permettra de simplifier l'étude.

*Hypothèses de linéarisation :*

Pour qu'une déviation de l'aimantation par rapport à sa position d'équilibre (qui correspond à l'axe  $\vec{z}$  dans le cadre du repère de la figure 3.1) soit considérée comme faible, il faut qu'elle vérifie les conditions suivantes :  $|M_x| \ll M_s$  et  $|M_y| \ll M_s$ . Le terme d'amortissement introduit par Gilbert assure la conservation de la norme, ce qui entraîne dans le cadre de cette hypothèse :

$$M_z = \sqrt{M_s^2 - M_x^2 - M_y^2} \approx M_s - \frac{1}{2M_s} (M_x^2 + M_y^2) \quad (3.19)$$

Soit au premier ordre :  $M_z \approx M_s$ .

#### 3.1.4.1 Linéarisation de l'équation de Gilbert.

Considérons l'équation de Gilbert projetée sur les axes  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  défini selon le repère de la figure 3.1 :

$$\begin{bmatrix} \frac{dM_x}{dt} \\ \frac{dM_y}{dt} \\ \frac{dM_z}{dt} \end{bmatrix} = -\gamma_0 \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -M_x \\ 0 \\ H \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{m_s} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{dM_x}{dt} \\ \frac{dM_y}{dt} \\ \frac{dM_z}{dt} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

A partir des hypothèses précédentes et en ne gardant que les termes d'ordre le plus bas, on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{dM_x}{dt} = -\gamma_0 H M_y - \alpha \frac{dM_y}{dt} \\ \frac{dM_y}{dt} = \gamma_0 (M_s + H) M_x + \alpha \frac{dM_x}{dt} \\ \frac{dM_z}{dt} = -\gamma_0 M_x M_y + \frac{\alpha}{M_s} \left( M_x \frac{dM_y}{dt} - M_y \frac{dM_x}{dt} \right) \end{cases} \quad (3.21)$$

Les deux premières équations du système qui décrivent l'évolution temporelle des composantes transverses de l'aimantation ( $M_x$  et  $M_y$ ) deviennent dans ce cas des équations linéaires couplées indépendantes de  $M_z$ . En revanche l'équation d'évolution de  $M_z$  n'est pas linéaire. Elle fait intervenir le produit des composantes transverses :  $\frac{dM_z}{dt}$  est du deuxième ordre par rapport à  $\frac{dM_x}{dt}$  et  $\frac{dM_y}{dt}$ . Pour connaître l'évolution de  $M_z(t)$  il est plus pratique d'utiliser l'équation de conservation de la norme.

Les deux équations du système précédent représentant la dynamique des composantes



transverses de l'aimantation peuvent être ré-écrite sous la forme matricielle suivante<sup>3</sup> :

$$\begin{bmatrix} \alpha & -1 \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \frac{d\vec{m}}{dt} + \gamma_0 \begin{bmatrix} \tilde{H} & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix} \vec{m} = 0 \quad (3.22)$$

Avec :  $\tilde{H} = M_s + H$ .

### 3.1.4.2 Résolution de l'équation de Gilbert linéarisée

Écartons l'aimantation de sa position d'équilibre et regardons comment le système se comporte pour y revenir. Nous pourrions ainsi déterminer les deux grandeurs caractéristiques du mouvement : la pulsation système et son temps de relaxation. Pour ce faire, nous sommes amenés à résoudre le système suivant :

$$\frac{d\vec{m}}{dt} = -\frac{\gamma_0}{1 + \alpha^2} \begin{bmatrix} \alpha\tilde{H} & H \\ -\tilde{H} & \alpha H \end{bmatrix} \vec{m} \quad (3.23)$$

Pour découpler les deux équations, il faut et il suffit de trouver une base où la matrice de l'équation (3.23) est diagonale. Or cette matrice n'est pas diagonalisable dans  $\mathfrak{R}$ , nous allons donc étendre le problème dans l'espace complexe. Dans ce cas les valeurs propres sont conjuguées l'une de l'autre, nous les noterons  $\lambda$  et  $\lambda^*$  :

$$\lambda = \frac{\alpha}{2} (H + \tilde{H}) - i\sqrt{H\tilde{H} - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 (H - \tilde{H})^2} \quad (3.24)$$

On peut alors déterminer la base propre qui est constituée par les vecteurs :

$$\vec{x}' = \frac{1}{\sqrt{H(H + \tilde{H})}} \begin{bmatrix} H \\ \beta \end{bmatrix} \text{ et } \vec{y}' = \frac{1}{\sqrt{H(H + \tilde{H})}} \begin{bmatrix} H \\ \beta^* \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

avec  $\beta = \lambda - \alpha\tilde{H}$ . Par conséquent :  $\beta^* = \lambda^* - \alpha\tilde{H}$ . Les matrices de passage que nous noterons  $P$  pour la matrice de passage de la base canonique  $(\vec{x}, \vec{y})$  vers la base propre  $(\vec{x}', \vec{y}')$  et réciproquement  $P^{-1}$ , ont alors pour expression :

$$P^{-1} = \frac{1}{\lambda^* - \lambda} \sqrt{\frac{H + \tilde{H}}{H}} \begin{bmatrix} \beta^* & -H \\ -\beta & H \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{H(H + \tilde{H})}} \begin{bmatrix} H & H \\ \beta & \beta^* \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

---

<sup>3</sup>Notations :

Comme nous ne nous intéressons qu'aux composantes transverses de l'aimantation, nous travaillerons dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ . Dans ce cas nous noterons le vecteur à deux dimensions représentant la partie transverse de l'aimantation :  $\vec{m}$  avec les composantes  $m_x$  et  $m_y$  (il est évident que  $m_x = M_x$  et  $m_y = M_y$ , mais nous différencierons les deux notations pour préciser si l'on travaille dans l'espace réel à trois dimensions ou si nous travaillons dans le plan transverse)

A partir de là, le système est réduit, dans la base propre, à deux équations différentielles du premier ordre :

$$\frac{d\vec{m}'}{dt}(t) = -\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^* \end{bmatrix} \vec{m}' \quad (3.28)$$

Dont les solutions sont de la forme suivante :

$$\begin{cases} m_{x'}(t) = m_{x'}(0)e^{i\omega_p t} e^{-\frac{t}{\tau}} \\ m_{y'}(t) = m_{y'}(0)e^{-i\omega_p t} e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases} \quad (3.29)$$

avec  $\omega_p = \frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \sqrt{H\tilde{H} - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 (H - \tilde{H})^2}$ , qui représente la pulsation propre du système, et  $\tau = \frac{2(1+\alpha^2)}{\alpha\gamma_0(H + \tilde{H})}$ , son temps de relaxation. Pour un champ appliqué de 200 Oe, une aimantation à saturation de 10 kOe et une valeur typique de la constante d'amortissement de 0,03, la fréquence propre de l'aimantation est de l'ordre de 4 GHz et le temps de relaxation vaut environ 2,5 ns. L'aimantation a donc le temps de faire plusieurs oscillations avant de s'aligner sur la direction d'équilibre. Enfin, remarquons qu'en l'absence d'amortissement la pulsation du système, que nous noterons  $\omega_0$ , vaut  $\gamma_0\sqrt{H\tilde{H}}$ . Il s'agit de la fréquence de Larmor.

### 3.1.4.3 Trajectoire de l'aimantation

En poursuivant le traitement précédent, il est alors facile de déterminer la trajectoire de l'aimantation transverse. Pour ce faire il suffit de revenir dans la base canonique :

$$\begin{aligned} m_x(t) &= \sqrt{\frac{H}{H + \tilde{H}}} \left( m_{x'}(0)e^{i\omega_p t} + m_{y'}(0)e^{-i\omega_p t} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \\ m_y(t) &= \frac{1}{\sqrt{H(H + \tilde{H})}} \left( \beta m_{x'}(0)e^{i\omega_p t} + \beta^* m_{y'}(0)e^{-i\omega_p t} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

En remplaçant  $m_{x'}(t)$  et  $m_{y'}(t)$  par leur expressions respectives et en développant les exponentielles complexes en *sinus* et *cosinus*, les équations de la dynamique de l'aimantation transverse s'écrivent :

$$\begin{aligned} m_x(t) &= \sqrt{\frac{H}{H + \tilde{H}}} \left( (m_{x'}(0) + m_{y'}(0)) \cos(\omega_p t) + i(m_{x'}(0) - m_{y'}(0)) \sin(\omega_p t) \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \\ m_y(t) &= \frac{1}{\sqrt{H(H + \tilde{H})}} \left( (\beta m_{x'}(0) + \beta^* m_{y'}(0)) \cos(\omega_p t) + i(\beta m_{x'}(0) - \beta^* m_{y'}(0)) \sin(\omega_p t) \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

Les conditions initiales sont représentées par les coefficients  $m_{x'}(0)$  et  $m_{y'}(0)$  (qui sont des grandeurs complexes) qu'il faut relier aux conditions initiales dans l'espace réel. Supposons qu'à l'instant  $t = 0$ , l'aimantation ait été placée en  $\vec{m}_0$ , alors les conditions initiales

exprimées dans la base diagonale sont reliées aux conditions réelles physiques dans la base canonique par le système suivant :

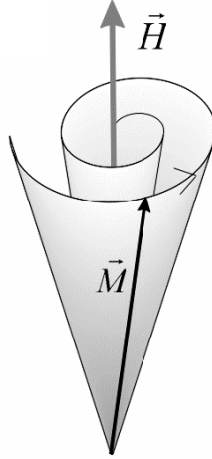
$$\begin{cases} m_x(0) = \sqrt{\frac{H}{H+\tilde{H}}}(m_{x'}(0) + m_{y'}(0)) \\ m_y(0) = \frac{1}{\sqrt{H(H+\tilde{H})}}(\beta m_{x'}(0) + \beta^* m_{y'}(0)) \end{cases}$$

La dynamique de l'aimantation autour de sa position d'équilibre, en l'absence de champ excitateur et de transfert de spin est complètement décrite par les deux équations suivantes :

$$m_x(t) = \left( m_x(0) \cos(\omega_p t) + \gamma_0 \frac{\alpha(H - \tilde{H})m_x(0) - 2Hm_y(0)}{2(1 + \alpha^2)\omega_p} \sin(\omega_p t) \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.30)$$

$$m_y(t) = \left( m_y(0) \cos(\omega_p t) - \gamma_0 \frac{\alpha(H - \tilde{H})m_y(0) - 2\tilde{H}m_x(0)}{2(1 + \alpha^2)\omega_p} \sin(\omega_p t) \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.31)$$

Cette trajectoire correspond à une spirale elliptique :



**Figure. 3.2** – Trajectoire de l'aimantation en l'absence de forces excitatrices

#### 3.1.4.4 Énergie totale linéarisée

Les hypothèses utilisées pour linéariser l'équation de Gilbert, peuvent aussi être utilisées pour faire un développement limité au premier ordre de l'énergie totale magnétique définie au paragraphe 3.1.2.6. L'expression de l'énergie ainsi trouvée sera celle de l'énergie du système physique décrit par le système d'équation (3.21).

Considérons l'expression (3.16) en ne tenant compte que du champ appliqué et du champ démagnétisant :

$$E_{tot} = -\mu_0 H M_z + \frac{1}{2} \mu_0 M_x^2 \quad (3.32)$$

A partir l'hypothèse des "petits angles", en utilisant l'équation 3.19, l'énergie totale du système "linéarisé" a pour expression :

$$E_{tot} = -\mu_0 H M_s + \frac{\mu_0}{2M_s} (\tilde{H} m_x^2 + H m_y^2) \quad (3.33)$$

Notons que l'énergie totale dépend quadratiquement des aimantations transverses, ce qui est caractéristique de l'énergie potentielle d'un oscillateur harmonique. Si l'on regarde la valeur moyenne prise par l'énergie sur une période d'oscillation que nous noterons exclusivement dans cette section par  $\langle E_{tot} \rangle$ , il est intéressant d'étudier les amplitudes relatives de  $\langle m_x^2 \rangle$  et  $\langle m_y^2 \rangle$ . D'après les équations du mouvement :

$$\begin{aligned} \langle m_x^2 \rangle &= \left( \frac{1}{2} m_x^2(0) - \frac{1}{2(\beta^* - \beta)^2} ((\beta^* + \beta) m_x(0) - 2H m_y(0))^2 \right) e^{-\frac{2t}{\tau}} \\ \langle m_y^2 \rangle &= \left( \frac{1}{2} m_y^2(0) - \frac{1}{2(\beta^* - \beta)^2} ((\beta^* + \beta) m_y(0) - 2\tilde{H} m_x(0))^2 \right) e^{-\frac{2t}{\tau}} \end{aligned}$$

Un calcul simple permet de montrer que :

$$\frac{\langle m_x^2 \rangle}{\langle m_y^2 \rangle} = \frac{H}{\tilde{H}} \quad (3.34)$$

Ce résultat entraîne l'égalité des deux termes quadratiques de l'expression (3.33) :

$$\frac{\mu_0}{2M_s} \tilde{H} \langle m_x^2 \rangle = \frac{\mu_0}{2M_s} H \langle m_y^2 \rangle \quad (3.35)$$

Ce résultat est très important car il traduit l'équi-répartition de l'énergie dans les deux degrés de liberté du système. Nous montrerons à la partie 3.2.2.3 que ces termes sont égaux à  $\frac{1}{2} \frac{k_B T}{V}$

### 3.1.4.5 Détermination de la susceptibilité

La méthode la plus couramment utilisée pour faire des mesures sur un système est de le soumettre à une force, et d'observer comment il y répond. Pour que le résultat reflète convenablement les propriétés intrinsèques du système, la force extérieure doit-être suffisamment faible pour que l'effet de la perturbation n'altère pas celui-ci. Il s'agit alors du domaine de la *réponse linéaire* [68]. Dans ce cadre nous venons d'étudier la relaxation du système. Un autre type d'étude peut aussi être réalisée : la réponse du système à une force harmonique. Par définition, un système linéaire répond à la même fréquence que l'excitation. Le coefficient de proportionnalité entre l'excitation et la réponse s'appelle la susceptibilité. Elle dépend de la pulsation de l'excitation.

Dans cette partie nous allons étudier la réponse à un champ exciteur de faible amplitude par rapport au champ effectif afin de rester dans le cadre de la réponse linéaire.

Soit  $\vec{h}(t)$  un champ harmonique de pulsation  $\omega$ , c'est à dire :  $\vec{h}(t) = \text{Re}(\vec{h}e^{-i\omega t})$ . La réponse de l'aimantation étant elle aussi à  $\omega$ , elle peut s'écrire  $\vec{m}(t) = \text{Re}(\vec{m}e^{-i\omega t})$ . Dans ce cas, le champ effectif de l'équation 3.20 devient :

$$H_{eff} = \begin{bmatrix} -M_x + h_x \\ h_y \\ H + h_z \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Après linéarisation de l'équation de Gilbert, la dynamique des composantes transverses de l'aimantation répondent à l'équation vectorielle suivante :

$$-\begin{bmatrix} \alpha & -1 \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} i\omega \vec{m} + \gamma_0 \begin{bmatrix} \tilde{H} & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix} \vec{m} = \gamma_0 M_s \vec{h} \quad (3.37)$$

Par définition de  $\underline{\chi}$ , la matrice de susceptibilité<sup>4</sup> :  $\vec{m}(\omega) = \underline{\chi}(\omega)\vec{h}(\omega)$ ,

$$\underline{\chi} = \gamma_0 M_s \left( \gamma_0 \begin{bmatrix} \tilde{H} & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix} - i\omega \begin{bmatrix} \alpha & -1 \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \right)^{-1} \quad (3.38)$$

La susceptibilité est une grandeur complexe. Il est donc possible de l'écrire sous la forme  $\underline{\chi} = \underline{\chi}' + i\underline{\chi}''$  avec :

$$\chi' = \frac{\gamma_0^2 M_s}{[\omega_0^2 - (1 + \alpha^2)\omega^2]^2 + \Delta^2 \omega^2} \begin{bmatrix} H(\omega_0^2 - \omega^2) + \alpha^2 \tilde{H} \omega^2 & \alpha(\tilde{H} + H)\omega^2 \\ -\alpha(\tilde{H} + H)\omega^2 & \tilde{H}(\omega_0^2 - \omega^2) + \alpha^2 H \omega^2 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\chi'' = \frac{\gamma_0 M_s \omega}{[\omega_0^2 - (1 + \alpha^2)\omega^2]^2 + \Delta^2 \omega^2} \begin{bmatrix} \alpha(\gamma_0^2 H^2 + (1 + \alpha^2)\omega^2) & -\omega_0^2 + (1 + \alpha^2)\omega^2 \\ \omega_0^2 - (1 + \alpha^2)\omega^2 & \alpha(\gamma_0^2 \tilde{H}^2 + (1 + \alpha^2)\omega^2) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

avec  $\omega_0 = \gamma_0 \sqrt{H\tilde{H}}$  définit à la partie 3.1.4.2 et  $\Delta = \gamma_0 \alpha(\tilde{H} + H)$ .

La partie réelle de la susceptibilité représente la réponse en phase avec l'excitation et la partie imaginaire, la réponse en quadrature de phase. Les termes en phase pour une réponse colinéaire à l'excitation (termes diagonaux) sont proportionnels à l'énergie fournie par le champ harmonique. Les termes en quadrature de phase représentent l'énergie cédée à l'environnement. En effet, s'il n'y a pas de dissipation, les termes en quadrature de phase sont nuls, laissant le système diverger à la résonance. Pour les termes non diagonaux, la partie en quadrature de phase représente cette fois l'énergie fournie au système et les termes en phase, l'énergie dissipée.

Les courbes représentatives de ces coefficients sont caractéristiques des phénomènes de résonance. C'est pourquoi les mesures donnant accès à la susceptibilité dynamique de l'aimantation sont appelées mesures de *résonance ferromagnétique*.

<sup>4</sup>La barre sous la fonction traduit le fait qu'il s'agit d'une matrice d'éléments

## 3.2 Théorème de "fluctuation-dissipation" appliqué au cas des fluctuations de l'aimantation

Avant d'étudier le cas particulier du magnétisme, nous nous proposons d'étudier un exemple simple : le mouvement brownien à une dimension. Les concepts qui y seront introduits, seront généralisés au cas des fluctuations de l'aimantation dans une deuxième partie.

### 3.2.1 Origine du théorème : le mouvement brownien

Nous allons donc nous intéresser aux propriétés du mouvement d'une particule de masse  $M$  plongée dans un bain constitué par des molécules identiques sans interactions, de masse  $m$  telle que  $m \ll M$ .

#### 3.2.1.1 Fluctuations et dissipation : origines communes

La particule Brownienne se déplace aléatoirement sous les impacts des molécules du bain. Comme la masse de la particule est très grande devant celle des molécules, le changement d'impulsion de cette dernière est relativement faible lors d'un choc. La particule et les molécules étant à l'équilibre thermodynamique :  $|V|_{\text{moy}} = \sqrt{\frac{k_B T}{M}}$  et  $|v|_{\text{moy}} = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$ , avec  $V$  la vitesse de la particule et  $v$  la vitesse d'une molécule du bain. Alors  $|V|_{\text{moy}} \ll |v|_{\text{moy}}$  : la particule peut être considérée comme presque immobile par rapport aux molécules du bain. Dans ce cas, lors d'un choc, la variation de l'impulsion de la particule est au maximum égale à deux fois l'impulsion de la molécule incidente :  $|\Delta P|_{\text{moy}} \leq 2|p|_{\text{moy}}$ , ce qui correspond à un choc élastique avec une molécule repartant avec la vitesse exactement opposée à celle qu'elle avait avant le choc. Ainsi :

$$\frac{|\Delta P|_{\text{moy}}}{|P|_{\text{moy}}} = \frac{|\Delta V|_{\text{moy}}}{|V|_{\text{moy}}} \leq 2\sqrt{\frac{m}{M}} \ll 1 \quad (3.41)$$

Il faut donc que la particule subisse un grand nombre de chocs avant qu'elle ait une variation significative de sa vitesse.

Dans le référentiel du laboratoire, la distribution des vitesses des molécules du bain est de moyenne nulle. En revanche, dans le référentiel de la particule Brownienne la distribution de vitesse des molécules n'est plus de moyenne nulle, mais centrée sur la valeur opposée de sa vitesse. Il en résulte que la probabilité pour la particule de subir une collision avec une molécule ayant une vitesse opposée à la sienne est plus grande que celle de subir une collision avec une molécule se déplaçant dans la même direction. Il s'agit d'un effet de moyenne : il faut un grand nombre de chocs pour que cet effet de

freinage soit significatif ; simultanément il faut un grand nombre de chocs avant qu'il y ait une variation sensible de la vitesse de la particule. Ainsi, sur une échelle de temps très supérieure à la durée d'un choc, il est possible de considérer que la vitesse de la particule varie continument. Par conséquent la particule subit une force moyenne opposée à sa vitesse. Par analogie avec le frottement visqueux, qui est lui aussi dû à des chocs avec les molécules du milieu, la force de frottement obtenue pour le mouvement Brownien est de la forme :

$$\vec{f}_{frott} = -\eta\vec{v} \quad (3.42)$$

Il est possible, dans le cadre du mouvement Brownien, d'obtenir rigoureusement cette expression de la force de frottement par l'équation de Fokker-Planck [69].

D'un autre coté, chaque choc exerce une force aléatoire sur la particule, appelé force de Langevin [68]. La vitesse de la particule étant en moyenne très faible par rapport à celle des molécules du bain, la probabilité pour qu'elle subisse un choc avec une molécule venant d'une direction ou de la direction opposée est au premier ordre la même (ce qui n'est pas le cas, comme nous l'avons vu, quand elle subit un grand nombre de chocs). Dans ce cas, la force exercée lors d'un choc est en moyenne nulle. Chaque choc étant indépendant, il n'y a pas de corrélation entre la force lors d'un choc et celle lors du choc suivant. Sa variation dans le temps est très rapide et son temps de corrélation est plusieurs ordres de grandeurs plus petit que le temps de relaxation donnée par la force de frottement et les temps caractéristiques de la mesure : sa fonction de corrélation  $\psi_{\vec{f}}$  sera assimilée à une fonction de Dirac. La force aléatoire étant ergodique dans le cas du mouvement brownien, il y égalité entre la moyenne d'ensemble, que nous noterons dans la suite de ce chapitre par  $\langle \rangle$  et la moyenne temporelle que nous noterons comme au chapitre 2 par une barre supérieure. Ainsi :

$$\psi_{\vec{f}}(\tau) = \overline{\vec{f}(t)\vec{f}(t+\tau)} = \langle \vec{f}(t)\vec{f}(t+\tau) \rangle = \Gamma\delta(\tau) \quad (3.43)$$

A partir de ce constat, Langevin a postulé que le mouvement de la particule peut être décrit par l'équation différentielle stochastique :

$$M\frac{d\vec{v}}{dt} = -\eta\vec{v} + \vec{f} \quad (3.44)$$

Ce type d'équation est appelée de manière très générale équation de Langevin.

L'origine des deux forces du membre de droite de l'équation étant commune, nous allons montrer qu'il existe une relation entre les deux.

### 3.2.1.2 Relation entre fluctuation et dissipation

L'équation de Langevin 3.44 a pour solution générale :

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 e^{-\frac{\eta}{M}t} + \frac{1}{M} \int_0^t \vec{f}(t') e^{-\frac{\eta}{M}(t-t')} dt' \quad (3.45)$$

La particule est à l'équilibre thermodynamique avec un thermostat, les échanges d'énergie avec le thermostat sont donc en moyenne nuls. Autrement dit l'énergie libre du système est constante. Comme les transferts d'énergie entre la particule et le bain se font par l'intermédiaire de la force de frottement et de la force de Langevin, il vient :

$$\langle \vec{f}_{frott} \cdot \vec{v} + \vec{f} \cdot \vec{v} \rangle = -\eta \langle v^2 \rangle + \langle \vec{f} \cdot \vec{v} \rangle = 0 \quad (3.46)$$

A partir de l'expression 3.45 de la vitesse, la puissance moyenne fournie par la force fluctuante  $\vec{f}$  peut être exprimée en fonction de sa fonction d'autocorrélation :

$$\begin{aligned} \langle \vec{f} \cdot \vec{v} \rangle &= \left\langle \left( \vec{v}_0 e^{-\frac{\eta}{M}t} + \frac{1}{M} \int_0^t \vec{f}(t') e^{-\frac{\eta}{M}(t-t')} dt' \right) \cdot \vec{f}(t) \right\rangle \\ &= \langle \vec{v}_0 e^{-\frac{\eta}{M}t} \cdot \vec{f}(t) \rangle + \frac{1}{M} \left\langle \int_0^t \vec{f}(t) \cdot \vec{f}(t') e^{-\frac{\eta}{M}(t-t')} dt' \right\rangle \\ &= \vec{v}_0 e^{-\frac{\eta}{M}t} \langle \vec{f}(t) \rangle + \frac{1}{M} \int_0^t \langle \vec{f}(t) \cdot \vec{f}(t') \rangle e^{-\frac{\eta}{M}(t-t')} dt' \\ &= \frac{1}{M} \int_0^t \Gamma \delta(t-t') e^{-\frac{\eta}{M}(t-t')} dt' \\ &= \frac{1}{M} \Gamma \end{aligned}$$

La particule étant à l'équilibre thermodynamique :  $\frac{1}{2} M \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T$ . L'équation (3.46) donne alors :

$$\eta k_B T = \Gamma \quad (3.47)$$

La fonction d'autocorrélation de la force aléatoire est donc reliée au coefficient de viscosité de la force de frottement : il ne peut pas y avoir de fluctuation s'il n'y a pas de dissipation. Ce résultat est connu sous le nom du théorème de fluctuation-dissipation que nous noterons pour simplifier TFD. Dans ce cas il s'agit de son expression dans la représentation temporelle.

### 3.2.1.3 T.F.D. en représentation fréquentielle

Le résultat précédent peut-être facilement transposé dans une représentation fréquentielle. Pour passer d'une représentation à une autre, il suffit d'utiliser le théorème de Wiener-Khintchine qui relie la fonction d'autocorrélation  $\psi_x$  à  $S_x$  d'une variable aléatoire, la densité spectrale de puissance<sup>5</sup> :

$$S_x(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_x(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau = 2\hat{\psi}_x(\omega) \quad (3.48)$$

<sup>5</sup>La transformée de Fourier d'une fonction  $f$  sera notée  $\hat{f}$



Autrement dit, la densité spectrale de puissance de la force de Langevin  $S_f$  n'est rien d'autre que deux fois la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation, donnée par l'équation (3.43) :

$$S_f(\omega) = 2\eta k_B T \quad (3.49)$$

A partir de la densité spectrale de puissance de la force fluctuante, il est possible d'obtenir la densité spectrale de puissance des fluctuations de la vitesse, ou de la position de la particule Brownienne. La variation de position de la particule Brownienne est donnée par l'équation de Langevin (3.44) en remplaçant la vitesse par la dérivée de la position :

$$M \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = -\eta \frac{d\vec{x}}{dt} + \vec{f}$$

Si dans cette équation la force aléatoire est remplacée par une force harmonique de faible amplitude, nous avons vu au paragraphe 3.1.4.5 que la variation de position est reliée à la force excitatrice par un coefficient de proportionnalité, la susceptibilité  $\chi$  :

$$\vec{x}(\omega) = \chi(\omega) \vec{f}(\omega) \quad \text{avec} \quad \chi(\omega) = -\frac{M}{M^2\omega^2 + \eta^2} + i \frac{\eta}{M^2\omega^3 + \eta^2\omega}$$

Ce résultat permet de relier directement la densité spectrale de la réponse à celle de l'excitation :

$$S_{\vec{x}}(\omega) = |\chi(\omega)|^2 S_f(\omega) \quad \text{avec} \quad |\chi(\omega)|^2 = \frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{M^2\omega^2 + \eta^2}$$

Nous pouvons remarquer que :

$$|\chi(\omega)|^2 = \frac{1}{\eta} \frac{\chi''(\omega)}{\omega}$$

Ainsi, si l'on remplace la densité spectrale de l'excitation par son expression dans le cas d'une force de Langevin, on obtient l'expression du théorème fluctuation dissipation dans la représentation fréquentielle :

$$S_{\vec{x}}(\omega) = 2k_B T \frac{\chi''(\omega)}{\omega} \quad (3.50)$$

Cette version du théorème est la plus couramment utilisée. Si l'on reprend la terminologie de R. Kubo [70], il s'agit du premier énoncé du théorème de fluctuation dissipation.

### 3.2.1.4 Théorème de fluctuation dissipation généralisé

Le théorème de fluctuation-dissipation a été démontré pour la première fois en 1928 par Nyquist pour caractériser les fluctuations de tension et de courant dans un circuit en régime quasi-stationnaire. Ce n'est qu'en 1952 qu'il a été généralisé par Green et Callen

et étendu jusqu'à des temps de l'ordre du temps caractéristique des échanges d'énergie entre le système et le bain thermique [69] :

$$S_{\vec{x}}(\omega) = 2\hbar \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \chi''(\omega) \quad (3.51)$$

Pour des fréquences très inférieures à  $\frac{k_B T}{\hbar}$ , le développement limité de la fonction cotangente redonne le résultat (3.50).

Nous pourrions appliquer directement ce résultat au cas des fluctuations transverses de l'aimantation, mais il est intéressant de faire une démonstration similaire à celle du mouvement Brownien afin d'avoir une vision concrète des grandeurs physiques qui interviennent dans l'étude de notre système.

### 3.2.2 TFD dans le cadre du magnétisme

Hormis l'article de W. F. Brown de 1963 [71], qui dérive le TFD dans le cadre de l'équation de Fokker-Planck, aucune dérivation simple du TFD à partir d'une équation de Langevin n'est référencée. Ce fait s'explique simplement parce que l'équation de Gilbert linéarisée possède les propriétés suffisantes pour appliquer le TFD généralisé [67][69]. Mais pour pouvoir par la suite justifier de l'utilisation de ce théorème lorsque qu'un courant polarisé en spin traverse la couche magnétique, il est important de réaliser cette démonstration et d'y inclure les effets de transfert de spin qui mettent le système dans un état hors équilibre. Dans un premier temps nous nous intéresserons à la démonstration dans le cadre de l'équation de Gilbert linéarisée en l'absence des termes de couple de transfert de spin.

#### 3.2.2.1 Intégration du champ fluctuant dans l'équation de Gilbert linéarisée

De la même manière que la force fluctuante a été introduite pour rendre compte des transferts d'énergie du bain vers le système dans le cas du mouvement Brownien, nous allons introduire un champ fluctuant  $\vec{h}$  pour décrire les interactions de l'aimantation avec le bain thermique, Nous allons postuler les mêmes hypothèses pour le champ fluctuant que pour la force de Langevin, par abus de langage, nous parlerons de champ de Langevin :

- Le champ fluctuant est de moyenne nulle :  $\langle \vec{h} \rangle = \vec{0}$
- La fonction d'autocorrélation  $\underline{\psi}_{\vec{h}}$  du champ fluctuant sera assimilée à une fonction de

Dirac dans la gamme des temps accessibles à notre étude :  $\underline{\psi}_{\vec{h}}(\tau) = \begin{bmatrix} \Gamma & 0 \\ 0 & \Gamma' \end{bmatrix} \delta(\tau)$ .

Nous ne supposons pas, a priori, que l'amplitude de la fonction d'autocorrélation de chacune des composantes du champ soit la même.

Après modification de l'équation de Gilbert (3.22) pour tenir compte du champ fluctuant, on obtient une équation de Langevin décrivant l'évolution temporelle des fluctuations de l'aimantation :

$$\begin{bmatrix} \alpha & -1 \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \frac{d\vec{m}}{dt} + \gamma_0 \begin{bmatrix} \tilde{H} & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix} \vec{m} = \gamma_0 m_s \vec{h} \quad (3.52)$$

### 3.2.2.2 Intégration de l'équation de Gilbert

Pour intégrer cette équation différentielle, il est intéressant de se placer dans la base diagonale  $(\vec{x}', \vec{y}')$  introduite au chapitre 3.1.4.2 :

$$\frac{d\vec{m}'}{dt} = -\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^* \end{bmatrix} \vec{m}' + \frac{\gamma_0 m_s}{1+\alpha^2} P \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ -1 & \alpha \end{bmatrix} \vec{h} \quad (3.53)$$

On notera :

$$\frac{\gamma_0 m_s}{1+\alpha^2} P \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ -1 & \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Les solutions de l'équation A.1 ont alors pour expression :

$$m_{x'}(t) = m_{x'}(0) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda t} + \int_0^t \left( a h_x(t') + b h_y(t') \right) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda(t-t')} dt' \quad (3.55)$$

$$m_{y'}(t) = m_{y'}(0) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^* t} + \int_0^t \left( c h_x(t') + d h_y(t') \right) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^*(t-t')} dt' \quad (3.56)$$

A partir de ces expressions, il est possible de déterminer la variance des composantes transverses de l'aimantation  $\langle m_x^2 \rangle$  et  $\langle m_y^2 \rangle$  :

$$\begin{aligned} \langle m_x^2 \rangle &= \frac{H}{H + \tilde{H}} \left( \langle m_{x'}^2 \rangle + 2 \langle m_{x'} m_{y'} \rangle + \langle m_{y'}^2 \rangle \right) \\ \langle m_y^2 \rangle &= \frac{1}{H(H + \tilde{H})} \left( \beta^2 \langle m_{x'}^2 \rangle + 2 |\beta|^2 \langle m_{x'} m_{y'} \rangle + \beta^{*2} \langle m_{y'}^2 \rangle \right) \end{aligned}$$

En appliquant la même procédure qu'à la section 3.2.1.2 pour le calcul de  $\langle \vec{f} \cdot \vec{v} \rangle$ , il vient<sup>6</sup> :

$$\langle m_x^2 \rangle = \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{2\alpha \tilde{H}} \quad (3.57)$$

$$\langle m_y^2 \rangle = \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma'}{2\alpha H} \quad (3.58)$$

Maintenant que nous connaissons la relation entre l'écart type de l'aimantation par rapport à la position d'équilibre et l'amplitude de corrélation du champ fluctuant, nous allons montrer que ces dernières sont reliées à la température du bain par l'intermédiaire du théorème d'équi-répartition de l'énergie.

<sup>6</sup>Ce calcul est détaillé en annexe A

### 3.2.2.3 Equi-répartition de l'énergie

Énoncé [72] : *tout terme indépendant quadratique de la fonction de Hamilton a pour valeur moyenne  $k_B T/2$ .*

### 3.2.2.4 Hamiltonien du Système

Pour déterminer l'Hamiltonien, une solution consiste à déterminer d'abord son Lagrangien. Le Lagrangien ne concerne que les termes conservatifs de l'équation (3.52), c'est à dire les termes de précession. En effet, l'amortissement n'est pas, par définition, une force conservative. De la même manière le champ fluctuant étant aléatoire (dépendant explicitement du temps), le travail qu'il fournit au système ne peut pas être décrit par un potentiel. Ces deux termes n'apparaissent donc pas dans l'expression du Lagrangien, réduit pour le système linéarisée à l'expression suivante :

$$L(m_i, \dot{m}_i) = \frac{\mu_0}{2\gamma_0 M_S} (m_x \dot{m}_y - m_y \dot{m}_x) - \frac{\mu_0}{2} \left( \frac{\tilde{H}}{M_s} m_x^2 + \frac{H}{M_s} m_y^2 \right)$$

Ces deux équations permettent de retrouver la précession de l'aimantation autour du champ effectif :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{m}_x} - \frac{\partial L}{\partial m_x} &= -\frac{\mu_0}{2\gamma_0 M_S} \dot{m}_y - \frac{\mu_0}{2\gamma_0 M_S} \dot{m}_y + \frac{\mu_0 \tilde{H}}{M_s} m_x = 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{m}_y} - \frac{\partial L}{\partial m_y} &= -\frac{\mu_0}{2\gamma_0 M_S} \dot{m}_x - \frac{\mu_0}{2\gamma_0 M_S} \dot{m}_x + \frac{\mu_0 H}{M_s} m_y = 0 \end{aligned}$$

L'Hamiltonien du système dérive directement du Lagrangien par une transformation de Legendre :

$$H(m_i, p_i) = \frac{\mu_0}{2} \left( \frac{\tilde{H}}{M_s} m_x^2 + \frac{H}{M_s} m_y^2 \right)$$

Il faut remarquer deux choses :

- L'Hamiltonien représente pour un système l'énergie mécanique totale. Il est donc naturellement égal à l'énergie magnétique totale du système déterminée à la section 3.1.4.4.
- Les impulsions ont pour expression :  $p_x = -\gamma_0 m_y$  et  $p_y = -\gamma_0 m_x$ , ce qui permet de retrouver directement les équations du mouvement.

A l'équilibre thermodynamique le travail moyen fourni par le champ fluctuant est directement compensé par le travail moyen dissipé par les termes d'amortissement, laissant ainsi l'hamiltonien à une valeur moyenne constante. Dans ce cas il est possible d'utiliser sans ambiguïté le théorème d'équi-répartition de l'énergie [72] : chaque terme de l'hamiltonien contenant un moment quadratique est alors égal à  $\frac{1}{2} \frac{k_B T}{V}$  :

$$\frac{\mu_0 \tilde{H}}{2M_s} \langle m_x^2 \rangle = \frac{\mu_0 H}{2M_s} \langle m_y^2 \rangle = \frac{k_B T}{2V} \quad (3.59)$$

### 3.2.2.5 Détermination du spectre des fluctuations d'aimantation

En remplaçant  $\langle m_x^2 \rangle$  et  $\langle m_y^2 \rangle$  par leurs expressions (3.57), on obtient une relation entre le coefficient d'amortissement de Gilbert et les amplitudes moyennes de la fonction d'autocorrélation  $\Gamma$  et  $\Gamma'$  :

$$\Gamma = \Gamma' = \frac{2k_B T \alpha}{\gamma_0 M_s V}$$

La fonction de corrélation du champ fluctuant peut s'écrire exactement :

$$\underline{\psi}_{\vec{h}}(\tau) = \frac{2k_B T}{\gamma_0 M_s V} \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \delta(\tau) \quad (3.60)$$

Ce résultat n'est rien d'autre que le théorème de fluctuation-dissipation en représentation temporelle. Son expression en représentation fréquentielle par l'intermédiaire du théorème de Wiener-Khinchine donne pour expression de la densité spectrale de puissance des fluctuations du champ  $\underline{S}_{\vec{h}}$  :

$$\begin{bmatrix} S_{h_x h_x} & S_{h_x h_y} \\ S_{h_y h_x} & S_{h_y h_y} \end{bmatrix} = \frac{4k_B T}{\gamma_0 M_s V} \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

L'expression de la densité spectrale des fluctuations de l'aimantation  $\underline{S}_{\vec{m}}$  s'obtient à partir de  $\underline{S}_{\vec{h}}$  par l'intermédiaire de la susceptibilité :

$$\underline{S}_{\vec{m}} = \begin{bmatrix} S_{m_x m_x} & S_{m_x m_y} \\ S_{m_y m_x} & S_{m_y m_y} \end{bmatrix} = \frac{4k_B T}{\mu_0 \omega V} \begin{bmatrix} \chi''_{xx} & \frac{1}{i} \chi'_{xy} \\ \frac{1}{i} \chi'_{yx} & \chi''_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

Ce résultat est identique à celui que l'on aurait obtenu en appliquant directement le résultat du théorème de fluctuation-dissipation généralisé [69][73][67].

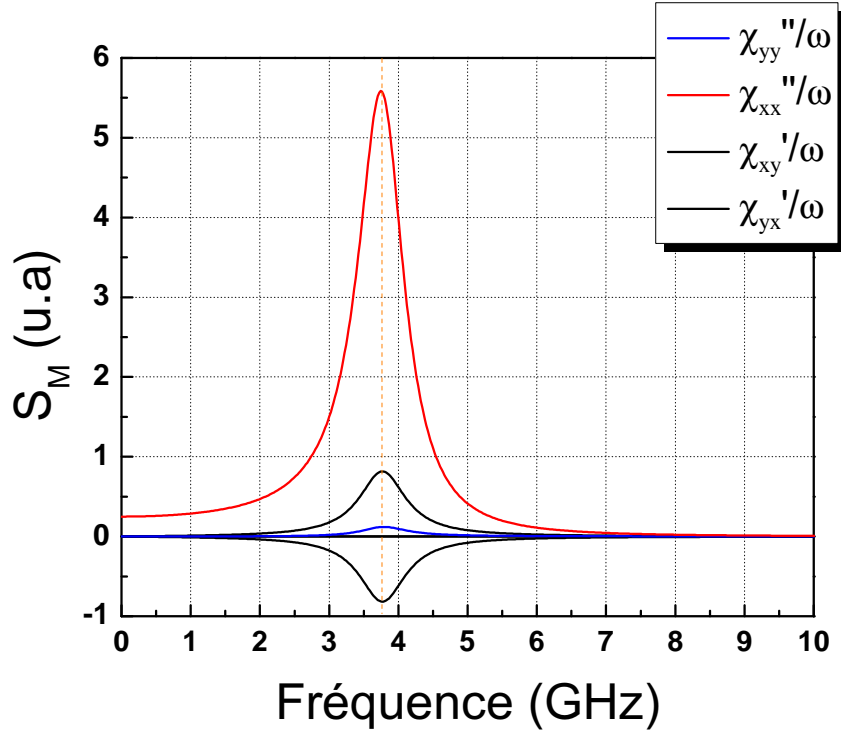
Maintenant que nous connaissons le spectre des fluctuations d'aimantation, nous allons décrire dans la partie suivante ses propriétés.

## 3.2.3 Etude des fluctuations d'aimantation

### 3.2.3.1 Fluctuations transverses

Les densités spectrales de puissance des fluctuations transverses de l'aimantation sont données par le théorème fluctuation-dissipation. De manière explicite la relation (3.62) a pour expression :

$$\underline{S}_{\vec{m}} = \frac{4\alpha\gamma_0 M_s k_B T}{\mu_0 V \left( [\omega_0^2 - (1 + \alpha^2)\omega^2]^2 + \Delta^2 \omega^2 \right)} \begin{bmatrix} \gamma_0^2 H^2 + (1 + \alpha^2)\omega^2 & \frac{\gamma_0}{i} (\tilde{H} + H)\omega \\ -\frac{\gamma_0}{i} (\tilde{H} + H)\omega & \gamma_0^2 \tilde{H}^2 + (1 + \alpha^2)\omega^2 \end{bmatrix} \quad (3.63)$$



**Figure. 3.3** – Représentation graphique en unité arbitraires des termes  $S_{m_x m_x}$  (bleu),  $S_{m_y m_y}$  (orange),  $S_{m_x m_y}$  (noir), et  $S_{m_y m_x}$  (vert) pour les valeurs suivantes des paramètres :  $4\pi M_s = 10000$  Oe,  $H = 200$  Oe et  $\alpha = 0,03$

L'expression de chacun des termes représentant la matrice de la densité spectrale des fluctuations de l'aimantation est similaire, si bien que leurs courbes représentatives ont la même allure comme le montre la figure 3.3.

Les quatre courbes présentent un maximum fortement marqué, caractéristique des phénomènes de résonance. C'est pourquoi l'on parle de résonance ferromagnétique, et plus précisément dans le cadre des fluctuations de l'aimantation de résonance ferromagnétique thermiquement activée. Le maximum est très proche pour les quatre courbes de la pulsation propre du système  $\omega_p$  déterminée à la section 3.1.4.2. La largeur à mi-hauteur des pics de résonance est égale au premier ordre au coefficient  $\Delta$ , c'est pourquoi nous l'avons présenté à la section 3.1.4.5 sous le terme de largeur à mi-hauteur. L'amplitude à la résonance est aussi directement reliée à ce coefficient : elle lui est inversement proportionnelle. Or  $\Delta$  est proportionnel au coefficient d'amortissement de Gilbert  $\alpha$ . Ainsi, si le système peut dissiper beaucoup d'énergie, c'est à dire pour des valeurs de  $\alpha$  élevées, la résonance est peu marquée et relativement large. Dans le cas des faibles valeurs de  $\alpha$ , le pic de résonance se resserre, jusqu'à ce que son amplitude diverge pour  $\alpha = 0$ . Dans le cas des très faibles valeurs de  $\alpha$ , rencontrées dans des matériaux comme les Grenats, l'approximation des petits angles n'est plus valide pour des fréquences proche de la ré-

sonance, car même pour de faibles excitations l'amplitude des oscillations peut devenir très grande du fait du fort facteur de qualité de la résonance. Dans le cas des matériaux utilisés pour la fabrication des échantillons, la valeur du coefficient  $\alpha$  est de l'ordre de 0,01, ce qui assure que l'hypothèse des "petits angles" utilisée pour linéariser l'équation de Gilbert reste valide, même à la résonance.

La mesure de magnétorésistance que nous réalisons nous donne seulement accès aux termes diagonaux de la matrice (3.63), comme nous le verrons au chapitre 4 section 4.3.1. Par conséquent, nous ne tiendrons plus compte des termes non diagonaux dans la suite de cette présentation. De plus le rapport des amplitudes  $S_{m_y m_y} / S_{m_x m_x}$  :

$$\frac{S_{m_y m_y}}{S_{m_x m_x}} = \frac{\gamma_0^2 \tilde{H}^2 + (1 + \alpha^2) \omega^2}{\gamma_0^2 H^2 + (1 + \alpha^2) \omega^2} = 1 + \frac{\gamma_0^2 M_s (H + \tilde{H})}{\gamma_0^2 H^2 + (1 + \alpha^2) \omega^2} \quad (3.64)$$

montre que  $S_{m_x m_x} \ll S_{m_y m_y}$  pour  $\omega \ll \gamma_0 \sqrt{\frac{M_s(H + \tilde{H}) - H^2}{1 + \alpha^2}}$ . Ce qui correspond à  $f \ll 26 \text{ GHz}$ , avec les valeurs suivantes :  $4\pi M_s = 10000 \text{ Oe}$  et  $\alpha = 0,01$ , qui sont caractéristiques des matériaux magnétiques constitutifs des échantillons et pour un champ appliqué de  $200 \text{ Oe}$ . Nos mesures étant faites jusqu'à  $6 \text{ GHz}$ , nous ne nous intéresserons qu'au terme  $S_{m_y m_y}$ . Pour les fluctuations transverses de l'aimantation, le terme significatif correspond aux fluctuations dans le plan de la couche.

A partir des densités spectrales de puissance des fluctuations transverses, nous allons montrer qu'il est possible de connaître le spectre des fluctuations longitudinales, c'est-à-dire selon la direction d'équilibre donnée par l'axe  $z$

### 3.2.3.2 Fluctuations longitudinales

A partir des composantes transverses de l'aimantation il suffit d'utiliser la conservation de la norme pour déterminer  $M_z$  :

$$\delta M_z(t) = -\frac{1}{2M_s} [\delta(M_x^2)(t) + \delta(M_y^2)(t)]$$

D'après les résultats précédents et pour simplifier la présentation nous ferons l'hypothèse que  $\delta(M_x^2) \ll \delta(M_y^2)$ . Dans ce cas l'équation précédente se simplifie :

$$\delta M_z(t) \approx -\frac{1}{2M_s} \delta(M_y^2)(t)$$

Par définition :

$$S_{M_z M_z}(\omega) = \frac{1}{2M_s^2} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} m_y^2(t) e^{i\omega t} dt \right|^2$$

Il vient en utilisant le résultat que la transformée de Fourier d'un produit est égal au produit de convolution<sup>7</sup> des transformées de Fourier :

$$\begin{aligned} |\hat{m}_y^2(\omega)|^2 &= |(\hat{n}_y \otimes \hat{n}_y)(\omega)|^2 \\ &= |(\chi_{yy}\hat{h}_y) \otimes (\chi_{yy}\hat{h}_y) + (\chi_{yx}\hat{h}_x) \otimes (\chi_{yx}\hat{h}_x) + (\chi_{yy}\hat{h}_y) \otimes (\chi_{yx}\hat{h}_x) + (\chi_{yx}\hat{h}_x) \otimes (\chi_{yy}\hat{h}_y)|^2 \end{aligned}$$

Dans ce cas :

$$|\hat{m}_y^2(\omega)|^2 \leq \sum_{i=x,y \text{ et } j=x,y} |(\chi_{yi}\hat{h}_i) \otimes (\chi_{yj}\hat{h}_j)|^2 \quad (3.65)$$

$$\leq \sum_{i=x,y \text{ et } j=x,y} \left| \left( \sqrt{\frac{4k_B T \alpha}{\gamma_0 M_s V}} \chi_{yi} \right) \otimes \left( \sqrt{\frac{4k_B T \alpha}{\gamma_0 M_s V}} \chi_{yj} \right) \right|^2 \quad (3.66)$$

$$\leq 4 \left( \frac{4k_B T \alpha}{\gamma_0 M_s V} \right)^2 |(\chi_{yy} \otimes \chi_{yy})(\omega)|^2$$

Ainsi la densité spectrale des fluctuations longitudinales a pour expression :

$$S_{M_z}(\omega) \leq \frac{2}{M_s^2} \left( \frac{4k_B T \alpha}{\gamma_0 M_s V} \right)^2 |\chi_{yy} \otimes \chi_{yy}|^2$$

Le terme de droite est proportionnel au produit de convolution des susceptibilités transverses. Ce résultat a deux conséquences :

- L'amplitude de la densité spectrale des fluctuations longitudinales est du deuxième ordre par rapport à celle des fluctuations transverses.
- La densité spectrale des fluctuations longitudinales peut présenter une résonance à la fréquence double de celle des fluctuations transverses.

A partir de ce point il n'est pas possible d'avoir une expression analytique simple de  $S_{M_z M_z}$ . Nous avons calculé numériquement  $|\chi_{yy} \otimes \chi_{yy}|^2$  : le résultat numérique prédit bien une résonance à deux fois la fréquence des composantes transverses, c'est-à-dire à  $2\omega_r$ . Notre expérience ne nous permet pas de faire apparaître cette contribution à  $2\omega_r$ , si bien que les fluctuations longitudinales de l'aimantation seront négligées pour la suite de l'étude.

Il est maintenant nécessaire d'étudier les coefficients hors de la diagonale :  $S_{M_z M_y}$ ,  $S_{M_y M_z}$ ,  $S_{M_z M_x}$  et  $S_{M_x M_z}$ .

Il est possible de réaliser le même traitement que précédemment. Dans ce cas il vient :

$$S_{M_z M_y}(\omega) = -\frac{1}{M_s} \hat{m}_y^2(\omega) \hat{m}_y^*(\omega) \quad (3.67)$$

$$S_{M_z M_x}(\omega) = -\frac{1}{M_s} \hat{m}_y^2(\omega) \hat{m}_x^*(\omega) \quad (3.68)$$

---

<sup>7</sup>noté  $\otimes$



Soit :

$$S_{M_z M_y}(\omega) = -\frac{1}{M_s} ((\hat{m}_y \otimes \hat{m}_y)(\omega)) \hat{m}_y^*(\omega) \quad (3.69)$$

$$S_{M_z M_x}(\omega) = -\frac{1}{M_s} ((\hat{m}_y \otimes \hat{m}_y)(\omega)) \hat{m}_x^*(\omega) \quad (3.70)$$

En exprimant les fluctuations de l'aimantation transverses en fonction du champ fluctuant et de la susceptibilité, il vient :

$$|S_{M_z M_y}(\omega)| \leq \frac{1}{M_s} \left( \frac{4k_B T \alpha}{\gamma_0 M_s V} \right)^{3/2} |((\chi_{yy} \otimes \chi_{yy})(\omega)) \chi_{yy}^*(\omega)| \quad (3.71)$$

$$|S_{M_z M_x}(\omega)| \leq \frac{1}{M_s} \left( \frac{4k_B T \alpha}{\gamma_0 M_s V} \right)^{3/2} |((\chi_{yy} \otimes \chi_{yy})(\omega)) \chi_{xy}^*(\omega)| \quad (3.72)$$

D'après le résultat obtenu pour  $S_{M_z M_z}$  les fonctions associées au membre de droite de l'équation ci-dessus doivent présenter un pic de résonance à  $\omega_r$  et un à  $2\omega_r$ . De plus ces termes correspondent à un ordre de développement compris entre celui des fluctuations transverses et celui des fluctuations longitudinales. Nous pourrions donc les négliger par rapport à ces premières.

Nous avons montré dans cette partie qu'il est possible d'avoir une expression de la densité spectrale des fluctuations d'aimantations (transverses et longitudinales) par l'intermédiaire du théorème fluctuation-dissipation [67]. Mais le but de la présente étude est de caractériser le phénomène de transfert de spin, nous allons donc montrer dans la partie suivante comment il est possible d'étendre ce résultat lorsque l'aimantation est couplée à un courant polarisé en spin.

### 3.3 Introduction des deux termes de transfert de spin

La résonance ferromagnétique excitée thermiquement a déjà été mesurée, notamment en fonction de la température dans des GMR de taille micrométriques [74]. Dans ce cas, les densités de courant sont tellement faibles que l'effet de transfert de spin introduit au chapitre I est inexistant. En revanche, bien que nos échantillons soient trop grands pour observer le retournement ou la précession entretenue de l'aimantation, nous verrons que le transfert de spin joue tout de même un rôle non négligeable sur les fluctuations de l'aimantation. Nous allons donc nous intéresser dans cette partie à ses effets sur la dynamique de l'aimantation dans le cadre de la réponse linéaire.

#### 3.3.1 Modification de l'équation de Gilbert

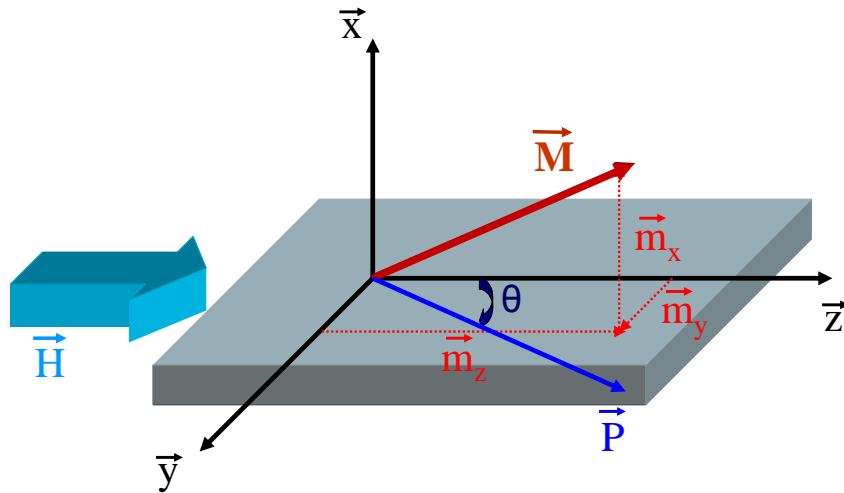
Nous avons vu au chapitre 1 que le couple exercé par le transfert de spin peut être divisé en deux termes : un terme proportionnel à  $\vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{p})$  et l'autre proportionnel

à  $\vec{M} \times \vec{p}$ . Le vecteur  $\vec{p}$  représente la polarisation du courant incident, et dans ce cas la direction de l'aimantation de la couche de référence. Le premier terme ou terme de Slonczewski est caractérisé par le coefficient  $a_j$  qui dépend a priori que du courant. Le second terme, ou "field-like term" sera traité comme une modification du champ effectif. Il est caractérisé par le coefficient  $b_j$ , qui comme  $a_j$ , dépend du courant de polarisation. Pour tenir compte de l'effet de transfert de spin l'équation de Gilbert doit être modifiée pour donner l'équation (1.40) présentée au chapitre 1 :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma_0 (\vec{H}_{eff} - b_j \vec{p}) \times \vec{M} + \frac{\alpha}{M_s} \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt} + \gamma_0 \frac{a_j}{M_s} \vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{p})$$

Rappelons qu'avec ces conventions, les coefficients  $a_j$  et  $b_j$  sont homogènes à un champ magnétique. Cette équation traduit l'évolution temporelle de l'aimantation d'une couche magnétique parcourue par un courant normal polarisé en spin. Dans le cas d'une couche mince infinie cette équation peut être développée de la manière suivante sur les axes définis par la figure 3.4 :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{dM_x}{dt} \\ \frac{dM_y}{dt} \\ \frac{dM_z}{dt} \end{bmatrix} &= \gamma_0 \begin{bmatrix} -4\pi M_x \\ -b_j \sin \theta \\ H - b_j \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{M_s} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{dM_x}{dt} \\ \frac{dM_y}{dt} \\ \frac{dM_z}{dt} \end{bmatrix} \\ &+ \gamma_0 \frac{a_j}{M_s} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \right) \quad (3.73) \end{aligned}$$



**Figure. 3.4** — Repère choisi pour projeter les grandeurs vectorielles.  $\vec{p}$  représente la direction de la polarisation du courant et par conséquent la direction de l'aimantation de la couche polarisante. Nous verrons au chapitre suivant, que la direction de facile aimantation de la couche libre est la même que celle de la couche de référence (polariseur), ce qui veut dire que  $\vec{p}$  représente aussi l'axe de facile aimantation de la couche étudiée ici.

A partir de maintenant, nous traiterons le cas particulier où  $\theta = 0$  ou  $\theta = \pi$ , ce qui correspond à un alignement parallèle ou antiparallèle des aimantation des couches magnétiques de part et d'autre de la jonction. Pour ne pas avoir à distinguer à chaque étapes le cas  $\theta = 0$  du cas  $\theta = \pi$ , nous ne traiterons que le premier cas. Pour obtenir les résultats correspondant au cas opposé, il suffira de remplacer respectivement  $a_j$  par  $-a_j$  et  $b_j$  par  $-b_j$ .

### 3.3.2 Linéarisation de l'équation de Gilbert avec transfert de spin

Comme dans le cas sans transfert de spin 3.1.4.1, l'équation précédente peut-être linéarisée :

$$\begin{bmatrix} \alpha & -1 \\ 1 & \alpha \end{bmatrix} \frac{d\vec{m}}{dt} + \gamma_0 \begin{bmatrix} \tilde{H} - b_j & a_j \\ -a_j & H - b_j \end{bmatrix} \vec{m} = \gamma_0 M_s \vec{h} \quad (3.74)$$

Cette équation permet, comme son homologue duire la pulsation propre du système parcouru par un courant polarisé en spin, ainsi que le temps de relaxation :

$$\omega_p = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha^2} \sqrt{(H - b_j)(\tilde{H} - b_j) - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 (H - \tilde{H})^2 + \alpha a_j (H + \tilde{H} - 2b_j + \alpha a_j)}$$

$$\tau = \frac{2(1 + \alpha^2)}{\gamma_0 (\alpha(H + \tilde{H} - 2b_j) - 2a_j)}$$

Il est aussi possible de déduire une susceptibilité hors d'équilibre  $\chi_{he}$ . Soit :  $\vec{h}(t) = \text{Re}(\vec{h}e^{i\omega t})$  et  $\vec{m}(t) = \text{Re}(\vec{m}e^{-i\omega t})$ , il vient

$$\vec{m} = \gamma_0 M_s \underbrace{\left( \begin{bmatrix} \gamma_0(\tilde{H} - b_j) + i\alpha\omega & \gamma_0 a_j - i\omega \\ -\gamma_0 a_j + i\omega & \gamma_0(H - b_j) + i\alpha\omega \end{bmatrix} \right)^{-1}}_{\chi_{he}} \vec{h} \quad (3.75)$$

Le fait de pouvoir faire apparaître une susceptibilité, nous permet a priori d'appliquer les résultats du théorème de fluctuation-dissipation développés à la section 4.6. Nous verrons à la fin de ce chapitre dans quelle mesure ce résultat est applicable, car en présence de l'effet de transfert de spin, le système n'est plus à l'équilibre thermodynamique.

### 3.3.3 Propriétés des densités spectrales des fluctuations transverses de l'aimantation en présence de transfert de spin

Le théorème de fluctuation-dissipation nous permet de relier les coefficients de la matrice de susceptibilité aux densités spectrales des fluctuations transverses de l'aimantation

. Nous ne nous intéresserons qu'aux coefficients  $S_{m_x m_x}$  et  $S_{m_y m_y}$  de la matrice des densités spectrales de puissance :

$$S_{m_x m_x} = \frac{4k_B T \gamma_0 M_s}{\mu_0 V} \frac{\alpha \left[ \gamma_0^2 \left( (H - b_j)^2 + a_j^2 \right) + (1 + \alpha^2) \omega^2 \right] - 2\gamma_0^2 (H - b_j) a_j}{\left[ \gamma_0^2 \left[ (H - b_j)(\tilde{H} - b_j) + a_j^2 \right] - (1 + \alpha^2) \omega^2 \right]^2 + \Delta'^2 \omega^2} \quad (3.76)$$

$$S_{m_y m_y} = \frac{4k_B T \gamma_0 M_s}{\mu_0 V} \frac{\alpha \left[ \gamma_0^2 \left( (\tilde{H} - b_j)^2 + a_j^2 \right) + (1 + \alpha^2) \omega^2 \right] - 2\gamma_0^2 (\tilde{H} - b_j) a_j}{\left[ \gamma_0^2 \left[ (H - b_j)(\tilde{H} - b_j) + a_j^2 \right] - (1 + \alpha^2) \omega^2 \right]^2 + \Delta'^2 \omega^2} \quad (3.77)$$

avec  $\Delta' = \gamma_0 \left[ \alpha(\tilde{H} + H - 2b_j) - 2a_j \right]$

Comparons les amplitudes de ces deux termes :

$$\frac{S_{m_y m_y}}{S_{m_x m_x}} = 1 + \frac{\gamma_0^2 M_s \left( \alpha(\tilde{H} + H - 2b_j) - 2a_j \right)}{\alpha \left( \gamma_0^2 \left( (H - b_j)^2 + a_j^2 \right) + (1 + \alpha^2) \omega^2 \right) - 2\gamma_0^2 (H - b_j) a_j}$$

Pour que la condition  $S_{m_x m_x} \ll S_{m_y m_y}$  soit vérifiée, il faut :

$$\omega \ll \gamma_0 \sqrt{\frac{M_s(\tilde{H} + H - 2b_j) - \left( (H - b_j)^2 + a_j^2 + \frac{2a_j}{\alpha}(M_s - H) \right)}{1 + \alpha^2}}$$

Pour les mêmes valeurs qu'à la partie 3.2.3.1 pour les grandeurs magnétiques et pour des valeurs raisonnables de  $a_j$  et  $b_j$  ( $a_j = 40$  Oe et  $b_j = 10$  Oe), la condition précédente correspond à  $f \ll 15$  GHz. Nous pourrions donc encore considérer que, même pour des valeurs des coefficients de transfert de spin significatives,  $S_{m_x m_x}$  peut être négligé devant  $S_{m_y m_y}$  dans la gamme de fréquence de notre étude.

### 3.3.3.1 Etude du terme $S_{m_y m_y}$

Dans cette partie, nous allons nous intéresser aux propriétés de la fonction  $S_{m_y m_y}$  en fonction des différents paramètres expérimentaux, à savoir : le champ appliqué ( $H$ ) et le courant de polarisation. L'effet du courant de polarisation se manifeste par l'intermédiaire des coefficients de transfert de spin  $a_j$  et  $b_j$

Une étude sur les ordres de grandeurs des différents paramètres permet de simplifier l'étude envisagée :

1. Le champ appliqué lors des mesures est de quelques centaines d'Oersted, alors que l'aimantation à saturation multipliée par  $4\pi$  est de l'ordre de  $10^4$  Oersted :  $H$  peut être négligé par rapport à  $\tilde{H}$ .
2. Le coefficient d'amortissement  $\alpha$  est très petit devant 1, typiquement il est aux alentours de 0,01 pour du permalloy.

3. Les coefficient de transfert de spin sont faibles par rapport à l'aimantation à saturation. Le terme de Slonczewski est de l'ordre de  $H$  pour des valeurs proches du courant critique. Le "field-like term" est difficilement observable, il est donc à priori plus petit que  $a_j$ . En réalité son action étant totalement différente de celle de  $a_j$ , cette comparaison n'est pas pertinente, en revanche on peut en conclure que  $b_j \ll H$ .

A partir de ces hypothèses, les dépendances vis à vis de  $H$ ,  $a_j$  et  $b_j$  peuvent être explicitées facilement :

**Le courant de polarisation est constant, et  $H$  variable :**

- La dépendance de la fréquence de résonance  $\omega_r$  suit au premier ordre la loi simple suivante :

$$\omega_r^2 \approx \gamma_0^2 M_s H \quad (3.78)$$

Cette loi est appelée loi de Kittel. La fréquence augmente lorsque le champ appliqué augmente, car plus le champ est fort plus le système est "rigide". Or plus la force de "rappel est grande" plus la fréquence est élevée car il faut plus d'énergie pour faire osciller le système

- La largeur à mi-hauteur varie linéairement avec le champ appliqué suivant une pente de  $2\alpha$  :

$$\Delta' = 2\gamma_0\alpha H + \gamma_0 [\alpha(M_s - 2b_j) - 2a_j] \quad (3.79)$$

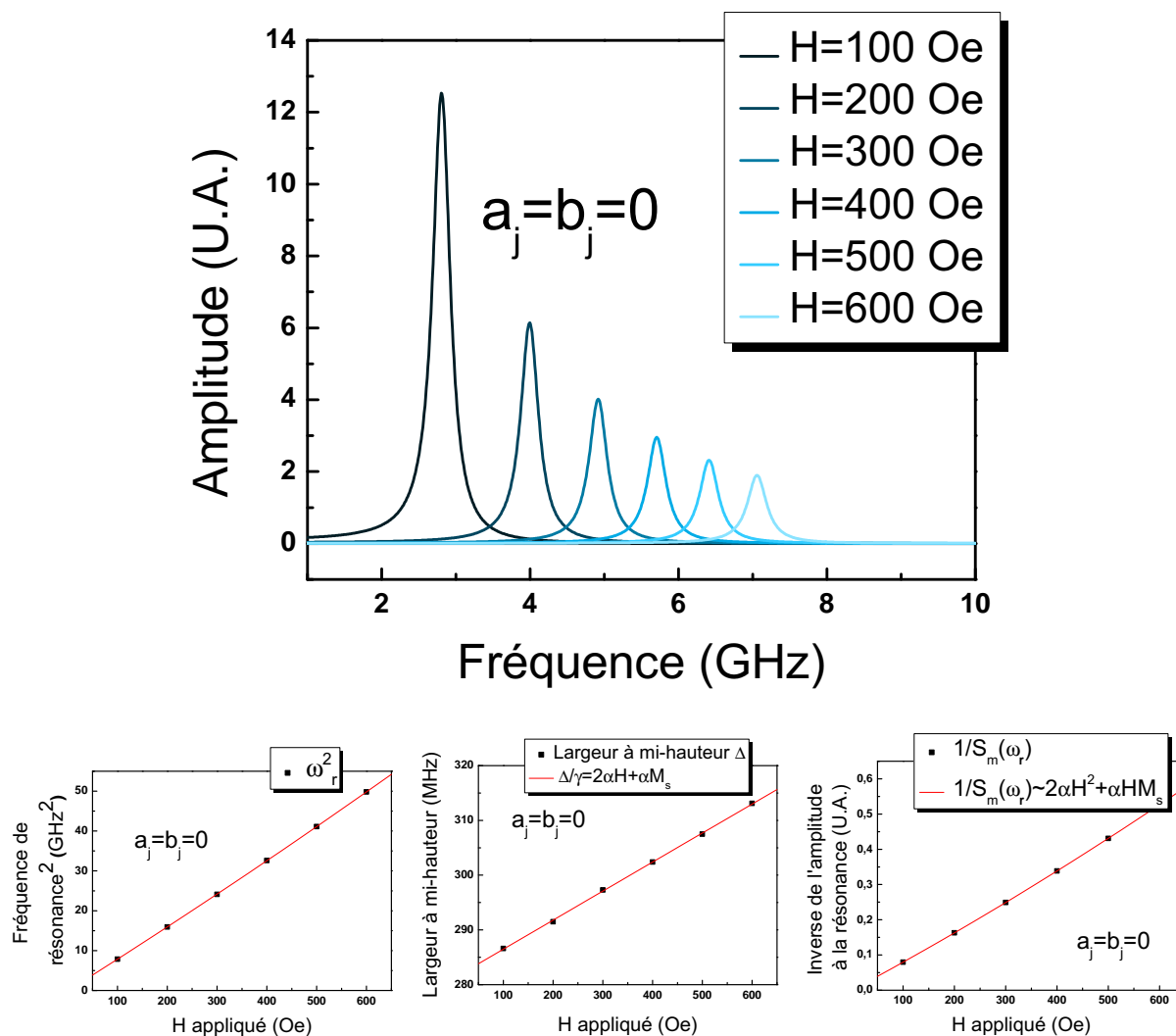
La largeur à mi-hauteur peut-être considérée comme l'inverse du facteur de qualité du système. Elle représente donc l'amortissement du système c'est pourquoi elle est proportionnelle à  $\alpha H$ . Plus le système est rigide, plus il est difficile de créer des oscillations.

- L'amplitude à la résonance est en première approximation inversement proportionnelle à la largeur à mi-hauteur :

$$S_{m_y m_y}(\omega_r) \propto \frac{1}{H \Delta'} \quad (3.80)$$

Ce résultat est caractéristique des fonctions lorentziennes. Comme le système est à énergie moyenne constante ( $\frac{1}{2}k_B T$  par degré de liberté), si le pic s'élargit alors son amplitude doit diminuer. Autrement dit, plus la force de rappel est importante, moins la déviation maximum est grande.

Ces résultats sont regroupés dans les graphiques de la figure 3.5. Les courbes correspondent à une aimantation à saturation multipliée par  $4\pi$  de 9000 Oe et à un coefficient d'amortissement  $\alpha = 0,01$ .



**Figure. 3.5** – Figure supérieure : courbes théoriques représentant la fonction  $S_{m_y m_y}$  pour différentes valeurs du champ appliqué. Nous avons pris les valeurs suivantes :  $4\pi M_s = 9000$  Oe et  $\alpha = 0,01$ . Ces valeurs correspondent à celles déduites expérimentalement. Les trois figures du bas représentent respectivement, l'évolution de la fréquence de résonance en fonction du champ (cf équation (4.14)), l'évolution de la largeur à mi-hauteur en fonction du champ (cf équation (3.79)) et l'évolution de l'inverse de l'amplitude à la résonance (cf équation (3.80)). Nous avons aussi testé ces résultats pour  $\alpha = 0,03$  et nous avons remarqué que l'évolution de la largeur à mi-hauteur ainsi que de l'inverse de l'amplitude suivant les lois (3.79) et (3.80) ne sont vérifiées qu'à partir d'un champ suffisamment élevé : 200 Oe dans ce cas.

Le champ appliqué est constant, et le courant variable :

L'effet du courant sur les fluctuations, est représenté par deux termes :  $a_j$  et  $b_j$ . Le premier agit fortement sur la largeur à mi-hauteur et donc sur l'amplitude, alors que le deuxième a peu d'effets sur ces dernières. Au contraire  $b_j$  a une influence sur la fréquence de résonance alors que  $a_j$  n'en a pratiquement pas.

- Au premier ordre la largeur à mi-hauteur n'est sensible qu'au terme  $a_j$ . Elle varie linéairement avec ce dernier avec une pente égale  $-2\gamma_0$  :

$$\Delta' \approx -2\gamma_0 a_j + \gamma_0 \alpha (H + \tilde{H} - 2b_j) \quad (3.81)$$

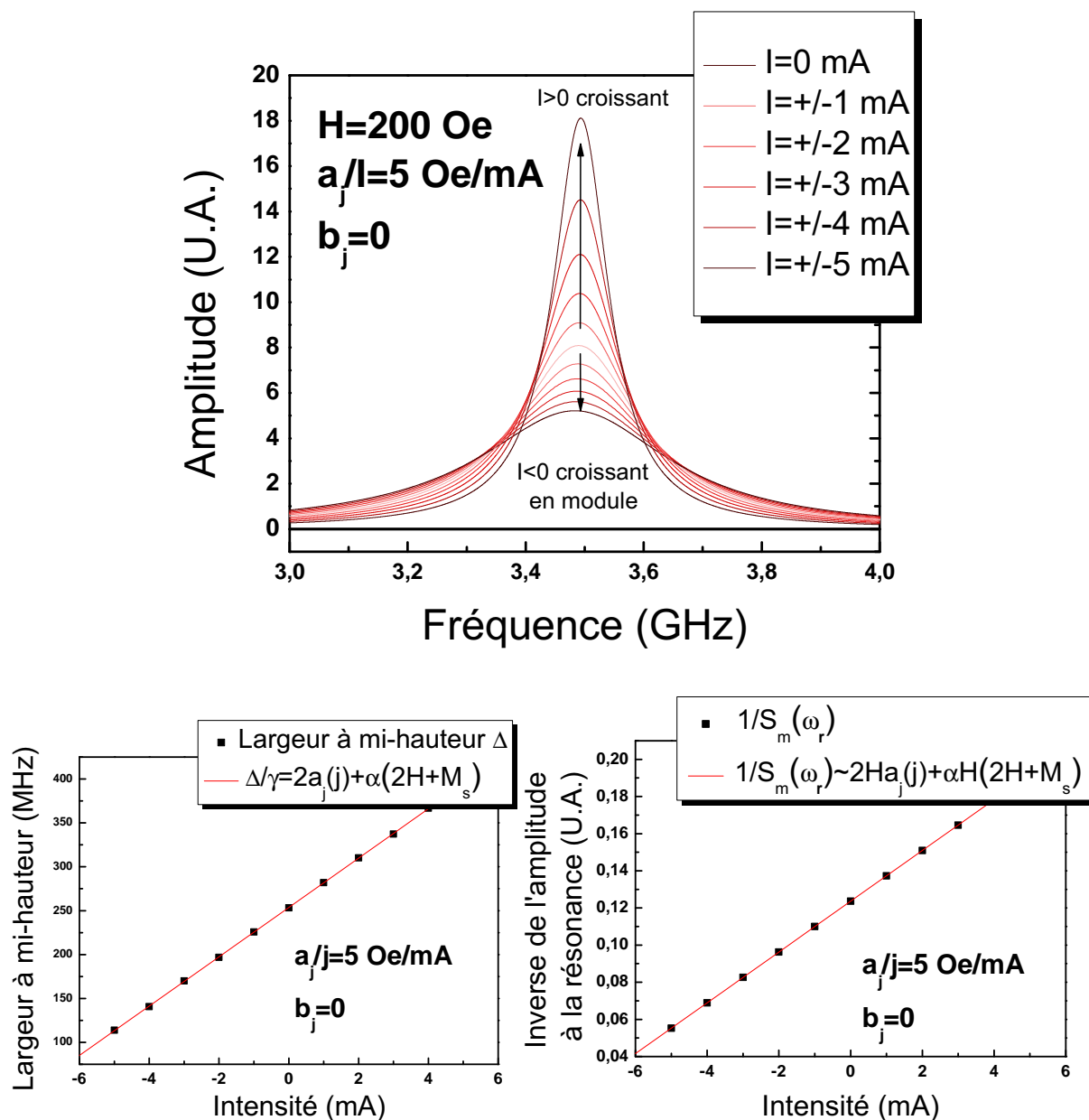
Comme nous l'avons remarqué, en fonction de son signe et donc du sens du courant, le couple de transfert de spin agit comme un sur-amortissement ou au contraire un anti-amortissement. C'est pourquoi il agit directement sur la largeur à mi-hauteur. Lorsqu'il compense exactement le terme d'amortissement de Gilbert, la largeur à mi-hauteur s'annule. La valeur du courant à laquelle cela se produit correspond au courant critique :  $I_c = \frac{\alpha(2H + \tilde{H})}{2a_j/I}$

- Du fait de la dépendance de l'amplitude par rapport à la largeur à mi-hauteur, si le couple de transfert de spin est linéaire par rapport au courant alors l'amplitude évolue aussi linéairement avec le courant.
- En revanche la fréquence de résonance ne dépend pas au premier ordre du terme  $a_j$ . Mais comme le "field-like term" agit comme un champ elle dépend du coefficient  $b_j$  :

$$\omega_r^2 \approx \gamma_0^2 \left[ H\tilde{H} - (H + \tilde{H})b_j - \frac{\alpha^2}{2} \tilde{H}(\tilde{H} + 3H) + \alpha a_j(2\tilde{H} + H) \right] \quad (3.82)$$

L'évolution en fonction du courant des grandeurs caractéristiques de la résonance sont regroupés sur les graphiques de la figure 3.6. Les valeurs des grandeurs magnétiques sont les mêmes que pour le cas précédent, et  $a_j/I = 5 \text{ Oe/mA}$  et  $b_j = 0$ .

Si la validité de ce modèle est avérée, nous voyons qu'il permet alors de déterminer aisément les coefficients de transfert de spin en fonction du courant. Mais il reste maintenant une question ouverte : dans quelle limite peut-on encore appliquer les résultats du théorème de fluctuation-dissipation sachant qu'en présence de transfert de spin, le système n'est plus à l'équilibre thermodynamique.



**Figure. 3.6** – Figure supérieure : courbes théoriques représentant la fonction  $S_{m_y m_y}$  pour différentes valeurs du courant de polarisation. Nous avons pris les mêmes paramètres que pour la figure précédente :  $4\pi M_s = 9000$  Oe et  $\alpha = 0,01$ . Nous nous sommes placé à un champ appliqué de 200 Oe. Nous avons choisi pour le coefficient de transfert de spin de Slonczewski :  $a_j/j = 5$  Oe/mA, ce qui est légèrement supérieur à ce que nous avons trouvé expérimentalement. Quand  $b_j = 0$  la fréquence n'est pas modifiée en fonction du courant. Les deux figures du bas représentent respectivement : l'évolution de la largeur à mi-hauteur en fonction du courant (cf équation (3.81)) et l'évolution de l'inverse de l'amplitude à la résonance en fonction du courant. Il faut noter que dans ce cas le courant critique vaut 9,5 mA.



### 3.3.4 Dans quelles limites peut-on appliquer le TFD dans le cadre des fluctuations d'aimantation en présence de transfert de spin ?

Reprenons les équations de la section 3.3.2 et plus spécifiquement l'équation (3.74) à laquelle nous enlevons le terme  $\gamma_0 M_s \vec{h}$  :

$$\frac{d\vec{m}}{dt} = -\frac{\gamma_0}{1 + \alpha^2} \begin{bmatrix} \alpha(\tilde{H} - b_j) - a_j & H - b_j + \alpha a_j \\ -(\tilde{H} - b_j + \alpha a_j) & \alpha(H - b_j) - a_j \end{bmatrix} \vec{m}$$

De la même manière qu'à la section 3.1.4.1, il est possible de diagonaliser dans l'espace complexe la matrice ci-dessus. On obtient alors les valeurs propres  $\lambda$  et  $\lambda^*$  qui nous ont permis de déterminer la pulsation propre  $\omega_p$  et le temps d'amortissement  $\tau$  de la section 3.3.2 :

$$\lambda = \frac{\alpha(H + \tilde{H} - 2b_j) - 2a_j}{2} - i\sqrt{(H - b_j)(\tilde{H} - b_j) - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 (H - \tilde{H})^2 + \alpha a_j(H + \tilde{H} - 2b_j + \alpha a_j)}$$

Et les vecteurs propres associés :

$$\vec{x}' = \frac{1}{\sqrt{(H - b_j)(H + \tilde{H} - 2b_j) + \alpha a_j(3H + \tilde{H} - 4b_j + 2\alpha a_j)}} \begin{bmatrix} H - b_j + \alpha a_j \\ \beta \end{bmatrix}$$

$$\vec{y}' = \frac{1}{\sqrt{(H - b_j)(H + \tilde{H} - 2b_j) + \alpha a_j(3H + \tilde{H} - 4b_j + 2\alpha a_j)}} \begin{bmatrix} H - b_j + \alpha a_j \\ \beta^* \end{bmatrix}$$

avec  $\beta = \lambda - \alpha(\tilde{H} - b_j) + \alpha a_j$  et  $\beta^* = \lambda^* - \alpha(\tilde{H} - b_j) + \alpha a_j$ .

Si maintenant nous tenons compte du champ fluctuant, en réalisant le même calcul que celui de la section 3.2.2, en remplaçant les termes correspondants par ceux obtenus ci-dessus, il est possible de déterminer l'écart type des aimantations transverses  $\langle m_x^2 \rangle$  et  $\langle m_y^2 \rangle$  en présence de transfert de spin, en fonction de la fonction d'autocorrélation du champ fluctuant :

$$\underline{\psi}_{\vec{h}}(\tau) = \begin{bmatrix} \Gamma & 0 \\ 0 & \Gamma' \end{bmatrix} \delta(\tau)$$

Pour simplifier nous considérerons que  $\Gamma = \Gamma'$ . Ainsi à partir du calcul présenté en annexe A, il vient :

$$\langle m_x^2 \rangle = \gamma_0 M_s^2 \Gamma \frac{(H - b_j)(H + \tilde{H} - 2b_j + 2a_j^2)}{2((H - b_j)(\tilde{H} - b_j) + a_j^2)(\alpha(H + \tilde{H} - 2b_j) - 2a_j)}$$

$$\langle m_y^2 \rangle = \gamma_0 M_s^2 \Gamma \frac{(\tilde{H} - b_j)(H + \tilde{H} - 2b_j + 2a_j^2)}{2((H - b_j)(\tilde{H} - b_j) + a_j^2)(\alpha(H + \tilde{H} - 2b_j) - 2a_j)}$$

Or d'après la section 3.2.2.3, sans transfert de spin :

$$\frac{\mu_0 \tilde{H}}{2M_s} \langle m_x^2 \rangle_{sans\ ST} = \frac{\mu_0 H}{2M_s} \langle m_y^2 \rangle_{sans\ ST} = \frac{k_B T}{2V}$$

Il faut donc que :

$$\frac{\frac{\mu_0 \tilde{H}}{2M_s} \langle m_x^2 \rangle_{avec\ ST} - \frac{\mu_0 \tilde{H}}{2M_s} \langle m_x^2 \rangle_{sans\ ST}}{\frac{\mu_0 \tilde{H}}{2M_s} \langle m_x^2 \rangle_{sans\ ST}} \ll 1$$

et

$$\frac{\frac{\mu_0 \tilde{H}}{2M_s} \langle m_y^2 \rangle_{avec\ ST} - \frac{\mu_0 \tilde{H}}{2M_s} \langle m_y^2 \rangle_{sans\ ST}}{\frac{\mu_0 \tilde{H}}{2M_s} \langle m_y^2 \rangle_{sans\ ST}} \ll 1$$

Si l'on ne considère que le terme de Slonczewski au premier ordre, ces conditions se simplifient pour donner :

$$\frac{2|a_j|}{\alpha(H + \tilde{H})} \ll 1 \quad (3.83)$$

Ce résultat était implicitement attendu. Il peut se traduire simplement de la façon suivante : lorsque le courant de polarisation est très inférieur au courant critique, le système est proche de l'équilibre thermodynamique. Il est donc possible dans ce cas d'appliquer les résultats du TFD comme nous l'avons fait à la partie précédente.

## 3.4 Conclusion

Dans un premier temps, nous avons montré dans ce chapitre que le spectre des fluctuations des aimantations transverses pouvait être obtenu à partir de l'équation de Gilbert linéarisée et du théorème fluctuation-dissipation. Ce spectre a la particularité de présenter un maximum caractéristique des phénomènes de résonance. Ce maximum correspond effectivement à la résonance ferromagnétique, mais dans ce cas, elle est thermiquement activée. Nous avons aussi montré, à partir de ce résultat, que le spectre associé aux fluctuations longitudinales a une amplitude qui est du deuxième ordre par rapport à celle des fluctuations transverses. De plus, le spectre des fluctuations longitudinales est susceptible, lui aussi, de présenter une résonance, mais à deux fois la fréquence de celle des fluctuations transverses. Il faut néanmoins préciser que ce modèle a été obtenu à partir de l'approximation du macrospin. Or, étant donné les dimensions des échantillons, cette hypothèse est relativement fautive. Il faudrait tenir compte d'un profil d'aimantation plus réaliste, voir réaliser un traitement micromagnétique. Toutefois ce modèle a l'avantage de donner une expression analytique de la densité spectrale des fluctuations de l'aimantation qui dépend du minimum de paramètres : l'aimantation à saturation et le coefficient

d'amortissement de Gilbert. L'utilisation d'un profil d'aimantation plus réaliste pourrait lui aussi, avec certaines approximations, donner lieu à une expression analytique qui ferait apparaître les différents modes propres du système liés à ce profil. Mais le traitement s'avère beaucoup plus compliqué [75] et nous verrons au chapitre suivant que l'approximation du macrospin permet de bien rendre compte de la mesure des propriétés du mode fondamental.

Dans un deuxième temps, nous avons montré qu'il est possible de tenir compte simplement des effets de transfert de spin sur les fluctuations de l'aimantation par l'intermédiaire des deux termes du couple de transfert de spin : le couple de Slonczewski et le "field-like term", introduits phénoménologiquement dans l'équation de Gilbert. Ces deux termes, décrits respectivement par les coefficients  $a_j$  et  $b_j$ , sont à l'origine d'une dépendance de la densité spectrale des fluctuations de l'aimantation vis-à-vis du courant de polarisation. Ces effets ont pour conséquence de placer le système dans un état hors équilibre, rendant a priori caduque l'utilisation du théorème fluctuation-dissipation. Mais, nous avons alors démontré que tant que le courant de polarisation restait suffisamment inférieur au premier seuil critique, les résultats du modèle demeuraient correctes.

L'étude de l'expression des spectres théoriques, présentée à la fin de ce chapitre, a révélé que des mesures effectuées pour des valeurs différentes du champ appliqué doit permettre de déterminer l'aimantation à saturation et le coefficient d'amortissement de Gilbert du système par l'intermédiaire de l'évolution des trois grandeurs caractéristiques de la résonance : la fréquence, le facteur de qualité et l'amplitude. De la même manière une étude en fonction du courant, permet de déterminer les propriétés du coefficient  $a_j$  par la dépendance en courant du facteur de qualité et de l'amplitude de la résonance. L'évolution en fonction du courant doit, elle, renseigner sur le coefficient  $b_j$ .

Nous verrons, au chapitre suivant, comment nous avons mis en oeuvre ce modèle pour expliquer nos résultats expérimentaux, et comment, d'après l'évolution des différents paramètres de la résonance ferromagnétique thermiquement activée en fonction des conditions de polarisation, en champ et en courant, nous avons pu extraire, notamment, les coefficients du couple de transfert de spin dans le cas d'une jonction tunnel magnétique.

## Chapitre 4

# Influence du couple de transfert de spin sur la résonance ferromagnétique thermiquement activée

Ce chapitre est dédié aux résultats obtenus sur les jonctions tunnel à base d'alumine fabriquées par l'entreprise Headway Technologies. Dans un premier temps nous étudierons les propriétés magnétiques d'un dépôt en pleine tranche de l'empilement correspondant à celui des échantillons mesurés. Ensuite nous analyserons le comportement statique des échantillons avant de présenter les résultats des mesures hyper-fréquences des fluctuations de l'aimantation. Ces résultats seront comparés aux prédictions du modèle développé au chapitre précédent.

*rappel :*

*Les équations sont écrites dans le système international. En revanche les unités des grandeurs magnétiques expérimentales sont données en CGS : les champs et les aimantations multipliées par le coefficient de proportionnalité  $4\pi$  sont exprimés en Oe.*

## 4.1 Description des échantillons

Les mesures que nous allons présenter ont été réalisées sur des échantillons fabriqués par la société Headway Technologies. Il s'agit de têtes de lecture pour disques durs à base de jonctions tunnel magnétiques (JTM). La barrière tunnel est réalisée en alumine. La jonction est située au milieu d'un pilier contacté par dessus et dessous par deux pistes menant chacune à deux plots de contacts dans le but de pouvoir réaliser des mesures quatre fils. Le modèle électrique équivalent des pistes a été détaillé au chapitre 2, section 2.4.3. Les piliers sont circulaires avec un diamètre variant entre 450 *nm* et 300 *nm* (cf schéma 4.1). La jonction tunnel présente un produit résistance\*surface (RA) de 3  $\Omega\mu m^2$  et un rapport de magnétorésistance (TMR) de 20 %.

### 4.1.1 Description de l'empilement d'un pilier

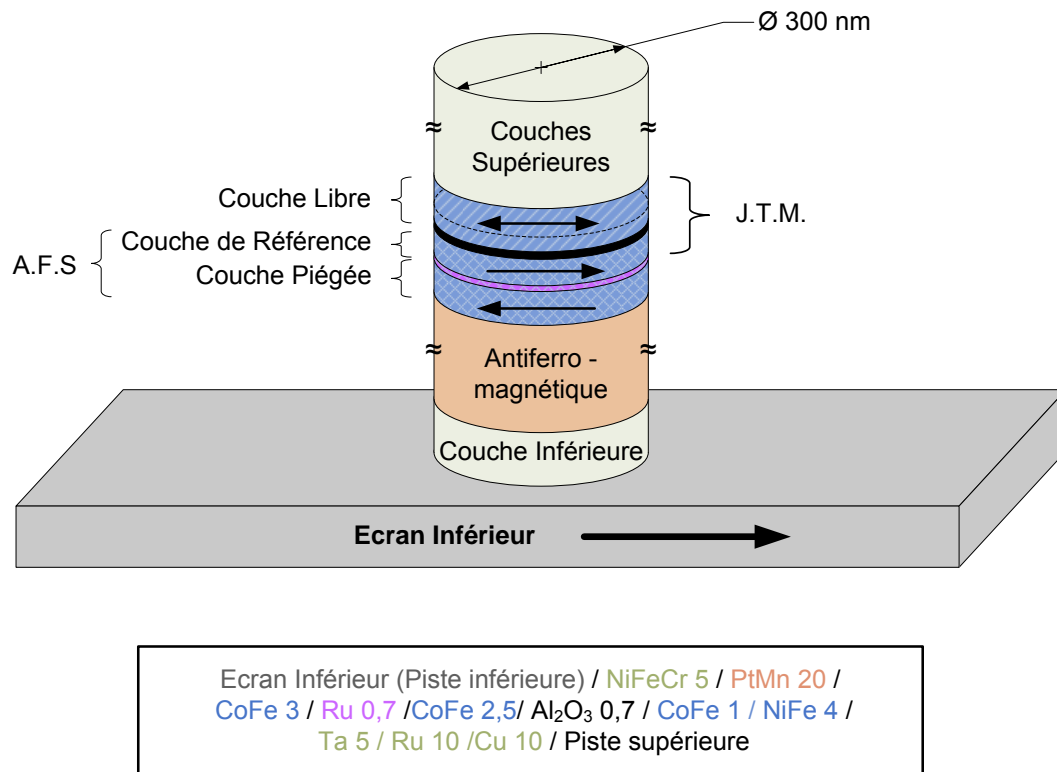
L'empilement des matériaux constitutifs du pilier est déposé sur une couche de permalloy ( $Ni_{80}Fe_{20}$ ). Le dépôt en pleine tranche est gravé sous forme de pilier jusqu'à la couche de permalloy qui servira de piste de contact inférieure. L'ensemble est ensuite "noyé" dans une matrice d'alumine avant le dépôt de la piste de contact supérieure. L'empilement du pilier est constitué des couches minces suivantes<sup>1</sup> en partant du bas du pilier : NiFe (piste inférieure) / NiFeCr 5 / PtMn 20 / CoFe 3 / Ru 0,7 / CoFe 2,5 /  $AlO_x$  0,7 / CoFe 1 / NiFe 4 / Ta 5 / Ru 10 / Cu 10 / Au (Piste supérieure). Ce qui fait une hauteur totale du pilier de 61 *nm*.

La jonction tunnel magnétique est composée d'une couche magnétique libre et d'une couche piégée séparée par une barrière d'alumine amorphe (cf figure 4.1) obtenue par oxydation in-situ d'une couche d'aluminium.

La couche libre est une bicouche de CoFe/NiFe. La couche de CoFe sert de barrière de diffusion contre l'oxygène de la barrière tunnel afin d'éviter l'oxydation du NiFe et permet d'avoir une polarisation plus grande à l'interface. Superposer une couche de NiFe à la couche de CoFe permet d'avoir une couche libre plus douce.

La couche piégée est en réalité composée d'un sandwich de deux couches magnétiques, ici deux couches de CoFe, séparées par une couche métallique en ruthénium. La couche magnétique inférieure est piégée par échange avec une couche antiferromagnétique de PtMn. La couche magnétique supérieure est couplée à la couche piégée par le couplage de Ruderman-Kittel-Kasuya-Yosida (RKKY) [20] à travers la couche de ruthénium dont l'épaisseur (0,7 *nm*) a été choisie de manière à ce que les aimantations des deux couches magnétiques soient antiparallèles. Cette deuxième couche magnétique est appelée couche de référence. Du fait de l'alignement antiparallèle de l'aimantation des deux couches magnétiques, une telle structure est appelée antiferromagnétique synthétique (AFS). Cette

<sup>1</sup>les épaisseurs des couches sont données en nanomètres



**Figure. 4.1** — Présentation de la composition d'un échantillon. Nous avons préférentiellement utilisé des piliers de 300 nm de diamètre. La partie active de l'échantillon est constituée par un antiferromagnétique synthétique (AFS) séparé par une couche de 0,7 nm d'alumine de la couche libre qui est une bicouche CoFe 1 nm/NiFe 4 nm. La couche magnétique inférieure de l'AFS (CoFe 3 nm) correspond à la couche piégée. La couche magnétique supérieure de l'AFS (CoFe 2,5 nm) correspond à la couche de référence. Le pilier est déposé sur une l'électrode inférieure qui est magnétique, elle joue ainsi le rôle d'écran. Le champ ne peut être appliqué que dans sa direction.

disposition des aimantations permet de réduire le champ dipolaire rayonné sur la couche libre. L'effet de magnétorésistance tunnel ne dépend que des aimantations de la couche libre et de la couche de référence.

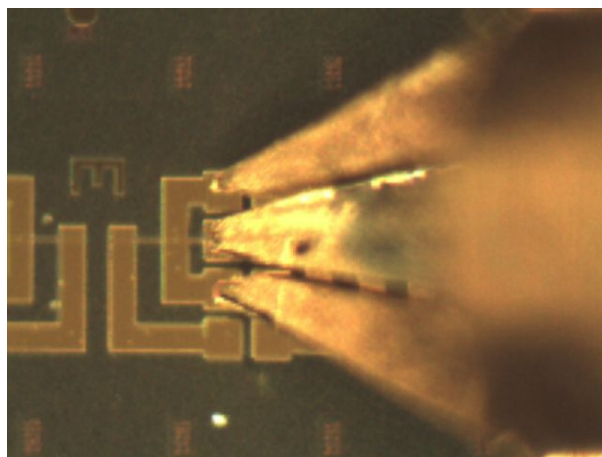
La technique de dépôt des couches minces induit une direction cristallographique privilégiée pour les couches magnétiques correspondant à un axe de facile aimantation. Ces couches étant polycristallines, s'il y a suffisamment de grains, il n'y aura pas, en moyenne, de contributions à l'anisotropie magnétocristalline pour les autres directions. C'est pour cette raison que nous avons fait l'hypothèse d'une anisotropie magnétocristalline uniaxiale au chapitre 3. Comme nous allons le voir, cette hypothèse est vérifiée expérimentalement pour un dépôt en couches continues. L'axe de facile aimantation correspond dans ce cas à celui de l'antiferromagnétique après un recuit sous champ à environ 300 °C. L'orientation de l'axe de l'antiferromagnétique (PtMn) de piégeage a été choisie parallèle à la longueur de la piste inférieure. Cette piste est en permalloy, elle est donc magnétique. Sa forme

très allongée impose à son aimantation, par l'intermédiaire du champ démagnétisant, de s'aligner selon sa longueur de telle sorte qu'elle est dans la même direction que l'axe de l'antiferromagnétique. L'intérêt d'avoir une telle piste magnétique est de canaliser les lignes de champ magnétique transverse au capteur provenant du média, on parle alors d'écran. Dans le cas de nos expériences, la conséquence de sa présence est de restreindre les directions possibles d'application du champ : nous pouvons appliquer le champ seulement selon la direction de l'axe de recuit de l'antiferromagnétique, c'est-à-dire selon la direction de l'aimantation de la couche de référence.

Lorsque l'échantillon est contacté à une source de courant, le courant circule perpendiculairement aux couches du pilier. En fonction de la manière dont les pistes sont contactées, le sens du courant peut être inversé, nous allons donc présenter les conventions utilisées dans ce travail.

### 4.1.2 Conventions expérimentales

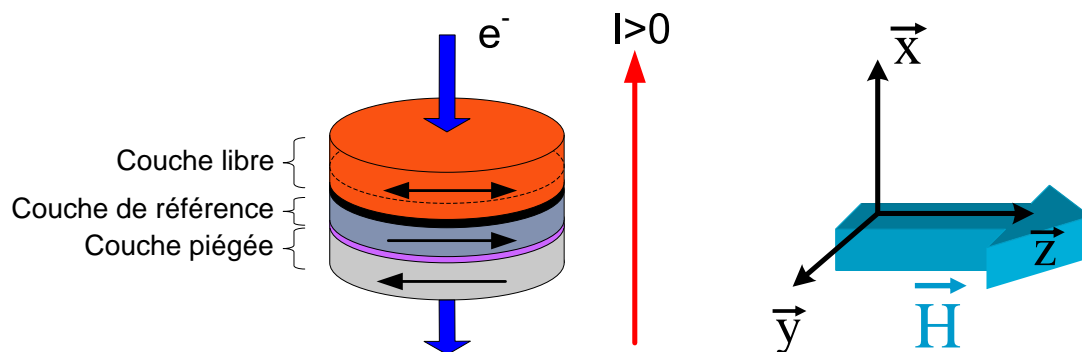
Sur les quatre plots de contact que présente l'échantillon, seuls trois sont contactés pour garder une géométrie de lignes coplanaires comme nous l'avons expliqué au chapitre 2. Ainsi les échantillons ont été contactés comme indiqué sur la photo 4.2.



**Figure. 4.2** — Sonde GSG (droite de la photo) contactant un échantillon par ses pistes symétriques. La piste centrale correspond à la piste signal (S). Les deux pistes latérales sont reliées à la masse du banc de mesure (G).

De cette manière lorsque la tension de polarisation est positive, le courant circule de la piste inférieure, qui correspond à la piste signal, vers la piste supérieure, qui correspond à la masse de la chaîne de mesure. Par conséquent les électrons suivent le trajet inverse. D'après la description précédente de l'empilement, les électrons passent de la couche libre à la couche piégée comme indiqué sur la figure 4.3. Lorsque la tension est négative, la

situation est alors inversée : les électrons circulent de la couche de référence vers la couche libre. Nous utiliserons cette convention pour le reste du manuscrit. En appliquant cette

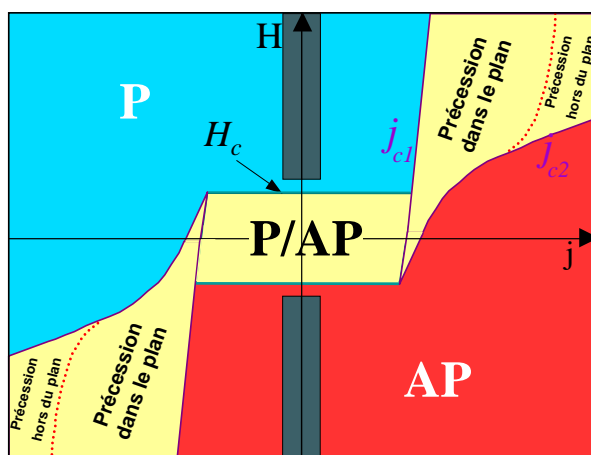


**Figure. 4.3** – Schéma de la jonction tunnel magnétique : de bas en haut : Couche piégée (gris clair), couche de référence (bleu), couche libre (orange). Convention de courant : lorsque le courant est positif les électrons circulent de la couche libre vers la couche de référence. Convention de champ : le champ est appliqué dans le plan des couches suivant la direction de l'antiferromagnétique (axe  $z$ ). Le champ sera noté positif lorsque les aimantations de la couche libre et de la couche de référence sont parallèles.

convention et en partant de l'équation de Gilbert comme définie au 3.3.1 :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma_0 \vec{M} \times \vec{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M_s} \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt} + \gamma_0 \frac{a_j}{M_s} \vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{p}) + \gamma_0 b_j \vec{M} \times \vec{p}$$

avec  $a_j > 0$  pour  $I > 0$ , et en notant le champ positif lorsque la JTM est en configuration parallèle, le diagramme de phase obtenu correspond à celui décrit sur la figure 4.4. En



**Figure. 4.4** – Diagramme de phase correspondant aux conventions de courant et de champ décrites à la figure 4.3

effet, lorsque les électrons circulent de la couche piégée vers la couche libre, c'est-à-dire pour  $I < 0$ , et quand les aimantations sont parallèles, la polarisation du courant incident est dans le même sens que l'aimantation de la couche libre. Dans ce cas le couple



de transfert de spin doit stabiliser l'état parallèle. Inversement, il doit déstabiliser l'état parallèle lorsque le courant est inversé. La situation est aussi inversée si l'on intervertit la configuration magnétique.

Avant d'étudier les mesures réalisées sur les jonctions tunnel nano-structurées, c'est à dire sur les piliers, nous avons réalisé des mesures préliminaires sur un dépôt en pleine tranche composé du même empilement que nos échantillons. Ces mesures ont pour but de donner l'ordre de grandeur des grandeurs magnétiques caractérisant l'empilement comme par exemple l'aimantation à saturation. Elles permettront aussi de déterminer les propriétés du mode uniforme de la dynamique de l'aimantation, comme la fréquence de la résonance ferromagnétique.

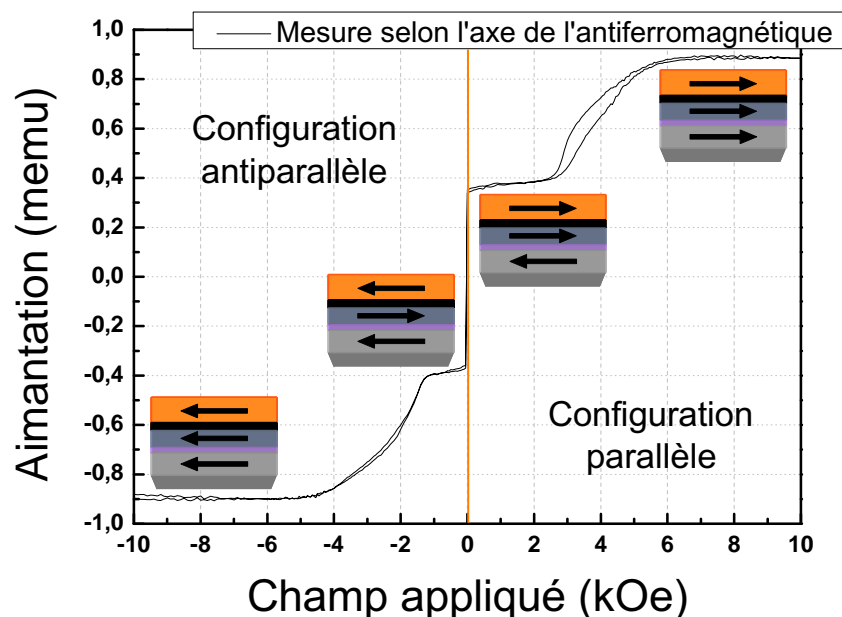
### **4.1.3 Étude du comportement magnétique d'une couche continue**

A notre demande, la société Headway Technologies nous a fourni un échantillon en pleine tranche comportant un empilement similaire aux jonctions tunnel magnétiques que nous avons étudiées. Il y a cependant quelques différences : la couche correspondant à l'électrode inférieure est non magnétique. Par ailleurs la barrière d'alumine a été remplacée par une barrière de MgO et l'épaisseur de la couche de NiFe constituant la partie supérieure de la couche libre de la JTM est de 5 nm au lieu de 4 nm, l'épaisseur de la couche de cobalt-fer restant inchangée. Ce dépôt en pleine tranche nous a permis de caractériser les propriétés magnétiques attendues pour nos échantillons. Dans ce cadre, nous avons réalisé deux types de mesures : des mesures d'extraction magnétique (VSM), pour déterminer les aimantations à saturation et les axes d'anisotropies, et des mesures de résonance ferromagnétique (RFM), pour déterminer les propriétés du mode uniforme.

#### **4.1.3.1 Mesures VSM et mesures SQUID**

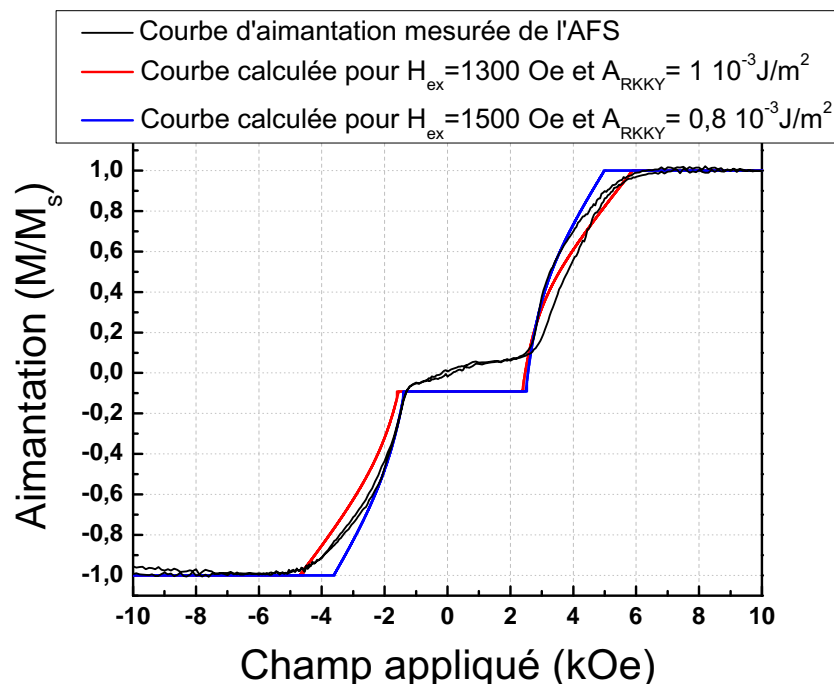
Les mesures d'extraction magnétique ont été réalisées avec un magnétomètre à échantillon vibrant (VSM), sur une couche continue de 8 mm par 8 mm. Une première mesure a été réalisée avec un champ appliqué dans le plan de la couche dans la direction de l'antiferromagnétique, 0°, entre  $-10$  kOe à 10 kOe. Le résultat de la mesure est présenté sur le graphique 4.5. Le saut d'aimantation aux faibles champs correspond au retournement de la couche libre de l'échantillon. Les cycles situés à 4 kOe et à  $-2$  kOe correspondent respectivement au retournement de la couche piégée et de la couche de référence.

Considérons l'antiferromagnétique synthétique (AFS). Le couplage RKKY entre la couche piégée et la couche de référence favorisant une configuration antiferromagnétique, il a pour effet de s'opposer au retournement de l'aimantation de ces couches. Si l'AFS est



**Figure. 4.5** — Cycle majeur de l'aimantation d'une multi-couche continue. La mesure a été réalisée selon la direction de l'axe de l'antiferromagnétique,  $0^\circ$  qui correspond à un axe de facile aimantation. La couche en gris clair correspond à la couche piégée, celle en bleu à la couche de référence et en orange à la couche libre.

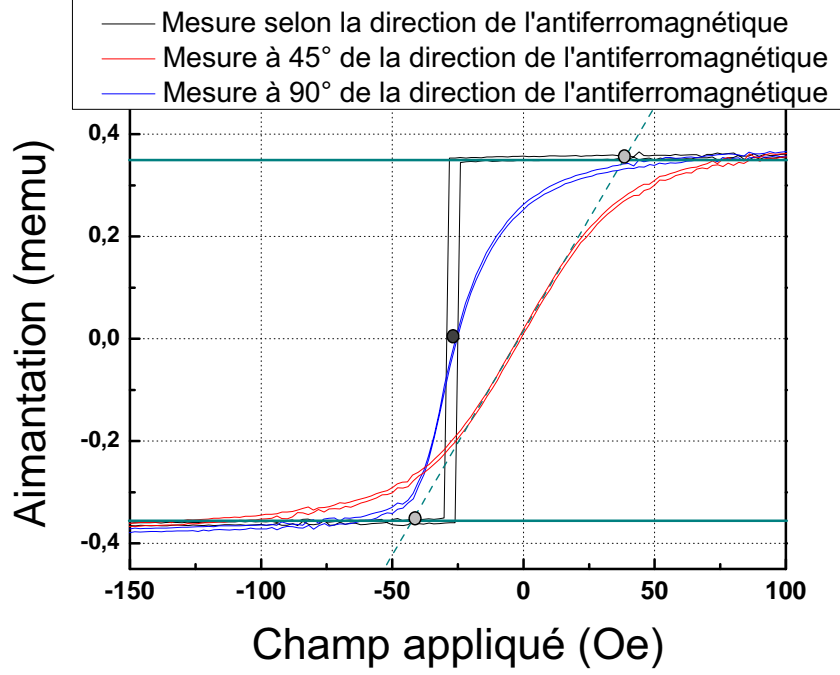
compensé, c'est-à-dire si les champs rayonnés par chacune des deux couches magnétiques qui le composent sont égaux en module, le couplage RKKY agit de manière symétrique par rapport au champ. En revanche dans notre cas l'AFS n'est pas totalement compensé, les deux couches magnétiques étant d'épaisseurs différentes, ce qui contribue à la dissymétrie du cycle d'aimantation. Le champ d'échange qui couple l'antiferromagnétique (PtMn) à la couche piégée a pour effet de s'opposer au retournement de l'aimantation de cette dernière. La dissymétrie entre les champs de retournement de la couche de référence et de la couche piégée est principalement due au champ d'échange. Pour déterminer l'ordre de grandeur de l'énergie du couplage surfacique RKKY,  $A_{RKKY}$ , et du champ d'échange,  $H_{ex}$ , nous avons comparé la courbe expérimentale précédente après soustraction de la contribution de la couche libre à un calcul macrospin pour différentes valeurs des paramètres précédents (cf figure 4.6). Il s'agit d'un calcul de minimisation de l'énergie magnétique du système dans l'approximation macrospin. Il a été effectué à l'aide d'un programme réalisé par U. Ebels. Pour réaliser ce calcul nous avons pris comme valeur de l'aimantation à saturation (multipliée par  $4\pi$ ) du  $\text{Co}_{90}\text{Fe}_{10}$  :  $17600 \text{ kOe}$ , ce qui correspond à la valeur du matériau massif, et nous avons fait varier  $A_{RKKY}$  et  $H_{ex}$ . Les courbes calculées pour des valeurs extrêmes de ces deux paramètres sont représentées sur la figure 4.7 où elles sont comparées à la courbe expérimentale. Ainsi, nous trouvons que le champ d'échange est compris entre  $1300 \text{ Oe} < H_{ex} < 1500 \text{ Oe}$  ce qui est un bon ordre de grandeur pour une couche de CoFe piégée par du PtMn. Le couplage RKKY a une am-



**Figure. 4.6** – Courbe d’aimantation de l’AFS (courbe noire) comparée à deux courbes d’aimantation calculées dans l’approximation macrospin pour un AFS équivalent. La courbe bleue correspond à un champ d’échange de 1500 Oe et à un champ de couplage RKKY au niveau de la couche de référence de 2300 Oe, la courbe rouge à un champ d’échange de 1300 Oe et à un champ de couplage RKKY de 2800 Oe. Les calculs ont été réalisés à l’aide d’un programme développé par U. Ebels.

plitude  $A_{RKKY}$  comprise entre  $0,8 \cdot 10^{-3} \text{ J/m}^2$  et  $1 \cdot 10^{-3} \text{ J/m}^2$ . Une épaisseur de  $0,7 \text{ nm}$  est typique pour avoir un couplage antiferromagnétique maximum (première oscillation négative de Friedel) pour une couche de ruthénium [76]. Ce qui correspond à un champ équivalent  $H_{RKKY}$  au niveau de la couche de référence compris entre 2300 Oe et 2800 Oe.

Dans la gamme de  $-1 \text{ kOe}$  à  $1 \text{ kOe}$ , l’évolution du cycle d’aimantation est dominée par la contribution de la couche libre. Pour déterminer ses propriétés magnétiques, nous avons réalisé des cycles mineurs entre  $-600 \text{ Oe}$  et  $600 \text{ Oe}$  pour trois directions différentes du champ appliqué : dans l’axe de l’antiferromagnétique *ie*  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$ . Les trois courbes sont représentées sur la graphique 4.7 entre  $-150 \text{ Oe}$  et  $100 \text{ Oe}$ . La mesure à  $0^\circ$ , décrit un cycle parfaitement rectangulaire centré autour de  $-27 \text{ Oe}$  avec un champ coercitif  $H_c = 2 \text{ Oe}$ . Cette direction semble donc être celle d’un axe de facile aimantation. Les mesures à  $45^\circ$  et  $90^\circ$  ne montrent ni ouvertures, ni sauts et la courbe correspondant à la mesure à  $90^\circ$  présente une pente supérieure à celle de la mesure à  $45^\circ$ . La direction perpendiculaire à l’axe de l’antiferromagnétique représente donc a priori un axe de difficile aimantation. Pour déterminer le champ d’anisotropie dans le plan, nous avons mesuré les deux intersections de la pente à l’origine de la courbe d’aimantation correspondant à l’axe difficile avec la courbe mesurée selon l’axe facile (*cf* figure 4.7) et



**Figure. 4.7** — Cycles mineurs représentant l'aimantation de la couche libre pour trois directions du champ appliqué différentes :  $0^\circ$  (noir),  $45^\circ$  (rouge),  $90^\circ$  (bleu). La courbe d'aimantation dans l'axe du SAF,  $0^\circ$ , est caractéristique d'un axe de facile aimantation et celle à  $90^\circ$  d'un axe de difficile aimantation. De ces courbes on peut extraire l'aimantation à saturation de la couche libre :  $4\pi M_s = 10,5 \text{ kOe}$  et la valeur du champ d'anisotropie  $H_a = 9 \text{ Oe}$ .

nous avons pris la moyenne. Nous avons ainsi obtenu une valeur pour  $H_a$  d'environ  $40 \text{ Oe}$ .

De plus comme nous l'avons remarqué le cycle correspondant à l'axe de facile aimantation présente un décalage de  $27 \text{ Oe}$  qui favorise la configuration parallèle de la JTM alors que le cycle mesuré à  $90^\circ$  ne présente pas de décalage. Ce décalage est donc dû à un champ de couplage  $H_{\text{couplage}} = -27 \text{ Oe}$  avec l'AFS dirigé selon la direction de facile aimantation de la couche libre. Le champ de couplage peut avoir trois origines différentes. La première correspond à un couplage par effet peau d'orange entre la couche libre et la couche de référence. Ce couplage d'origine dipolaire favorise nécessairement la configuration parallèle. Toutefois l'attention portée pour le contrôle de la rugosité de la barrière tunnel pour conserver une forte TMR ne devrait pas permettre l'existence de cet effet dans nos échantillons. La deuxième possibilité est celle d'un couplage de type Slonczewski à travers la barrière [13]. En effet nous avons vu au chapitre 1 que le "field like term" n'est pas nul en l'absence de tension de polarisation donnant naissance à un couplage similaire au couplage RKKY mais à travers une barrière tunnel. En fonction de l'épaisseur de l'isolant et de la polarisation des électrodes, ce couplage peut privilégier la configuration parallèle ou antiparallèle. Le dernier mécanisme correspond à un couplage direct par continuité des matériaux magnétiques entre la couche de référence et la couche

libre par l'intermédiaire de trous d'épingles à travers la barrière. En effet la faible épaisseur de la barrière et son faible RA ne permettent pas d'exclure la possibilité d'avoir une barrière discontinue. Ces trois mécanismes peuvent exister simultanément et il nous est impossible de déterminer lequel est prépondérant.

Deux remarques peuvent être faites sur la courbe d'aimantation correspondant à un champ appliqué à  $45^\circ$ . Premièrement elle présente un changement de pente à la traversée de l'axe des abscisses. Cet effet provient du champ de couplage qui se superpose au champ appliqué et au champ d'anisotropie. Deuxièmement il faut aussi remarquer que cette courbe n'est pas centrée alors que la courbe correspondant au champ appliqué à  $90^\circ$  l'est. Ce résultat confirme que la direction perpendiculaire est bien un axe difficile et qu'il n'y a pas d'autres axes faciles dans le plan que celui à  $0^\circ$ . En effet le champ ressenti par l'aimantation correspond à la somme vectorielle du champ appliqué avec le champ de couplage et le champ d'anisotropie, ainsi lorsque la mesure est réalisée à  $45^\circ$ , la contribution du champ selon cette direction a pour expression  $H + \cos(45) [H_{\text{couplage}} \pm H_{\text{anisotropie}}]$  (le signe du champ d'anisotropie dépend du quadrant dans lequel se trouve l'aimantation). Lorsque le champ appliqué est nul il reste donc une contribution au champ ressenti qui vaut  $\cos(45)(H_{\text{couplage}} + H_{\text{anisotropie}})$ . Le champ de couplage valant  $-27 \text{ Oe}$ , on obtient pour le champ d'anisotropie  $H_a = 9 \text{ Oe}$ . Cette valeur n'est pas en accord avec celle déterminée précédemment. Il faut noter que la première méthode que nous avons utilisée pour déterminer la valeur du champ d'anisotropie est discutable surtout lorsque plusieurs couches peuvent tourner simultanément. De plus si la soustraction à la mesure de la contribution paramagnétique du substrat et de la canne de mesure n'est pas tout à fait exacte, la pente des courbes peut en être modifiée, d'autant plus que cette contribution est plus difficile à évaluer lorsque la mesure n'est pas faite selon un axe facile. Nous allons voir à la section suivante que nous trouvons aussi une valeur d'une dizaine d'Oersted par une autre technique de mesure. Une mesure supplémentaire a été réalisée avec le champ appliqué hors du plan. Elle montre qu'il n'y a pas d'anisotropie hors du plan. D'après ces résultats, l'hypothèse d'une anisotropie uniaxiale postulée au chapitre 3 est donc vérifiée expérimentalement dans le cas d'un empilement de couches continues.

Finalement à partir de cette mesure il est possible d'évaluer la valeur de l'aimantation à saturation de la couche libre. Nous avons obtenu une valeur de  $4\pi M_s$  d'environ  $10,5 \text{ kOe}$ .

Ces résultats ont été confrontés à ceux obtenus par des mesures SQUID sur des carrés de  $4 \text{ mm}$  par  $4 \text{ mm}$ . Ils sont en tout point similaires et l'aimantation à saturation (multipliée par  $4\pi$ ) vaut  $10,7 \text{ kOe}$ , ce qui est en très bon accord avec la mesure VSM. Si nous comparons ce résultat aux valeurs données pour les matériaux massiques, c'est-à-dire pour un alliage Cobalt-Fer typique  $\text{Co}_{90}\text{Fe}_{10}$  où  $4\pi M_s = 17,7 \text{ kOe}$  et pour un

alliage de permalloy  $Ni_{80}Fe_{20}$  où  $4\pi M_s = 9,2 \text{ kOe}$ , ce qui fait une aimantation à saturation (multipliée par  $4\pi$ ) pour la couche libre de  $10,6 \text{ kOe}$ , nous voyons qu'ils concordent parfaitement. Il n'y a donc pas a priori de couche morte dans la couche magnétique libre, c'est-à-dire qu'il n'y pas à l'interface avec les couches supérieures et inférieures de zones où l'aimantation serait réduite ou même annulée par la création d'un alliage à l'interface [77].

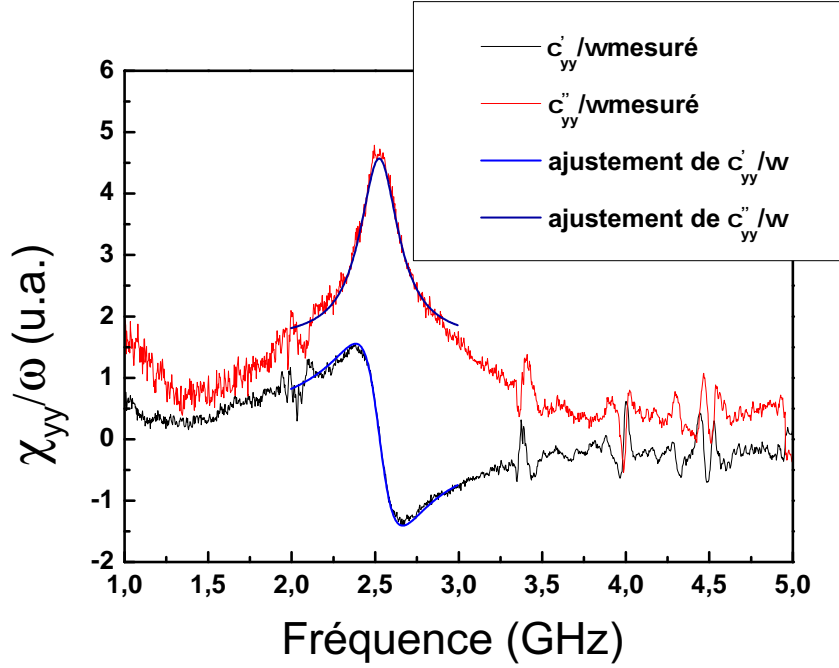
Nous avons comparé ces résultats avec ceux obtenus par une technique de mesure totalement différente et qui s'apparente plus aux résultats expérimentaux que nous allons présenter dans les chapitres suivants, à savoir des mesures de RFM.

#### **4.1.3.2 Mesures RFM par méthode inductive**

La mesure de résonance ferromagnétique par technique inductive est réalisée de la manière suivante :

L'échantillon est placé dans une monospire montée sur un connecteur adapté pour les hyperfréquences. La monospire est contactée à un analyseur de réseau vectoriel comme décrit au chapitre 2. L'analyseur mesure l'impédance de la monospire en fonction de la fréquence. Lorsque un échantillon magnétique est placé dans la monospire, la valeur de son inductance est modifiée. En effet lorsque l'onde de tension arrive au niveau de la monospire, elle génère un champ magnétique à la même pulsation selon la direction perpendiculaire au plan de la boucle de la monospire. La réponse de la couche magnétique à ce champ en modifie la valeur, changeant ainsi l'inductance que présentait la monospire à vide. La soustraction des deux mesures permet de remonter à la susceptibilité complexe dans le plan des couches divisée par la pulsation :  $\chi_{yy}/\omega$ , définie au chapitre 3 section 3.1.4.5. Une courbe de susceptibilité est présentée sur la figure 4.8. On peut voir comme nous l'avons remarqué au chapitre 3 que la partie en opposition de phase  $\chi''_{yy}$  présente une résonance et que la partie en phase  $\chi'_{yy}$  s'annule à la fréquence de résonance. En appliquant un champ magnétique continu, perpendiculairement au champ généré par la monospire, il est alors possible d'étudier la variation de la susceptibilité et plus précisément de la fréquence de résonance en fonction de l'amplitude du champ. En tournant l'échantillon, cette évolution peut-être décrite en fonction de l'angle, ce qui permet de déterminer les axes d'anisotropie.

Pour réaliser cette mesure nous avons utilisé la même couche continue que celle mesurée au VSM. Nous l'avons mesurée avec une monospire dont la fréquence de coupure est à  $7 \text{ GHz}$ . Les mesures ont été réalisées avec un champ continu appliqué selon la direction de l'axe de l'antiferromagnétique puis avec un champ appliqué perpendiculairement. Les courbes représentant la dépendance de la fréquence de résonance en fonction du champ sont rassemblées dans le graphique 4.9. L'échantillon étant une couche continue de  $8 \text{ nm}$

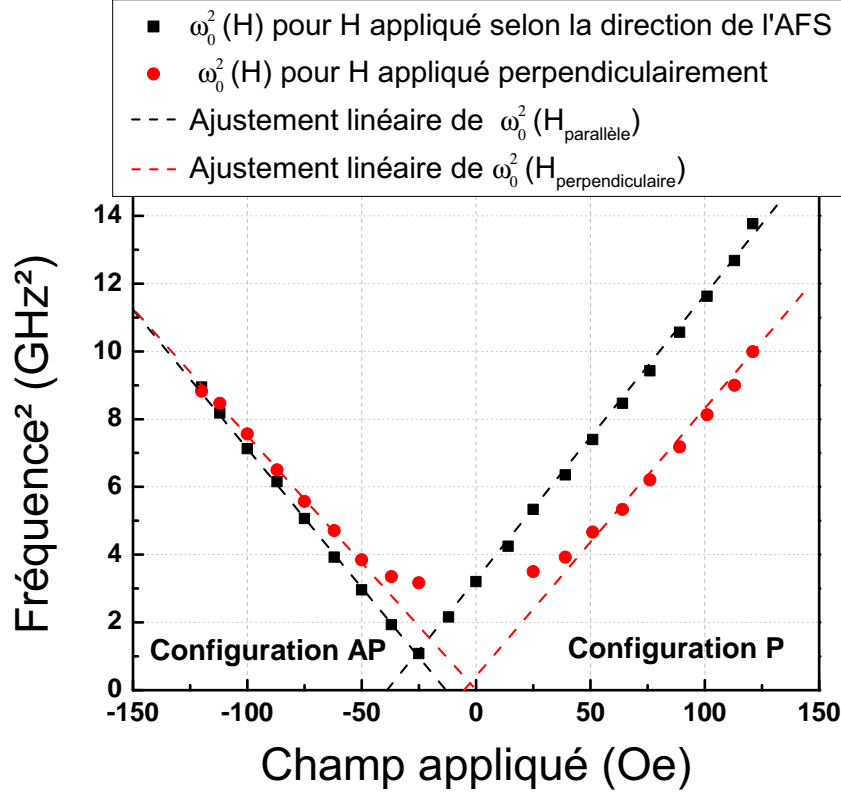


**Figure. 4.8** – Mesure par une technique inductive de la susceptibilité magnétique dans le plan  $\chi''_{yy}$ . La partie réelle de la susceptibilité est représentée en noir et la partie imaginaire en rouge. La partie imaginaire présente un maximum très prononcé. La partie réelle s'annule quand la partie imaginaire est maximum. En réalité il existe un faible déphasage qui provient de l'inhomogénéité du champ sur la longueur de l'échantillon. Nous avons réalisé un ajustement de ces courbes à partir des formules de susceptibilité de la section 3.1.4.5. La mesure a été réalisée sur le dispositif mis au point par K. Garelo.

par 8 mm présentant une anisotropie uniaxiale dans le plan, nous sommes dans le cas où les approximations faites au chapitre 3 sont justifiées. Alors, d'après la section 3.1.4.5, la fréquence de résonance est égale en première approximation à  $\omega_0 = \gamma_0 \sqrt{H\tilde{H}}$  lorsqu'il n'y a pas de champ d'anisotropie ni de champ de couplage. En revanche lorsque le champ  $H$  est appliqué selon la direction du champ d'anisotropie de la couche libre, l'expression de  $\omega_0$  doit être modifiée de la façon suivante :

$$\omega_0^2 = \gamma_0^2 (H + H_a \pm H_{\text{couplage}})(\tilde{H} \pm H_{\text{couplage}}) \approx \gamma_0^2 M_s H + \gamma_0^2 M_s (H_a \pm H_{\text{couplage}}) \quad (4.1)$$

Le champ de couplage  $H_{\text{couplage}}$  doit être compté positivement lorsque le champ est appliqué dans le sens du couplage et négativement dans le cas inverse,  $H$  représentant la norme du champ appliqué. La régression linéaire des points expérimentaux donne pour  $4\pi M_s = 10,6 \text{ kOe}$  les valeurs de  $\gamma_0$  suivantes :  $2,82 \text{ MHz/Oe}$  pour les champs positifs et  $2,83 \text{ MHz/Oe}$  pour les champ négatifs, ce qui correspond à la valeur théorique pour un facteur de Landé  $g = 2$ . Même lorsque l'échantillon est nano-structuré en forme de pilier, les grandeurs latérales restent toujours grandes par rapport à l'épaisseur de la couche magnétique. En revanche, dans les échantillons que nous avons mesurés l'épaisseur de la bicouche libre est de 5 nm alors que celle de la bicouche libre dans du dépôt en pleine tranche est de 6 nm comme nous l'avons déjà signalé. Cette différence d'épaisseur peut



**Figure. 4.9** – Courbes expérimentales représentant l'évolution du carré de la fréquence de résonance en fonction du champ appliqué. Les carrés noirs correspondent à un champ appliqué selon la direction de facile aimantation et les points rouges à un champ appliqué selon la direction de difficile aimantation. Les droites en noir et en rouge correspondent à l'ajustement des résultats expérimentaux à partir des formules 4.1 et 4.3

avoir une incidence beaucoup plus critique sur la valeur du facteur gyromagnétique. Toutefois il a été montré [78] pour une couche de  $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$  qui représente la majeure partie de la bicouche libre que  $\gamma_0$  n'est presque pas modifié lors d'une variation d'épaisseur dans cette gamme. Nous prendrons donc pour le reste de cette étude cette valeur pour  $\gamma_0$  :

$$\gamma_0 = 2,8 \text{ MHz/Oe} \quad (4.2)$$

Les courbes ne sont pas symétriques par rapport à l'origine, cela provient du champ de couplage avec l'AFS. L'ordonnée à l'origine de chacune des deux régressions linéaires vaut respectivement  $3,11 \text{ GHz}^2$  pour les champs positifs et  $-1,25 \text{ GHz}^2$  pour les champs négatifs. Ce qui donne d'après la formule 4.1 :  $H_{\text{couplage}} = -26 \text{ Oe}$  et  $H_a = 11 \text{ Oe}$ . Ces résultats sont en parfait accord avec les mesures VSM. Nous avons aussi mesuré l'évolution de la largeur à mi-hauteur en fonction du champ. Le volume magnétique étant faible, les résonances ne sont pas bien définies ce qui rend la détermination de la largeur à mi-hauteur difficile. Nous pouvons seulement dire que le coefficient d'amortissement  $\alpha$  est compris entre 0,009 et 0,015.



Lorsque le champ est appliqué dans le plan, perpendiculairement à l'axe de facile aimantation, la formule 4.1 a alors pour expression :

$$\omega_0^2 = \gamma_0^2(H - H_a)(\tilde{H} - H_a) \approx \gamma_0^2 M_s H - \gamma_0^2 M_s H_a \quad (4.3)$$

Premièrement il faut remarquer que les courbes obtenues dans ces conditions sont symétriques par rapport à l'origine, ce qui traduit le fait qu'il n'y a pas de champ de couplage dans cette direction comme le montre la formule précédente. Deuxièmement, la variation non linéaire du carré de la fréquence de résonance pour les faibles champs vient du fait que l'aimantation n'est pas encore colinéaire avec le champ appliqué pour ces valeurs de champ. La formule précédente n'est donc pas directement applicable dans cette zone. De plus nous pouvons voir que le régime qui semble linéaire ne présente pas exactement la même pente que dans le cas où le champ est appliqué selon l'axe de facile aimantation. Nous trouvons dans ce cas une valeur de  $\gamma_0$  de l'ordre de  $2,7 \text{ MHz/Oe}$ . Ce résultat peut avoir plusieurs explications. Comme on peut le voir sur la figure 4.9, les points expérimentaux présentent encore une courbure quand le champ augmente, si bien que l'aimantation peut ne pas encore être complètement colinéaire au champ appliqué, la formule précédente n'étant alors pas encore applicable.

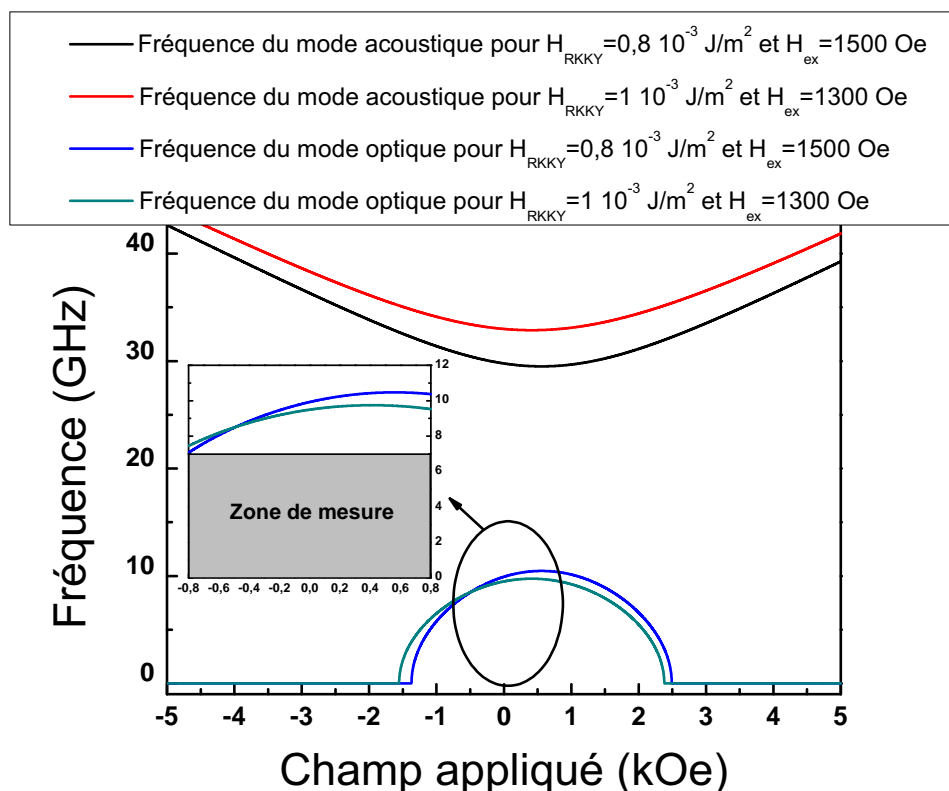
#### 4.1.3.3 Conclusion

A partir des mesures de RFM il est important de faire plusieurs constats pour mieux comprendre les mesures de fluctuations que nous allons présenter.

Premièrement, nous avons considéré dans la section précédente que le mode magnétostatique de la couche libre excité par le champ de pompage HF était le mode uniforme décrit au chapitre 3. En effet, même si l'aimantation est piégée sur les bords de la couche continue, étant donnée les dimensions latérales, le mode fondamental correspond au mode uniforme.

Deuxièmement nous avons considéré que seule la couche libre était excitée et non les autres couches magnétiques. Comme le montre la formule 4.1, si la couche subit un fort champ de couplage  $H_{\text{couplage}}$  comme c'est le cas pour la couche piégée avec l'antiferromagnétique, la fréquence de résonance est décalée vers les hautes fréquences. Dans le cas de la couche piégée nous avons vu que le champ d'échange était de l'ordre  $1500 \text{ Oe}$  ce qui est très supérieur aux champs appliqués, la fréquence de résonance de cette couche est donc bien au delà de la fenêtre de mesure. De la même manière la couche de référence est très fortement couplée à la couche piégée :  $H_{RKY} \approx 2500 \text{ Oe}$ . Elle résonne donc a priori encore plus haut en fréquence. Mais comment évoluent les fréquences de résonance lorsque l'on étudie les modes couplés de ces deux couches ? Pour déterminer les fréquences de résonance des oscillations couplées dans l'approximation macrospin nous avons utilisé un

programme développé par U. Ebels, fondé sur le calcul présenté au chapitre 3 mais dans le cas de deux couches couplées antiferromagnétique par un couplage RKKY et dont l'une des couches est piégée par échange. Le résultat est présenté dans le graphique 4.10 pour un couple énergie surfacique de couplage  $A_{RKKY} = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ J/m}^2$  et champ d'échange de  $H_{ex} = 1500 \text{ Oe}$  et pour un couple  $A_{RKKY} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ J/m}^2$  et  $H_{ex} = 1300 \text{ Oe}$ . Ces valeurs correspondent à celles déterminées par les mesures VSM. Nous pouvons voir que dans la



**Figure. 4.10** — Courbes d'évolution de la fréquence de résonance des modes couplés de l'AFS calculées dans l'approximation macrospin pour les couples de paramètres  $A_{RKKY}$  et  $H_{ex}$  déterminés à la partie précédente. L'encart représente un "zoom" de la zone de mesure en champ et en fréquence dans laquelle toutes les mesures en fréquence qui seront présentées dans ce chapitre ont été réalisées. Le mode de plus basse fréquence correspond au mode en phase ou mode acoustique et celui de plus haute fréquence au mode en opposition de phase ou mode optique. Le programme de calcul utilisé a été développé par U. Ebels.

zone de champ que nous avons étudiée pour les mesures de RFM, il ne doit pas y avoir de contributions des oscillations des couches de l'AFS. Les mesures dynamiques de fluctuations que nous allons étudier ne doivent donc pas non plus, à priori, présenter de pics de résonance liés aux aimantations des couches de l'AFS. Mais nous n'avons pas encore tenu compte du couplage entre l'AFS et la couche libre. Comme nous ne connaissons pas la nature de ce couplage, il n'est pas possible de déterminer les modes de résonance couplés d'autant plus qu'il faut tenir compte simultanément de la dynamique de trois couches. Mais le couplage est suffisamment faible entre la couche de référence et la couche libre

pour les considérer comme indépendantes. En effet la dépendance de la fréquence des pics de résonance en fonction du champ appliqué est parfaitement décrite par l'équation 4.1 correspondant à une couche indépendante. Dans ce cas nous pourrions considérer dans une très bonne approximation, si le couplage n'évolue pas lors de la nano-structuration, qu'il n'est pas nécessaire d'étudier la dynamique couplée de l'aimantation de la couche libre et de l'AFS.

En conclusion nous pouvons considérer que le comportement de la couche libre est bien décrit par les formules de susceptibilité calculées au chapitre 3. La fréquence de résonance du mode uniforme des fluctuations transverses dans le plan de la couche  $\chi_{yy}$  est comprise entre quelques centaines de mégahertz et  $7\text{ GHz}$  lorsque le champ appliqué reste inférieur à  $600\text{ Oe}$  alors que celles des couches de l'AFS sont supérieures à  $7\text{ GHz}$ .

## 4.2 Mesures statiques

Nous avons montré au chapitre 1 que l'effet de magnétorésistance permet de relier les variations de résistance à l'écart relatif entre les aimantations de la couche libre et de la couche de référence. Une étude préliminaire va donc consister à déterminer les propriétés statiques des échantillons pour pouvoir ensuite décrire les mesures dynamiques. Nous avons vu qu'il y a principalement deux façons de décrire le diagramme de phase statique : mesures de  $R(H)$  à  $I$  constant et mesures de  $R(I)$  à  $H$  constant. De plus nous avons vu que ces courbes dépendent de la direction d'application du champ [13]. Nous allons donc découper cette étude statique en trois parties : une étude angulaire, une étude en fonction du champ et une étude en fonction du courant de polarisation.

### 4.2.1 Étude angulaire

Le modèle de Slonczewski [13], décrit au chapitre 1, prédit que la conductance d'une JTM varie en fonction du cosinus de l'angle entre les aimantations de la couche libre  $\vec{M}$  et de la couche piégée dont la direction est donnée par le vecteur  $\vec{p}$  (cf équation 1.11) :

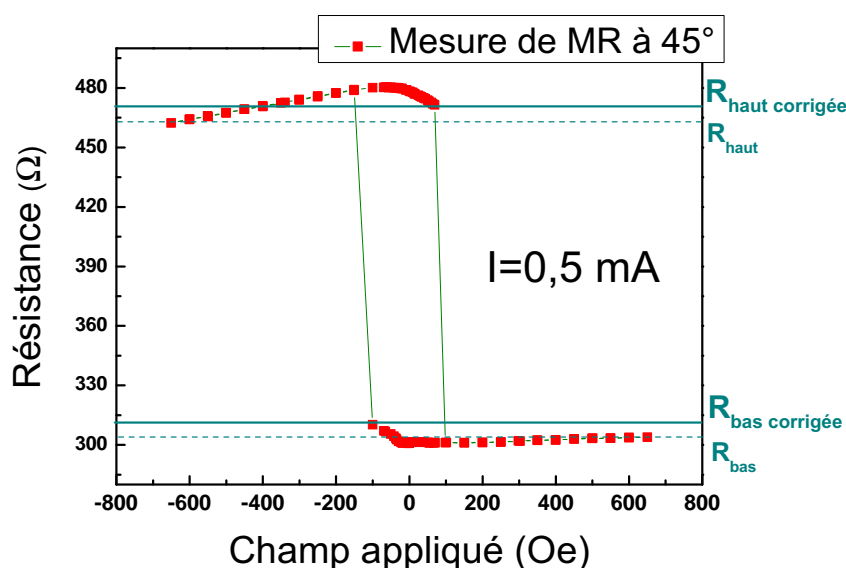
$$G = G_0 \left( 1 + P^2 \frac{\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} \right)$$

Ce qui se traduit en terme de résistance par :

$$R = \frac{2R_{min}R_{max}}{R_{min} + R_{max}} \left[ 1 + \frac{\Delta R}{R_{min} + R_{max}} \frac{\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} \right]^{-1} \quad (4.4)$$

A cause de la piste inférieure qui est ferromagnétique dans les échantillons à barrière d'alumine dont nous allons présenter les résultats aux sections suivantes, il nous est impossible d'appliquer le champ autrement que dans la direction de l'antiferromagnétique.

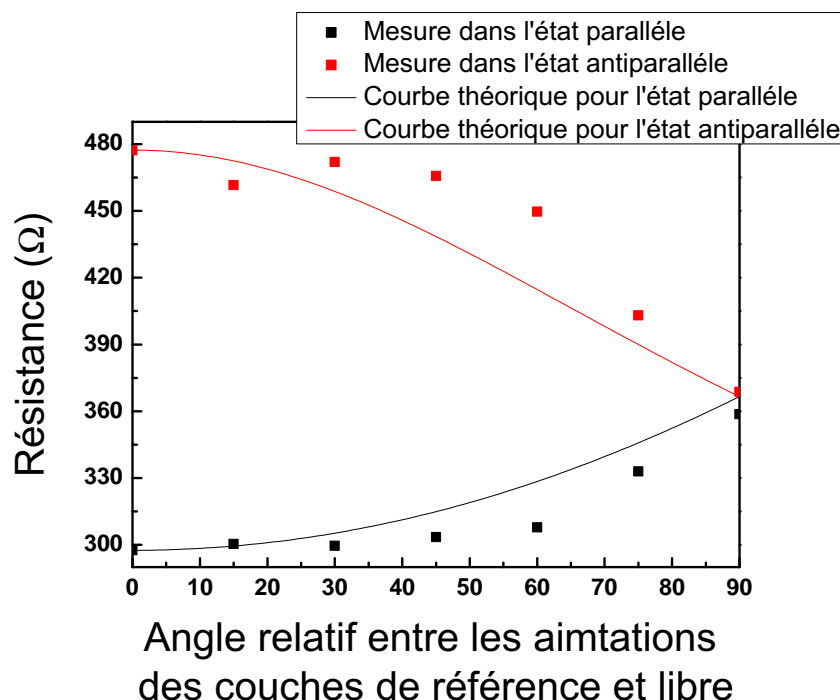
Pour vérifier la relation théorique précédente, nous avons utilisé des échantillons à barrière MgO amorphe qui n'ont pas d'écran magnétique : la piste inférieure est en ruthénium. Le ruthénium étant non magnétique, nous avons pu appliquer le champ selon toutes les directions du plan des couches. Nous avons dû utiliser des échantillons à pilier rectangulaire de section  $150\text{ nm}$  par  $75\text{ nm}$ . L'axe de l'antiferromagnétique est selon la plus petite dimension latérale. La figure 4.11 représente une courbe  $R(H)$  obtenue sur un de ces échantillons. Elle correspond à un champ appliqué à  $45^\circ$  par rapport à la direction de la couche de référence. De cette courbe on extrait les valeurs hautes et basses de la résistance



**Figure. 4.11** — Mesure de magnétorésistance (MR) pour un champ appliqué à  $45^\circ$  de l'axe de l'antiferromagnétique. La résistance haute et la résistance basse corrigées correspondent à la valeur attendue de la résistance, sachant que l'aimantation de la couche de référence tend à s'aligner selon la direction d'application du champ.

pour un champ d'amplitude  $600\text{ Oe}$ , valeur à laquelle la couche libre est supposée alignée selon la direction du champ appliqué. La même procédure a été répétée pour plusieurs angles différents. Ces résultats sont représentés en fonction de l'angle d'application du champ dans la figure 4.12. Ils y sont comparés à la courbe théorique correspondant à la relation 4.4. Les résultats sont en assez bon accord avec le modèle de Slonczewski.

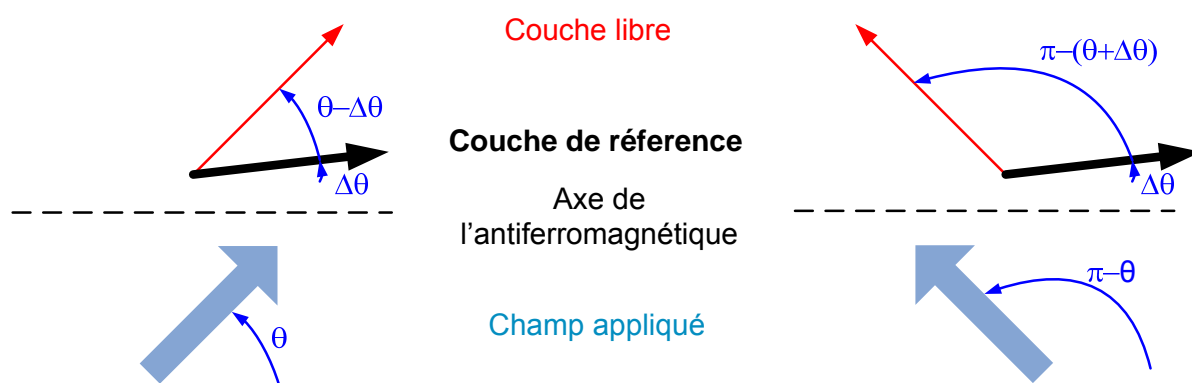
Toutefois il faut remarquer que le cycle de MR de la figure 4.11 présente deux caractéristiques importantes : l'évolution de la résistance ne présente pas de paliers aux fortes valeurs de champ et la courbe n'est pas symétriques entre l'état de haute résistance et l'état de basse résistance. En effet lorsque l'amplitude du champ appliqué devient suffisamment élevée, l'aimantation de la couche libre est alignée sur la direction du champ. Les résistances hautes et basses devraient alors présenter un palier à partir d'une certaine valeur du champ, la direction de l'aimantation de la couche libre ne pouvant plus bouger.



**Figure. 4.12** – Dépendance de la résistance en fonction de l'angle d'application du champ par rapport à l'axe de l'antiferromagnétique.

D'après les courbes VSM précédentes cette situation devrait apparaître dès la centaine d'Oersted. Cette valeur de champ peut être plus élevée lorsque l'échantillon est structuré du fait de l'apparition d'axes d'anisotropie liés à la forme de l'échantillon et des effets de bords. C'est pourquoi nous avons pris les valeurs de résistance pour une amplitude du champ de 600 Oe. Ce résultat s'explique de la manière suivante : si l'on regarde les courbes VSM (cf figure 4.7) lorsque le champ est appliqué selon une direction différente de celle de facile aimantation, nous pouvons constater que les aimantations des couches de l'AFS tournent elles aussi sous l'action du champ, pour s'aligner avec lui. Mais du fait de l'échange avec l'antiferromagnétique et du couplage RKKY, il est nécessaire d'appliquer des champs beaucoup plus forts que dans le cas de la couche libre pour que les aimantations de l'AFS puissent s'aligner avec le champ. Pour résumer l'aimantation de la couche libre s'aligne plus rapidement que l'aimantation de la couche de référence avec le champ appliqué, quand l'amplitude de ce dernier augmente. Maintenant la question est de comprendre comment se phénomène se traduit en terme d'évolution de la résistance dans les échantillons structurés. A partir des courbes  $R(H)$  réalisées à différents angles, nous avons pu constater que l'axe facile dominant dans ces échantillons est suivant la direction de l'antiferromagnétique. Ainsi, lorsqu'aucun champ n'est appliqué, la JTM est soit dans la configuration parallèle, ce qui correspond à l'état de plus basse résistance, soit dans la configuration antiparallèle, ce qui correspond à l'état de plus haute résistance. Supposons que la JTM se trouve dans la configuration parallèle. Si maintenant nous ap-

pliquons un champ selon une direction quelconque en faisant croître progressivement son amplitude la résistance de la JTM va évoluer en trois étapes. Notons  $H_1$  la valeur du champ à partir de laquelle l'aimantation de la couche libre est alignée avec lui et  $H_2$  la valeur du champ à partir de laquelle l'aimantation de la couche de référence est alignée avec lui. D'après ce qui précède  $H_1 < H_2$ . Lorsque l'amplitude du champ est inférieure à  $H_1$ , l'aimantation de la couche libre tourne pour s'aligner selon la direction du champ. L'aimantation de la couche de référence fait de même, mais plus difficilement que celle de la couche libre. Durant cette phase l'angle entre les aimantations de la couche libre et de la couche de référence augmente avec le champ : la résistance augmente. De  $H_1$  à  $H_2$ , l'aimantation de la couche libre est alignée selon la direction du champ appliqué, elle n'évolue donc plus alors que celle de la couche de référence continue à se rapprocher de celle de la couche libre. Cette phase se traduit donc par une diminution de l'angle relatif entre les deux aimantations : la résistance diminue. A partir de  $H = H_2$  les aimantations se retrouvent de nouveau alignées entre elles, le système est de nouveau dans l'état de plus basse résistance. Lorsque le système évolue à partir de l'état antiparallèle, les deux aimantations vont tendre toutes les deux à s'aligner selon la direction du champ ce qui va entraîner une diminution de la résistance. A partir de la valeur de champ où l'aimantation de la couche libre est alignée avec le champ, *ie.*  $H_1$ , la diminution de résistance ralentit jusqu'à ce que l'état parallèle soit atteint. En résumé la couche de référence tourne elle aussi sous l'action du champ. Dans ce cas l'angle relatif entre les aimantations des deux couches de la jonction est surestimé par rapport à la valeur de l'angle que fait la direction d'application du champ avec l'antiferromagnétique (cf figure 4.13).



**Figure. 4.13** – Effet de la rotation de la couche de référence sur l'angle relatif entre les aimantations de la couche libre et de la couche de référence en fonction du sens du champ pour une direction d'application de ce dernier faisant un angle  $\theta$  avec l'axe de l'antiferromagnétique.

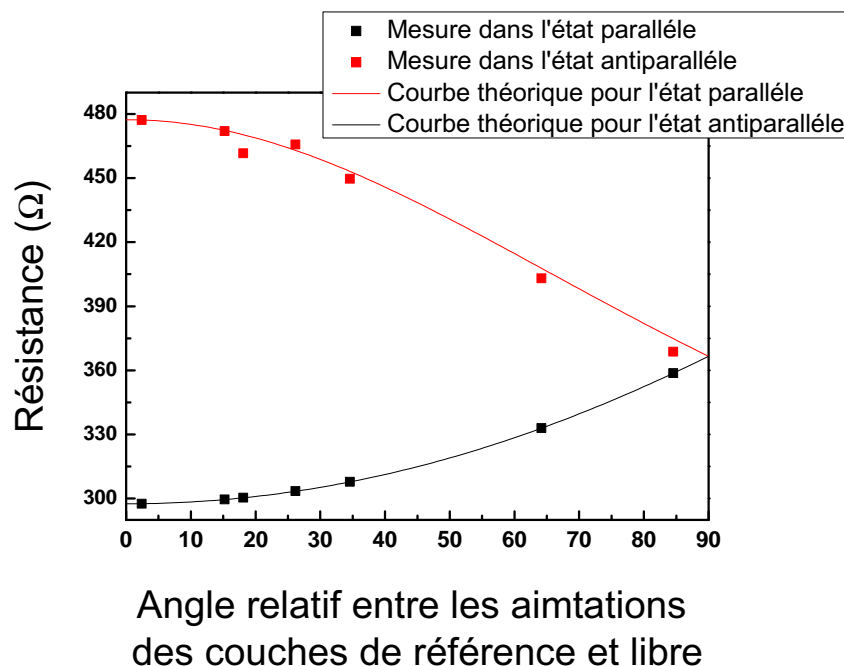
Si l'on part du principe que cet effet est symétrique en fonction du sens du champ appliqué (cf figure 4.13), il est possible de déterminer l'écart angulaire entre la configuration réelle et la direction d'application du champ. Si le champ appliqué fait un angle  $\theta$  avec la

direction de l'antiferromagnétique, pour une valeur suffisamment forte de celui-là, c'est à dire supérieure à  $H_1$  (dans notre cas nous avons choisi 600 Oe), l'aimantation de la couche libre formera aussi un angle de valeur  $\theta$  avec l'axe de l'antiferromagnétique. L'aimantation de la couche de référence aura tourné seulement de  $\Delta\theta$  (cf figure 4.13). Dans ce cas dans l'expression de la résistance basse il faut remplacer le terme  $\cos(\theta)$  par  $\cos(\theta - \Delta\theta)$  et dans celle de la résistance haute  $\cos(\pi - \theta)$  par  $\cos(\pi - (\theta + \Delta\theta))$ . Si l'aimantation de la couche de référence était parfaitement piégée, alors la valeur moyenne de résistance entre l'état haut et l'état bas serait proportionnelle à  $1/((1 + P^2 \cos \theta)(1 - P^2 \cos \theta))$ . En revanche lorsque l'aimantation de la couche de référence tourne aussi, cette valeur est proportionnelle à  $(1 - P^2 \sin(\theta) \sin(\Delta\theta))/[(1 + P^2 \cos(\theta - \Delta\theta))(1 - P^2 \cos(\theta + \Delta\theta))]$ . Connaissant  $\theta$ , si l'on mesure sur la courbe de MR de la figure 4.11 la moyenne entre la résistance basse et la résistance haute à une valeur de champ donnée de 600 Oe, il est facile de remonter à la valeur de  $\Delta\theta$ . Le résultat de ce traitement est présenté dans le tableau 4.1 pour un champ appliqué de  $\pm 600$  Oe. Il faut noter que le maximum de

Angle d'application du champ	Écart angulaire $\Delta\theta$	Angle relatif réel
$0^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$
$15^\circ$	$-3, 1^\circ$	$18, 1^\circ$
$30^\circ$	$15^\circ$	$15^\circ$
$45^\circ$	$19^\circ$	$26^\circ$
$60^\circ$	$25, 5^\circ$	$34, 5^\circ$
$75^\circ$	$11^\circ$	$64^\circ$
$90^\circ$	$5, 5^\circ$	$84, 5^\circ$

TAB. 4.1 – Écart angulaire entre le champ appliqué et l'angle relatif entre les aimantations de la couche libre et de la couche piégée pour une valeur absolue du champ de 600 Oe. Le fait de trouver une valeur négative de l'écart angulaire, alors que l'aimantation de la couche de référence tend à s'aligner avec celle de la couche libre n'est pas réaliste. Ce résultat s'explique simplement par le fait que la mesure prise comme référence, c'est-à-dire celle réalisée à  $0^\circ$ , ne correspond pas exactement à un champ appliqué selon la direction de l'axe de facile aimantation de la couche de référence, mais désaligné d'un angle légèrement supérieur à  $3^\circ$ . Dans ce cas, la mesure à  $0^\circ$ , ne représente pas exactement les configurations parallèle et antiparallèle.

déviations apparaît pour un angle d'application du champ de  $60^\circ$  ce qui correspond à la direction des diagonales du rectangle. Ces échantillons présentent, à la différence des échantillons circulaires utilisés pour les mesures qui seront présentées ultérieurement, une forte anisotropie de forme. Le résultat précédent n'est donc qu'une manifestation de ce phénomène. En remplaçant la valeur de l'angle correspondant à la direction d'application du champ par celle calculée par la méthode précédente, la correspondance de la résistance mesurée avec la courbe théorique est améliorée, comme on peut le voir sur le graphique 4.11. L'écart restant vient du fait que les aimantations de la couche libre et de la couche de référence ne tournent pas exactement de manière symétrique quand le champ est ap-



**Figure. 4.14** – Dépendance de la résistance en fonction de l'angle relatif entre la direction d'application du champ et la direction de l'aimantation de la couche de référence : les valeurs angulaires en abscisse correspondent aux valeurs de la troisième colonne du tableau 4.1.

pliqué dans un sens ou dans l'autre. Cela peut provenir de la forme des échantillons qui n'est pas exactement rectangulaire, ce qui brise la symétrie. Toutefois ce résultat permet de tirer deux conclusions. Premièrement, le modèle de Slonczewski permet de bien décrire les mesures de magnétorésistance en fonction de l'angle. Deuxièmement, la rotation de la couche piégée sous l'action d'un champ peut donner une contribution non négligeable à la mesure.

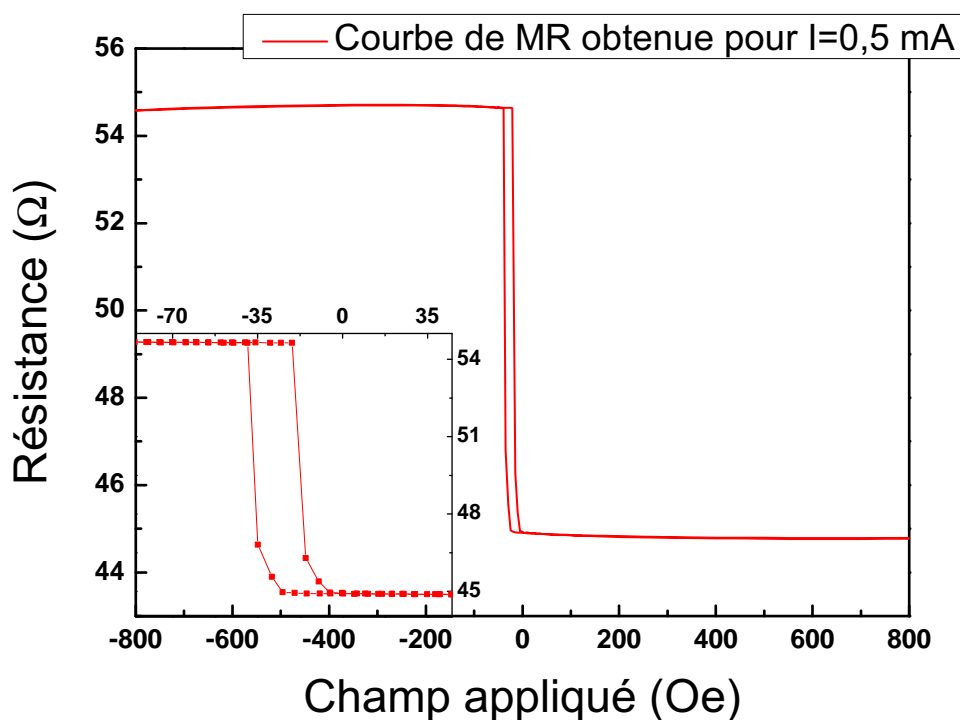
Nous allons maintenant focaliser notre attention sur les variations de résistance lorsque le champ est appliqué selon la direction de l'antiferromagnétique sachant que le modèle de Slonczewski permet de relier la résistance de l'échantillon à sa configuration magnétique. Toutes les mesures qui seront présentées par la suite ont été obtenues sur un même échantillon circulaire de diamètre 300 nm ayant une barrière tunnel en alumine. La composition de cet échantillon a été décrite à la partie 4.1.1.

## 4.2.2 Etude en fonction du champ

Les mesures de magnétorésistance ont été réalisées pour des valeurs de champ comprises entre  $-800$  Oe et  $800$  Oe, c'est à dire loin des champs de retournement de l'AFS. D'après les résultats de la section précédente, nous avons vu que lorsque le champ est appliqué selon la direction de l'AFS, l'aimantation de la couche de référence tourne peu



sous l'action du champ. Dans ce cas, il est donc possible, en première approximation, de considérer l'aimantation de la couche de référence comme fixe. Si, de plus, les mesures de magnétorésistance en fonction du champ sont réalisées pour des valeurs du courant de polarisation suffisamment faibles pour que les effets qui couplent le courant à l'aimantation puissent être négligés, alors les cycles  $R(H)$  ainsi obtenus sont équivalents à la courbe d'aimantation de la couche libre. Un exemple de courbe est présenté sur la figure 4.15. Le cycle a été mesuré avec un courant de polarisation de 0,5 mA. Si la valeur du courant est augmentée, les effets thermiques dus à l'échauffement Joule, les effets du champ induit par le courant (champ d'Oersted) et les effets de transfert de spin peuvent alors modifier le comportement magnétique de la couche libre comme nous le verrons.



**Figure. 4.15** — courbe de  $R(H)$  mesurée pour un champ appliqué parallèlement à l'axe de l'antiferromagnétique. En encart : détail du cycle d'hystérésis

Le cycle de la figure 4.12 présente une ouverture rectangulaire qui confirme que l'axe de l'antiferromagnétique est aussi un axe de facile aimantation pour les échantillons structurés circulairement. Le champ coercitif est de 9,5 Oe, soit 5 fois celui de la couche continue. L'augmentation du champ coercitif par rapport à la valeur de la couche continue est un résultat expérimental connu. Dans la couche continue le retournement de l'aimantation se fait par nucléation-propagation. Pour des dimensions telles que celle de notre échantillon la nucléation est plus difficile que le retournement. De plus ce dernier peut aussi se faire de manière continue par le passage d'états micromagnétiques stables comme des "C-states" (cf figure 4.17). Le cycle est décalé de 27 Oe vers l'état parallèle donnant la même

valeur du champ de couplage que pour les mesures sur les couches continues. Ce résultat exclut donc le champ rayonné par l'AFS comme origine de ce couplage. De plus nous avons déjà exclu en grande partie un couplage par effet peau d'orange. Il ne reste donc a priori que deux possibilités : le couplage par "trou d'épingle" ou le couplage d'échange à travers la barrière induit par la polarisation du courant de spin (couplage de Slonczewski).

Si nous portons notre attention sur les états saturés, nous pouvons remarquer que la résistance associée à l'état antiparallèle présente un plateau avant de redescendre quand le champ magnétique augmente, ce qui est dû, comme nous l'avons vu à la section précédente, à la rotation de la couche de référence. Ce comportement traduit le fait que le champ n'est pas appliqué exactement dans la direction de l'antiferromagnétique. L'état parallèle, semble présenter une résistance constante quelle que soit l'amplitude du champ appliqué, mais si l'on fait un "zoom" sur cette zone de la courbe de MR, nous pourrions constater que la résistance diminue plus le champ augmente, ce qui nous amène à la même conclusion. Toutefois la résistance associée à l'état parallèle présente une sensibilité plus faible au désalignement du champ magnétique que la résistance associée à l'état antiparallèle. En d'autres termes : "l'état parallèle est toujours plus parallèle que l'état antiparallèle ne l'est".

Dans la section suivante nous allons voir que le courant circulant à travers le pilier peut modifier la forme du cycle de magnétorésistance que nous venons d'étudier.

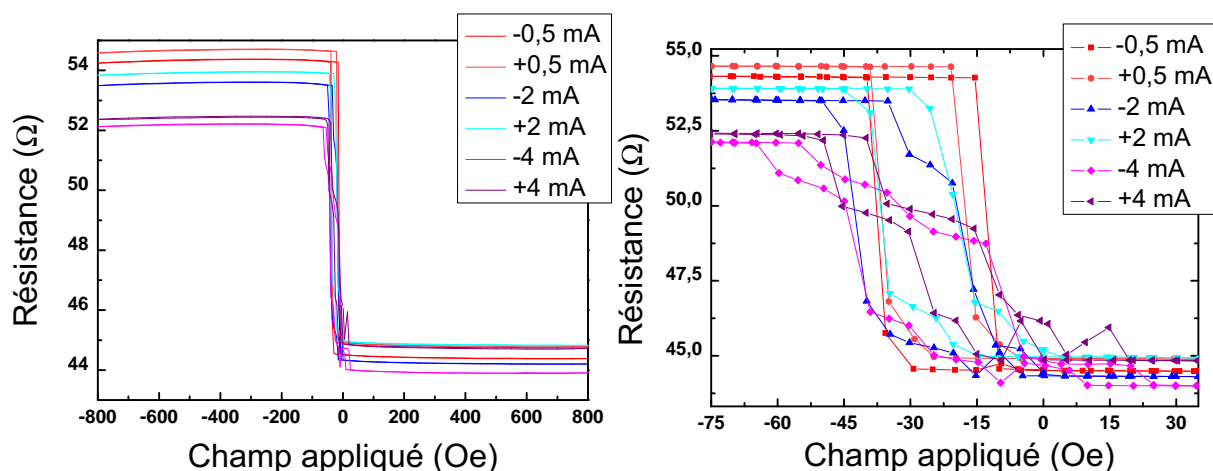
### **4.2.3 Etude en fonction du courant**

Le courant peut être à l'origine de plusieurs effets sur la mesure. D'un côté il faut distinguer les phénomènes purement liés au transport, comme la non linéarité de l'effet tunnel avec la tension, l'effet Joule, les effets thermoélectriques... et de l'autre côté les interactions entre le courant et les moments magnétiques, comme la TMR, le transfert de spin ... Ces effets ont tous une influence sur les courbes de magnétorésistance présentées dans le graphique 4.16.

#### **4.2.3.1 Effets du courant sur la forme du cycle d'hystérésis**

Nous allons nous intéresser dans un premier temps à l'effet du courant sur la forme du cycle d'hystérésis. L'évolution des mesures  $R(H)$  en fonction du courant de polarisation est représentée sur la figure 4.16.

Nous pouvons voir que l'ouverture et la forme du cycle sont modifiées par le passage du courant. Analysons dans un premier temps l'effet du sens du courant. Lorsque le courant augmente dans les valeurs négatives le cycle a tendance à s'ouvrir, *ie*  $H_c$  augmente.

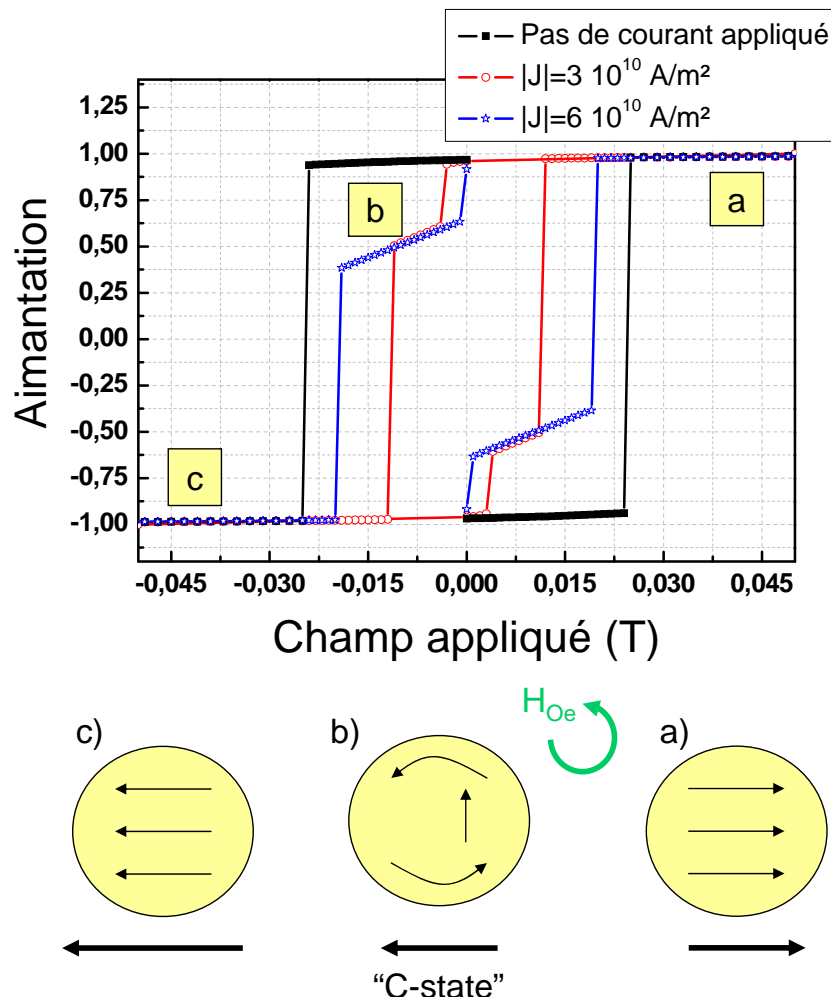


**Figure. 4.16** — Figure de gauche : courbes  $R(H)$  pour différentes valeurs du courant de polarisation. Figure de droite : Agrandissement des cycles d'hystérésis des courbes de la figure de gauche

En revanche, lorsque le courant augmente dans les valeurs positives, le champ coercitif semble présenter la tendance inverse :  $H_c$  diminue. Il s'agit donc d'un effet dissymétrique avec le sens du courant. L'augmentation de température locale liée à l'effet Joule ne peut donc pas être responsable de ce comportement. Du fait des symétries de l'échantillon, le champ d'Oersted ne peut pas non plus expliquer ce résultat. Il ne reste alors que deux possibilités : les effets thermoélectriques et le transfert de spin. D'après le diagramme de phase associé aux conventions choisies, lorsque le courant est négatif, l'état parallèle est favorisé ce qui doit diminuer le champ nécessaire pour passer de l'état antiparallèle à l'état parallèle et augmenter le champ pour passer de l'état parallèle à l'état antiparallèle. Inversement lorsque le signe du courant change. Si le couple de transfert de spin est antisymétrique en fonction de la configuration magnétique (parallèle ou antiparallèle) et en fonction du sens du courant, alors son effet devrait se traduire seulement par un décalage du centre du cycle. En revanche s'il n'est pas antisymétrique en fonction de l'un des deux paramètres précédents, le transfert de spin peut alors être à l'origine de la fermeture du cycle pour un sens de courant et à l'ouverture du cycle pour l'autre. Finalement les effets thermoélectriques peuvent eux aussi expliquer ce résultat. En effet, en fonction du sens du courant il peut y avoir une diminution ou une augmentation locale de la température au niveau de la couche libre par l'effet Peltier [79]. Dans ce cas la variation de température suit une loi linéaire avec le courant. Ainsi pour un sens de courant l'activation thermique augmente, ce qui diminue le champ nécessaire pour passer d'une configuration à une autre et inversement lorsque le courant change de sens l'activation thermique diminue.

L'apparition des paliers dans le cycle d'hystérésis lorsque la valeur absolue du courant augmente s'explique très bien par l'effet du champ d'Oersted qui peut stabiliser des états micromagnétiques intermédiaires. Une simulation réalisée par L. Prejbeanu sur un

disque de NiFe/CoFe de 4 nm d'épaisseur et de 250 nm de diamètre est présentée sur la figure 4.17. Bien que ces simulations ne correspondent pas exactement au cas de la



**Figure. 4.17** — Simulations micromagnétiques réalisées par L. Prejbeanu sur un disque de NiFe 2 nm/CoFe 2 nm de 250 nm de diamètre. Les paliers, zone (b), correspondent à des états micromagnétiques de type "C-state" représentés dans la partie inférieure de la figure. Ces états sont stabilisés par le champ d'Oersted. Il faut noter aussi une fermeture du cycle sous l'action du courant.

couche libre de nos échantillons, elles permettent de donner une bonne représentation du comportement de son aimantation. Les densités de courants qui apparaissent dans cette figure correspondent à des courants de polarisation de 2 mA et de 4 mA dans le cas de nos échantillons. Ces simulations montrent que le champ d'Oersted est à l'origine de l'apparition de paliers symétriques dans le cycle d'hystérésis lorsque le courant augmente. Ces paliers sont dues à des états micromagnétiques de type "C-states" stabilisés par le champ d'Oersted. De plus on peut constater que le champ d'Oersted a pour effet de fermer le cycle.

L'évolution des cycles de MR en fonction du courant a permis de mettre en évidence la

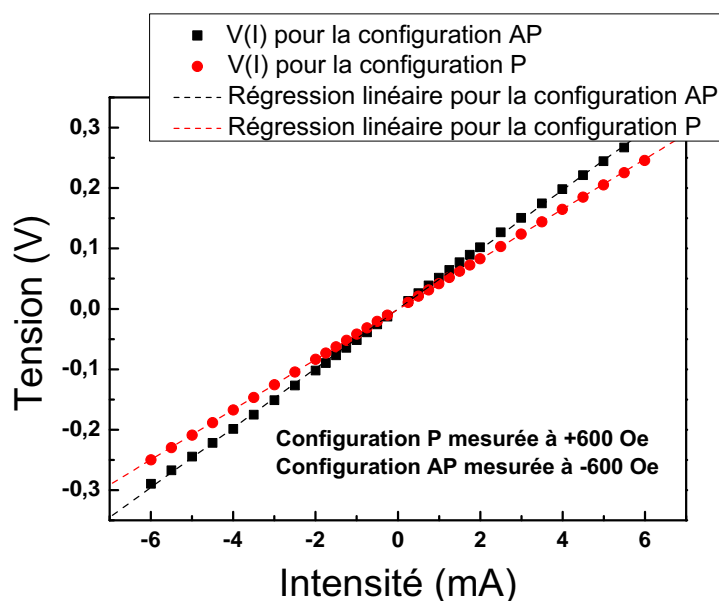
présence possible de trois effets qui peuvent agir sur l'aimantation de la couche libre dans nos échantillons : le champs d'oersted, l'effet Peltier et le couple de transfert de spin. Ces résultats montrent qu'il faudra tenir compte de ces effets lors de l'interprétation des mesures dynamiques. Mais le courant de polarisation n'a pas seulement une influence sur les courbes d'aimantation. Il a aussi un effet sur le transport tunnel et la magnétorésistance.

#### 4.2.3.2 Propriétés du transport tunnel

Considérons l'équation 1.11 proposée par Slonczewski pour décrire le transport des électrons dans une JTM :

$$G(I) = G_0(I)(1 + P_{ref}(I)P_{libre}(I)\cos(\theta))$$

Où  $P_{ref}$  représente la polarisation à l'interface de la couche de référence et de l'isolant et  $P_{libre}$  celle à l'interface de la couche libre. Cette équation n'est valable que pour des faibles tensions de polarisation, ce qui correspond dans le cas d'une jonction classique métal non ferromagnétique/isolant/métal non ferromagnétique à une caractéristique linéaire de la conductance et donc de la résistance en fonction de la tension de polarisation. Si nous regardons l'évolution en fonction du courant de polarisation de la résistance haute et de la résistance basse, présentées dans le graphique 4.18, nous pouvons constater qu'elles ont un comportement linéaire au premier ordre. L'approximation des faibles tensions de polarisation semble donc bien vérifiée dans le cas de nos mesures.

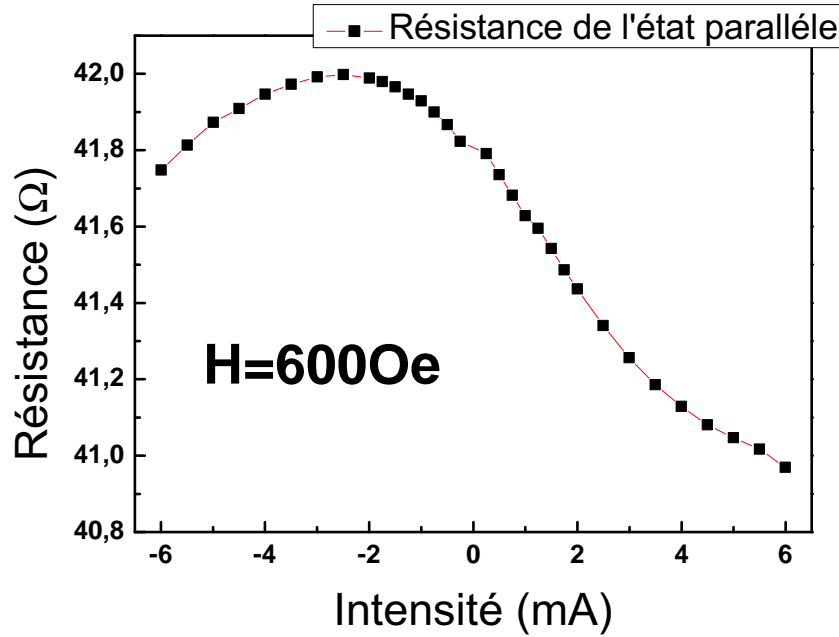


**Figure. 4.18** — Courbes  $V(I)$  pour la configuration parallèle (P) et antiparallèle (AP) : au premier ordre la tension évolue linéairement avec l'intensité

Nous allons maintenant nous intéresser aux écarts à la linéarité. Ceux-ci peuvent avoir

deux origines. Une liée au fait que les électrodes soient ferromagnétiques, c'est à dire que le transport dépend du spin et l'autre est liée au transport non polarisé.

Les électrodes de part et d'autre de la JTM sont en CoFe mais leurs épaisseurs ne sont pas les mêmes et la qualité des interfaces peut être différente, toutefois en première approximation nous les considérerons identiques. Dans ce cas  $P_{ref} = P_{libre} = P$ . Il est possible d'utiliser les expressions de  $P$  et de  $G_0$  des équations 1.10 pour calculer la conductance de l'état parallèle. L'expression obtenue montre que la conduction se fait par deux canaux de spin indépendants. Si l'on néglige les phénomènes de renversement du spin des électrons chauds (émission de magnons), la mesure de conductance réalisée dans la configuration parallèle représente alors les propriétés du transport indépendant du spin. Les résultats des mesures  $R(I)$  réalisées à 600 Oe sont présentés au graphique 4.19. La chute de résistance pour les courants positifs et négatifs est caractéristique du

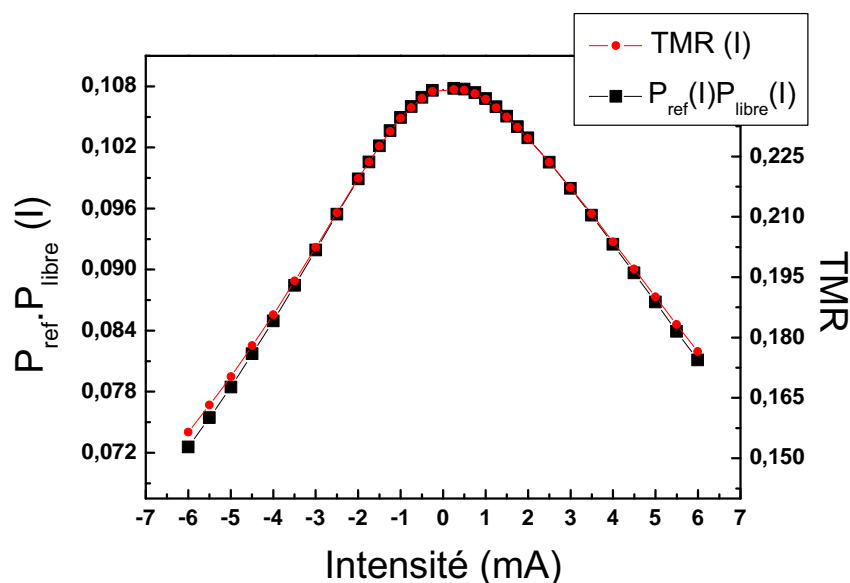


**Figure. 4.19** — Évolution de la résistance de l'état parallèle en fonction du courant de polarisation.

transport tunnel. En effet lorsque la tension de polarisation augmente la hauteur de la barrière diminue et le nombre d'états accessibles dans l'électrode d'arrivée augmente, ce qui diminue la résistance tunnel. Ce résultat peut être décrit par le modèle de Simmons [80]. Cet effet est symétrique avec le sens du courant, il ne peut donc pas être à l'origine de la dissymétrie que présente la courbe  $R(I)$ . Plusieurs mesures réalisées sur des GMR, notamment des échantillons fabriqués par la société Headway Technologies avec un empilement similaire présentent eux aussi une dissymétrie des courbes de résistance. Il a été montré que ce résultat provient des effets thermoélectriques [79]. Ces effets sont indépendants de la nature de l'espaceur, métallique ou isolant, ils existent donc dans

nos échantillons. Ils ont la particularité d'être linéaires avec le courant, ce qui permet de décrire qualitativement l'allure de la courbe 4.19.

Au contraire, dans l'expression 4.5, l'évolution du coefficient  $P_{ref}P_{libre}$  avec le courant de polarisation traduit principalement la dépendance du transport tunnel vis à vis du spin. Comme nous l'avons vu, la TMR est directement liée à ce coefficient. Nous avons représenté les évolutions du coefficient  $P_{ref}P_{libre}$  et de la TMR en fonction du courant de polarisation dans le graphique 4.20. Si, dans un premier temps, nous faisons l'hypothèse



**Figure. 4.20** – Évolution de la polarisation du courant tunnel et de la TMR en fonction du courant de polarisation  $I$ . Comme dans toutes les expériences sur les JTM, on peut observer une chute de la TMR et donc de la polarisation quand le courant de polarisation augmente.

que les électrodes de part et d'autre de la barrière tunnel sont symétriques, l'extrapolation de ces courbes pour une tension de polarisation nulle, donne une polarisation  $P$  au niveau de l'interface  $Co_{90}Fe_{10}/AlO_x$  d'environ 30 %, ce qui est inférieur à la moyenne des expériences réalisées sur ce type de système [34]. Ce résultat peut s'expliquer par l'existence de trous d'épingles dans la barrière, ou par la présence de redépôts métalliques sur les flans du pilier qui viendraient court-circuiter la jonction tunnel. De plus ces courbes présentent l'évolution classique de la TMR et de la polarisation en fonction du courant dans les JTM. Comme nous l'avons vu au chapitre 1, cette chute peut avoir plusieurs origines. Elle peut être due au fait que les électrons qui arrivent dans l'électrode réceptrice sont des électrons chauds qui peuvent renverser leur spin en se désexcitant par l'émission de magnons de surface, ce qui diminue la polarisation du courant incident [17]. Il est intéressant de noter que les courbes de TMR et de polarisation ne sont pas exactement symétriques par rapport au signe du courant. Cette dissymétrie est due au fait que les électrodes ne sont pas parfaitement identiques, et donc que  $P_{ref}$  et  $P_{libre}$  peuvent

différer. Comme seule la polarisation de l'électrode réceptrice diminue [28], il apparaît de fait une dissymétrie de la chute de polarisation en fonction du sens du courant. Toutefois il peut y avoir simultanément d'autres phénomènes qui contribuent à la baisse de la TMR comme nous l'avons montré à la section 1.1.5. Mais il sont à priori indépendant du sens du courant. En revanche il faut noter que tous les modèles présentés à la section 1.1.5 sont des modèles à 0 K. Il est difficile de tenir compte des effets de la température sur la polarisation du courant. Or les effets thermoélectriques dépendent au premier ordre linéairement du courant. Ils peuvent donc contribuer indirectement à la dissymétrie observé sur les courbes 4.20.

Pour essayer d'expliquer le comportement électrique de nos échantillons, nous avons fait le choix arbitraire d'utiliser le modèle développé par Slonczewski. Notre choix s'est porté sur ce dernier parce qu'il s'agit d'un modèle analytique simple. Mais il ne permet pas d'expliquer, autrement que de manière phénoménologique les résultats précédents. En conclusion, il est difficile de faire une description simple du transport tunnel dans les JTM. L'étude précédente ne doit donc être considérée que comme une description qualitative du comportement électrique de nos échantillons, mais il en ressort trois résultats importants :

- Une partie du courant semble traverser la jonction par l'intermédiaire de trous d'épingles à travers la barrière ou de redépôts métalliques sur les flancs du pilier.
- Les polarisations des électrodes de la couche libre et de la couche de référence semblent être différentes.
- Les échantillons présentent des effets thermoélectriques non négligeables.

Maintenant que nous avons étudié le comportement statique de nos échantillons, nous allons nous intéresser aux résultats dynamiques. Dans un premier temps nous ferons une description d'un spectre afin de voir ce que représente une mesure et comment nous pouvons appliquer les résultats du modèle développé au chapitre 3. Ensuite nous vérifierons que notre modèle peut décrire les mesures en fonction du champ. Finalement nous montrerons comment le transfert de spin permet d'expliquer l'évolution des fluctuations magnétiques en fonction du courant.

### **4.3 Présentation d'un spectre expérimental**

Nous allons voir dans cette partie comment relier la mesure d'un spectre en tension à la densité spectrale des fluctuations de l'aimantation. Pour ce faire il est nécessaire de retravailler la relation 4.4 présentée à la partie précédente.



### 4.3.1 Expression du spectre de magnétorésistance

La relation 4.4 donne l'expression de la résistance en fonction de l'angle entre l'aimantation de la couche libre  $\vec{M}$  et la direction de l'aimantation de la couche de référence  $\vec{p}$ . Quand l'aimantation fluctue autour de sa position d'équilibre  $\vec{M}_{eq}$ , il vient :

$$\vec{M} = \vec{M}_{eq} + \delta\vec{M} \quad \text{avec} \quad |\delta\vec{M}| \ll M_s \quad (4.5)$$

Ce qui permet de développer l'équation 4.4 de la manière suivante :

$$R = \frac{2R_{min}R_{max}}{R_{min} + R_{max}} \left[ 1 + \frac{\Delta R}{R_{min} + R_{max}} \frac{\vec{M}_{eq} \cdot \vec{p}}{M_s} + \frac{\Delta R}{R_{min} + R_{max}} \frac{\delta\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} \right]^{-1} \quad (4.6)$$

Soit :

$$R = \frac{2R_{min}R_{max}}{R_0(I)} \left[ 1 + \frac{\Delta R(I)}{R_0(I)} \frac{\delta\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} \right]^{-1} \quad (4.7)$$

Avec :  $R_0 = R_{min} + R_{max} + \Delta R \frac{\vec{M}_{eq} \cdot \vec{p}}{M_s}$ .

Or  $\frac{\Delta R(I)}{R_0(I)} \ll 1$  et  $\frac{\delta\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} \ll 1$ , ce qui permet de réaliser le développement limité au premier ordre :

$$R = \frac{2R_{min}R_{max}}{R_0(I)} \left[ 1 - \frac{\Delta R(I)}{R_0(I)} \frac{\delta\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} \right] \quad (4.8)$$

Ainsi les variations de résistance dépendent linéairement des fluctuations de l'aimantation  $\delta\vec{M}$  :

$$\delta R = \frac{2R_{min}R_{max}}{R_0^2(I)} \Delta R(I) \frac{\delta\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} \quad (4.9)$$

A partir des conventions de projection suivantes, l'axe  $\vec{z}$  correspond à la direction de l'aimantation à l'équilibre. Alors :

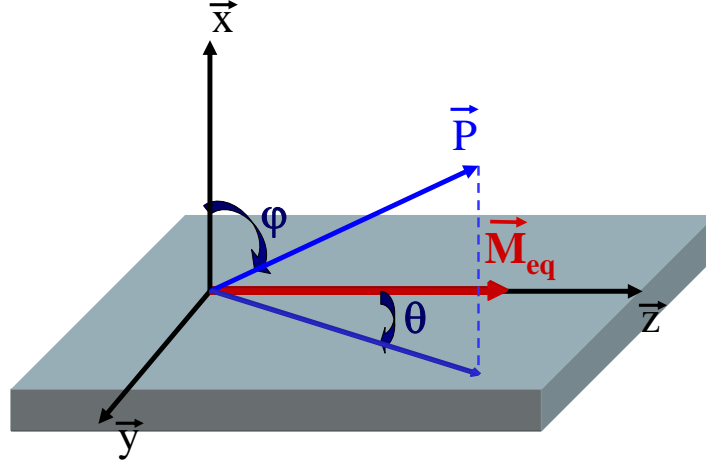
$$\delta\vec{M} \cdot \vec{p} = \cos(\varphi) \delta M_x + \sin(\varphi) \sin(\theta) \delta M_y + \sin(\varphi) \cos(\theta) \delta M_z \quad (4.10)$$

Soit :

$$\delta R = \frac{2R_{min}R_{max}}{R_0^2(I)} \frac{\Delta R(I)}{M_s} [\cos(\varphi) \delta M_x + \sin(\varphi) \sin(\theta) \delta M_y + \sin(\varphi) \cos(\theta) \delta M_z] \quad (4.11)$$

Le spectre des fluctuations de résistance a alors pour expression :

$$\begin{aligned} S_R = & \left( \frac{2R_{min}R_{max}}{R_0^2(I)} \frac{\Delta R(I)}{M_s} \right)^2 \left[ \cos^2(\varphi) S_{M_x M_x} + \sin^2(\varphi) \sin^2(\theta) S_{M_y M_y} + \sin^2(\varphi) \cos^2(\theta) S_{M_z M_z} \right. \\ & + \cos(\varphi) \sin(\varphi) \sin(\theta) (S_{M_x M_y} + S_{M_y M_x}) \\ & \left. + \sin(\varphi) \cos(\varphi) \cos(\theta) (S_{M_x M_z} + S_{M_z M_x}) + \sin^2(\varphi) \sin(\theta) \cos(\theta) (S_{M_y M_z} + S_{M_z M_y}) \right] \end{aligned}$$



**Figure. 4.21** – Description du repère utilisé. L'axe  $z$  est pris selon la direction de la position d'équilibre de l'aimantation. Le vecteur  $p$  représente la direction de polarisation du courant.

Nous avons vu au chapitre 3 partie 3.2.3.1 que  $S_{M_x M_y} = -S_{M_y M_x}$ . De plus, les propriétés des densités spectrales imposent :  $S_{M_x M_z} = S_{M_z M_x}^*$  et  $S_{M_y M_z} = S_{M_z M_y}^*$ . Notre mesure n'est donc sensible qu'aux parties réelles de ces termes. La relation précédente se simplifie donc :

$$S_R = \left( \frac{2R_{min}R_{max}}{R_0^2(I)} \frac{\Delta R(I)}{M_s} \right)^2 \left[ \cos^2(\varphi) S_{M_x M_x} + \sin^2(\varphi) \sin^2(\theta) S_{M_y M_y} + \sin^2(\varphi) \cos^2(\theta) S_{M_z M_z} \right. \\ \left. \sin(\varphi) \cos(\theta) \left( 2 \cos(\varphi) \text{Re}(S_{M_x M_z}) + 2 \sin(\varphi) \sin(\theta) \text{Re}(S_{M_y M_z}) \right) \right]$$

Dans nos échantillons, l'aimantation de la couche de référence est dans le plan :  $\theta = \pi/2$ . Lorsque la polarisation est presque colinéaire à l'aimantation  $\theta \approx 0$ , l'équation précédente se réécrit :

$$S_R = \left( \frac{2R_{min}R_{max}}{R_0^2(I)} \frac{\Delta R(I)}{M_s} \right)^2 \left[ \theta^2 S_{M_y M_y} + S_{M_z M_z} + \theta (S_{M_y M_z} + S_{M_z M_y}) \right]$$

Nous avons montré à la section 3.2.3.2 que  $S_{M_z M_z} \ll S_{M_y M_y}$  et  $|S_{M_z M_y}| \ll S_{M_y M_y}$ . Si  $\theta$  est de l'ordre de quelques degrés (nous verrons que dans l'état parallèle  $\theta \approx 1,5^\circ$ ),  $\theta S_{M_y M_y}$  représente 2 % de  $S_{M_y M_y}$ . D'après les résultats des calculs numériques de  $S_{M_z M_z}$  et du fait que  $|\chi_{xy}| \ll |\chi_{yy}|$ ,  $\theta S_{M_y M_y}$  doit encore rester plus grand que les deux autres termes du membre de droite de l'équation précédente. Ce résultat est confirmé par le fait que nous n'avons pas mesuré de pic de résonance à  $2\omega_r$  alors que  $S_{M_z M_z}$  et  $|S_{M_z M_y}|$  sont susceptibles d'en présenter une. Notre expérience est donc a priori principalement sensible au terme  $S_{M_y M_y}$ , c'est-à-dire :

$$S_R \approx \left( \frac{2R_{min}R_{max}}{R_0^2(I)} \frac{\Delta R(I)}{M_s} \right)^2 \theta^2 S_{M_y M_y}$$

A partir de maintenant, comme il ne peut plus y avoir d'ambiguïté, nous remplacerons la notation  $S_{M_y M_y}$  par la notation condensée  $S_{M_y}$  ou  $S_y$ .

### 4.3.2 Relation entre la mesure et le spectre des fluctuations de l'aimantation

La tension aux bornes du pilier ne contient pas seulement le bruit des fluctuations de résistance dû aux fluctuations de l'aimantation, il contient aussi deux autres termes : le bruit Johnson du pilier et le bruit de grenaille généré au niveau de la jonction tunnel. Le second effet provient du passage de charges discrètes à travers la barrière. Sa densité spectrale de puissance s'écrit  $S_I = 2eI$ , elle est constante en fonction de la fréquence. Si on la convertit en tension et que l'on considère que la majorité de la résistance est portée par la jonction tunnel, il vient  $S_V = 2eIR_t^2$ , où  $R_t$  représente la résistance au niveau de la barrière tunnel. Le bruit Johnson, le bruit de grenaille et le bruit magnétique ayant des origines physiques différentes, ils sont décorrélés. Ainsi la densité spectrale de tension a pour expression :

$$S_v = 4k_BTR + 2eIR^2 + \left( \frac{2R_{min}R_{max}}{R_0^2(I)} \frac{\Delta R(I)}{M_s} \right)^2 I^2 S_{\vec{M}}.$$

Pour enlever le bruit de la chaîne de mesure nous utilisons le fait qu'il est possible de soustraire la ligne de base obtenue sans courant. Après cette correction, la densité spectrale de tension correspond seulement à :

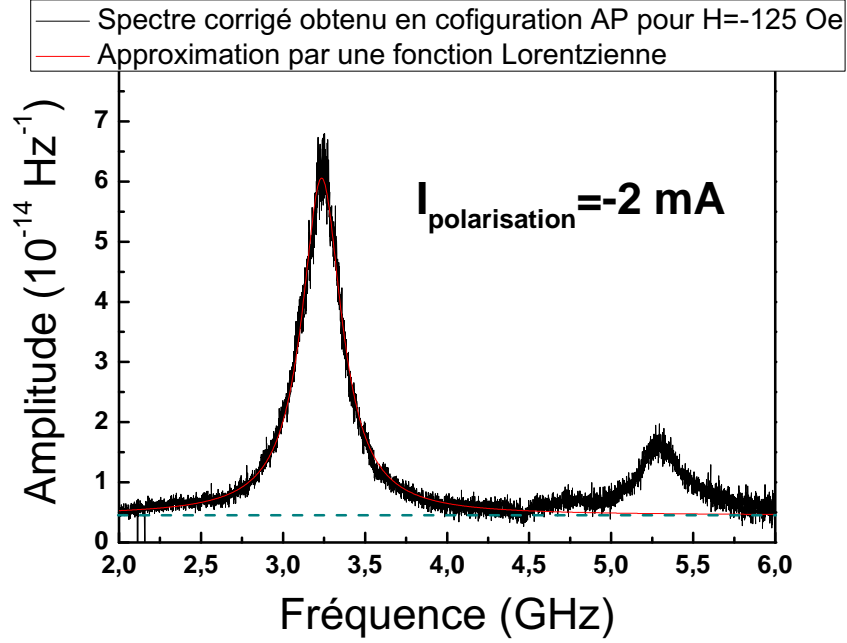
$$S_v = 2eIR^2 + \left( \frac{2R_{min}R_{max}}{R_0^2(I)} \Delta R(I)I \right)^2 \frac{S_{\vec{M}}}{M_s^2}. \quad (4.12)$$

Les spectres qui seront présentés contiennent donc le bruit de grenaille, qui peut modifier la forme du spectre et qui dépend du courant.

### 4.3.3 Description d'un spectre

Le graphique 4.22 présente un spectre obtenu pour un champ appliqué dans la configuration antiparallèle à  $-125$  Oe et pour un courant de polarisation constant de  $-2$  mA. Le spectre de tension mesuré a été corrigé suivant la procédure définie au chapitre 2. Les mesures ont en plus été divisées par le facteur  $\left( \frac{2R_{min}(I)R_{max}(I)}{R_0^2(I)} \Delta R(I)I \right)^2$ . Ainsi les spectres qui seront présentés dans ce manuscrit seront donnés en  $1/Hz$ . L'intérêt de cette normalisation est d'extraire le spectre des fluctuations d'aimantation et de permettre de la comparaison entre des spectres mesurés à différents courants et dans différentes configurations.

Le spectre de la figure 4.22 présente deux pics très prononcés. La fréquence du premier pic est de  $3,25$  GHz. Il a l'allure caractéristique d'un pic de résonance comme ceux obtenus par la mesure de RFM pour la partie en quadrature de phase de la susceptibilité. De plus la fréquence de ce pic est très proches de la fréquence de résonance du mode



**Figure. 4.22** — Spectre des fluctuations de tension aux bornes de la jonction tunnel pour un courant de polarisation de  $-2\text{ mA}$ . Le spectre a été normalisé par le facteur  $(2R_{\min}(I)R_{\max}(I\Delta R(I)I/R_0^2(I)))^2$ . La ligne brisée en cyan représente la ligne de base du spectre, qui contient en particulier le bruit de grenaille généré par le passage discret des électrons à travers la barrière, c'est à dire  $2eIR_t^2$  divisé par le facteur de normalisation.

uniforme des oscillations transverses dans le plan (selon l'axe  $y$ ) obtenue pour la même valeur de champ avec les mesures de RFM (cf section 4.1.3.2). D'après le résultat de la section 4.3.1, ce pic correspond donc à  $S_{M_y}$ . Nous avons vérifié qu'il n'y a pas de pic à la fréquence double du premier ; en effet le second pic qui apparaît n'est pas à deux fois la fréquence du premier. Nous ne mesurons donc pas de contributions de  $S_{M_zM_z}$ , ni de  $ReS_{M_yM_z}$  à  $2 * \omega_r$  (cf section 3.2.3.2). Nous pouvons donc conclure, comme nous l'avons fait précédemment, que notre mesure n'est pas sensible à ces deux termes. Le fait que nous puissions mesurer  $S_{M_yM_y}$  et non  $S_{M_zM_z}$  signifie que nous ne sommes pas exactement dans la configuration parallèle ou antiparallèle. Ce résultat est en accord avec les mesures statiques de  $R(H)$  qui, comme nous l'avons remarqué, ne montrent pas de plateaux stables à saturation.

Nous verrons à la partie suivante que le deuxième pic suit la même évolution fréquentielle que le premier (cf figure 4.23), ce qui est caractéristique des ondes de spin stationnaires. Dans ce cas le premier pic correspond a priori au mode fondamental, car nous n'avons observé de pic de résonance à plus basse fréquence. En fonction des conditions de piégeage de l'aimantation sur les bords du pilier, le mode fondamental peut correspondre au mode uniforme (cas où l'aimantation est libre sur les bords) ou s'en éloigner. Dans le cas de nos mesures, étant donné que la fréquence du mode fondamental est très proche

de celle du mode uniforme (3 GHz) mesuré par RFM, nous pouvons considérer que ce dernier est une bonne approximation pour décrire les propriétés du mode fondamental. Dans ce cas les résultats du modèle développé au chapitre précédent devraient pouvoir s'appliquer sans modifications pour décrire l'évolution du premier pic de résonance.

Finalement à partir du spectre de la figure 4.22, il est possible de déduire approximativement la valeur de l'angle entre la couche de référence et la couche libre :  $\theta \approx 3^\circ$ . Si l'on compare avec un spectre obtenu dans la configuration parallèle, on peut remarquer un facteur 3 entre les amplitudes pour une même valeur absolue du champ appliqué. Cela s'explique par le résultat présenté à la partie 4.2.2 qui montre que s'il y a un angle entre la direction d'application du champ et la direction de l'aimantation de la couche de référence, cet angle aura tendance à se refermer du fait de la rotation de celle-ci. Dans ce cas on se rapproche de l'état parallèle et on s'éloigne de l'état antiparallèle. Ainsi pour la configuration antiparallèle,  $\theta_{AP} \approx 3^\circ$  et pour la configuration parallèle  $\theta_P \approx \frac{3}{\sqrt{3}} = 1,7^\circ$ .

De plus, la valeur du coefficient  $\left( \frac{2R_{min}(I)R_{max}(I)}{R_0^2(I)} \Delta R(I)I \right)^2$  dépend de la configuration de mesure. Il est minimum pour la configuration parallèle et maximum pour la configuration antiparallèle. Ces deux effets cumulés ont pour conséquence que le signal mesuré est environ 10 fois plus faible pour la configuration parallèle que pour la configuration antiparallèle pour une même valeur du courant de polarisation. Les résultats sur l'amplitude des spectres obtenus dans la configuration parallèle sont donc plus sensibles aux erreurs induites par le traitement de la mesure.

Avant de présenter les études en fonction du champ appliqué et du courant de polarisation, nous allons brièvement présenter les méthodes d'extraction des caractéristiques du pic de résonance associé au mode fondamental.

#### 4.3.4 Analyse des spectres

Comme nous l'avons remarqué à la section 4.3.2, le spectre mesuré contient aussi le signal issu du bruit de grenaille. Or d'après le modèle présenté au chapitre précédent,  $S_{M_y}$  doit tendre asymptotiquement vers 0 à haute fréquence. Nous avons donc pris le parti de choisir comme référence pour déterminer l'amplitude et la largeur à mi-hauteur, la ligne de base formée par le spectre. Cette ligne de base est représentée en cyan foncé sur la figure 4.22. La partie du spectre inférieure à cette ligne de base doit donc représenter la contribution du bruit de grenaille à la mesure. Cette ligne de base dépend donc du courant. Elle peut aussi dépendre du champ par l'intermédiaire de  $\theta$ . C'est pourquoi nous ajustons la ligne de base pour chaque spectre. Les résultats sont très sensibles à cette procédure, ce qui peut engendrer une erreur difficilement quantifiable sur la mesure. De plus le bruit de grenaille peut, à ces fréquences, ne plus être véritablement blanc. La ligne

de base devrait donc aussi dépendre de la fréquence. Mais ne pouvons pas tenir compte de cet effet. Finalement pour extraire les données telles que la fréquence et l'amplitude à la résonance et la largeur à mi-hauteur, nous avons utilisé deux méthodes différentes. La première méthode consiste à extraire ces paramètres directement à partir des spectres après soustraction de la ligne de base que nous avons placée nous même. La deuxième méthode consiste à réaliser un ajustement des spectres par une fonction lorentzienne plus une constante :

$$S(\omega) = S_0 + A \frac{\Delta}{(\omega - \omega_r)^2 + \Delta^2} \quad (4.13)$$

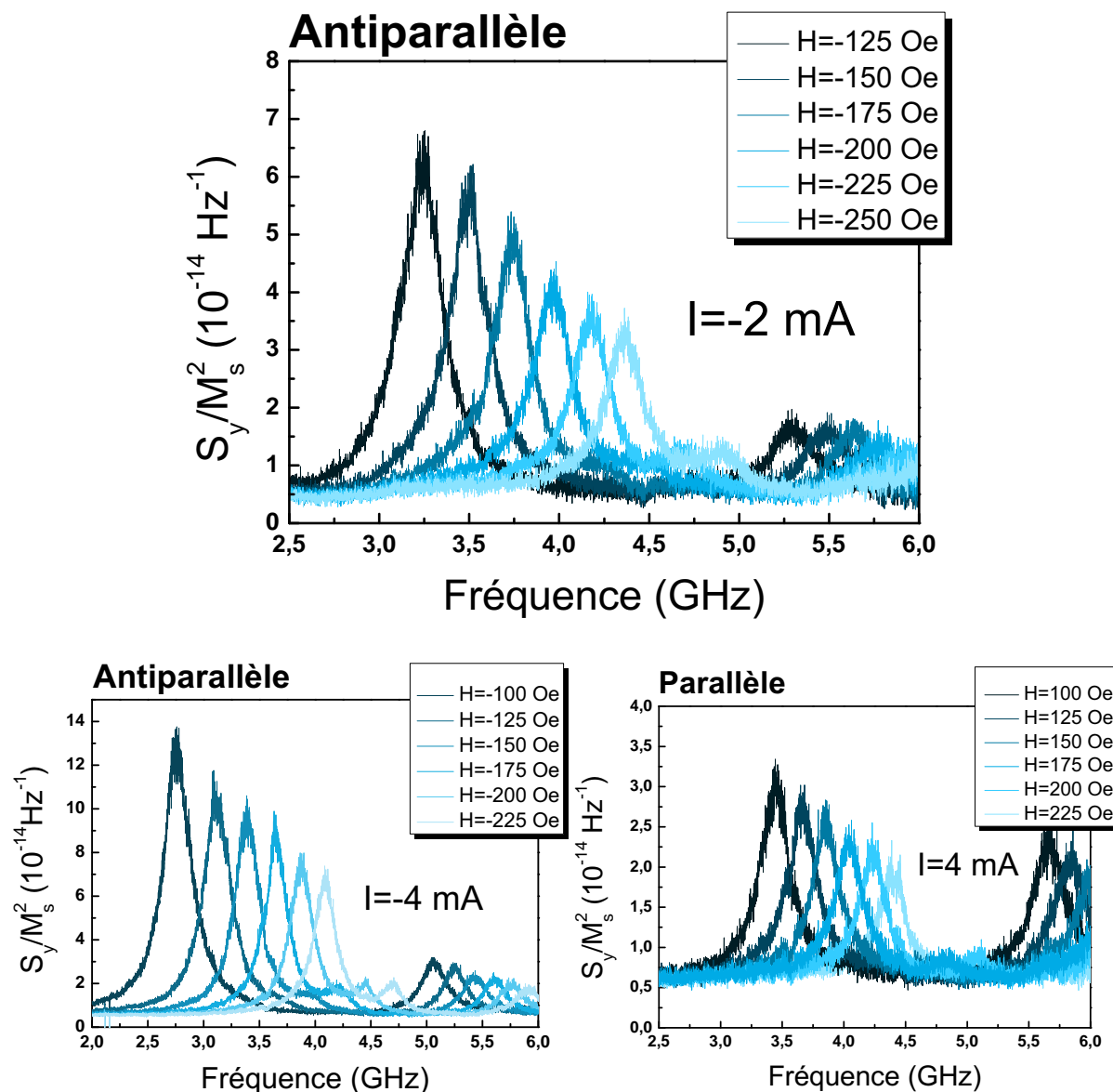
Avec  $\omega_r$  la fréquence de résonance et  $\Delta$  la largeur à mi-hauteur. Nous avons vérifié sur les spectres théoriques calculés à partir de l'expression de la susceptibilité donnée au chapitre précédent que l'ajustement par une fonction lorentzienne donnait dans une très bonne approximation les valeurs théoriques lorsque le coefficient d'amortissement  $\alpha$  est suffisamment faible et le champ appliqué suffisamment grand. Ainsi pour  $\alpha = 0,01$  l'ajustement donne de très bonnes valeurs à partir de  $H = 50$  Oe et pour  $\alpha = 0,03$  l'ajustement donne de très bonnes valeurs à partir de  $H = 150$  Oe.

Pour conclure cette section avant de présenter les résultats expérimentaux concernant la dynamique de l'aimantation, nous avons remarqué que l'amplitude du bruit de grenaille obtenue à partir de ces spectres était plus faible d'un facteur 5 par rapport à sa valeur théorique :  $2eIR_t^2$ , si l'on considère que la majeure partie de la résistance du pilier est due à la jonction tunnel. Bien que cette formule surestime l'amplitude du bruit de grenaille aux fréquences de travail utilisées, elle donne encore normalement un bon ordre de grandeur [45]. Ce résultat signifie qu'une partie du courant ne circule pas par effet tunnel à travers la barrière. Il est donc probable que la barrière présente des trous dans lesquels une partie du courant circule, comme nous l'avons déjà mentionné à la section 4.2.3.2, ce qui est souvent le cas pour des barrières présentant un produit résistance surface aussi bas ( $3 \Omega \cdot \mu m^2$ ). Une partie du courant peut aussi circuler sur les flancs du pilier s'il y a un redépôt métallique qui s'est formé lors de la gravure. Toutefois, à la partie précédente, nous avons vu que les courbes  $R(I)$  étaient caractéristique de l'effet tunnel dans une JTM, ce qui veut dire que le transport tunnel est encore prépondérant dans nos échantillons.

## 4.4 Évolution du spectre des fluctuations d'aimantation en fonction du champ

Trois séries de spectres en fonction du champ ont été réalisées : deux dans la configuration antiparallèle pour deux valeurs différentes du courant de polarisation,  $-2$  mA et  $-4$  mA, la troisième mesure a été réalisée en configuration parallèle pour un courant de

polarisation de 4 mA. Les trois séries de mesures sont regroupées dans la figure 4.23.



**Figure. 4.23** — Spectres mesurés pour différentes valeurs du champ appliqué. La figure supérieure correspond à une mesure réalisée dans la configuration antiparallèle pour un courant de polarisation de  $-2 \text{ mA}$ . La figure en bas à gauche correspond aussi à une mesure dans la configuration antiparallèle mais pour un courant de polarisation de  $-4 \text{ mA}$ . La figure en bas à droite représente une série de mesures réalisées dans la configuration parallèle pour un courant de polarisation de  $4 \text{ mA}$ .

D'après le modèle présenté au chapitre précédent et comme nous venons de le rappeler, trois critères permettent de définir un pic de résonance : la fréquence de résonance, l'amplitude à la résonance et la largeur à mi-hauteur. Ces paramètres dépendent avant tout du champ appliqué, et du courant s'il y a un effet du transfert de spin, comme nous l'avons prévu. Pour vérifier si notre modèle permet de décrire les spectres expérimentaux,

nous allons étudier préalablement la dépendance de ces trois paramètres en fonction du champ appliqué, et confronter ces résultats à ceux obtenus par RFM sur les couches continues.

Dans un premier temps, nous nous concentrerons sur l'évolution de la fréquence de résonance en fonction du champ appliqué.

#### 4.4.1 Dépendance de la fréquence de résonance en fonction du champ appliqué

D'après le modèle du chapitre 3, le carré de la fréquence doit augmenter linéairement avec le module du champ suivant une loi de Kittel :

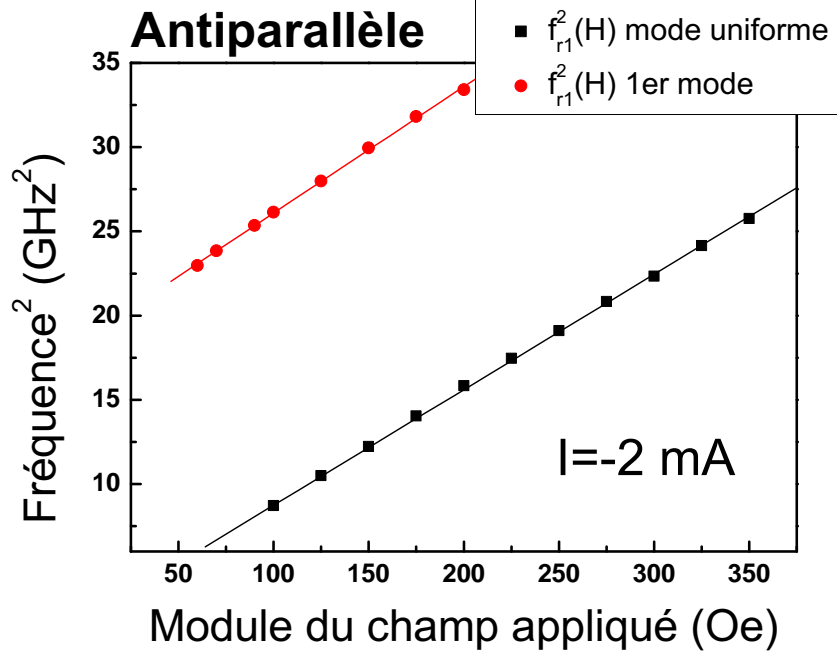
$$f_r^2(\omega) \approx \gamma_0^2 M_s H + \gamma_0^2 M_s (H_{\text{anisotropie}} \pm H_{\text{couplage}}) \quad (4.14)$$

Ainsi cette mesure doit permettre de déterminer la valeur de l'aimantation à saturation connaissant le facteur gyromagnétique  $\gamma_0$ . Or nous avons vérifié à la section 4.1.3.2 que  $\gamma_0 = 2,8 \text{ MHz/Oe}$  et nous avons expliqué que le fait de diminuer les dimensions latérales ne devrait pas changer la valeur de ce coefficient tant que celles-ci restent grandes devant la longueur de l'échange.

La figure 4.24 montre l'évolution de la fréquence de résonance du premier et du second pic en fonction du module du champ appliqué dans la configuration antiparallèle et pour un courant de polarisation de  $-2 \text{ mA}$ . Le carré de la fréquence dépend linéairement du champ appliqué ce qui est en accord avec la formule de Kittel (4.14) précédente. La pente de la régression linéaire correspond à une aimantation à saturation  $4\pi M_s = 8800 \text{ Oe}$  pour le premier pic, que nous attribuons au mode fondamental. Cette valeur est de 15 % inférieure à celle de l'aimantation de la couche continue. Des expériences de précession entretenue faites sur des GMR ont déjà montré ce comportement [42]. Dans notre cas, nous avons vu qu'il n'y a pas de couche morte au niveau des interfaces dans le plan du pilier. Ce phénomène peut alors s'expliquer par le fait que l'aimantation peut être piégée sur les bords du pilier. Dans ce cas le profil d'aimantation peut ne pas être uniforme, la mesure précédente représente alors une aimantation à saturation effective. Pour vérifier cette hypothèse, il faudrait pouvoir réaliser la même mesure sur des échantillons de tailles différentes, et surtout plus petits, l'effet des bords devenant prépondérant quand le diamètre diminue. Malheureusement nous n'avons pas d'échantillons de forme identique qui soient plus petits.

Dans le cas du mode uniforme, l'ordonnée à l'origine est directement reliée au champ d'anisotropie auquel il faut soustraire le champ de couplage l'AFS. En effet, le couplage





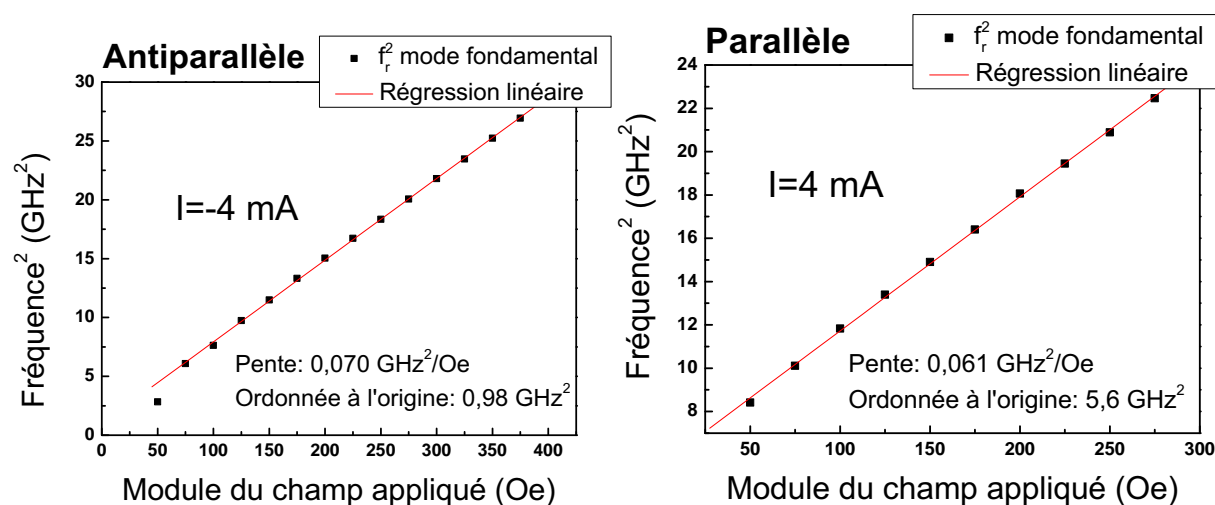
**Figure. 4.24** — Les fréquences de résonance du premier et du deuxième pic suivent toutes les deux une loi de Kittel. La régression linéaire correspondant à l'évolution du premier pic donne  $\gamma_0^2 4\pi M_s = 0,069 \text{ GHz/Oe}$  soit  $4\pi M_s = 8800 \text{ Oe}$ , et celle du deuxième pic donne  $4\pi M_s = 9500 \text{ Oe}$ . Le deuxième pic n'est donc pas à  $2\omega_r$ , sinon la pente de la régression linéaire devrait être le double de celle du premier pic. Il ne peut pas correspondre à  $S_{M_z}$ . L'ordonnée à l'origine de la régression linéaire pour le premier pic vaut  $1,8 \text{ GHz}^2$ , ce qui correspond à  $H_{\text{anisotropie}} - H_{\text{couplage}} = 25 \text{ Oe}$  pour  $4\pi M_s = 8800 \text{ Oe}$  (le champ de couplage s'oppose à l'état antiparallèle d'où le signe  $-$ ).

favorise l'état parallèle. Comme la mesure est réalisée dans la configuration antiparallèle il faut donc soustraire sa contribution. Ainsi on trouve  $H_{\text{anisotropie}} - H_{\text{couplage}} = 25 \text{ Oe}$  pour une valeur de l'aimantation à saturation (multipliée par  $4\pi$ ) de  $8800 \text{ Oe}$ . Si nous considérons que la valeur du champ de couplage ne varie pas beaucoup avec le courant, comme le suggèrent les mesures statiques, alors  $H_{\text{couplage}} = 27 \text{ Oe}$  et le champ d'anisotropie vaut environ  $50 \text{ Oe}$ . Cette valeur du champ d'anisotropie est supérieure à celle obtenue sur le film continu. Toutefois nous avons précisé que ce résultat correspondait au mode uniforme. Comme le mode fondamental mesuré n'est pas en réalité exactement le mode uniforme, il faut ajouter à la fréquence de ce dernier un terme proportionnel au vecteur d'onde décrivant l'onde de spin stationnaire. D'après la comparaison que l'on a faite avec les mesures de RFM, ce terme correspond à une fréquence qui reste faible par rapport à celle du mode uniforme. Mais elle peut être suffisante pour expliquer l'augmentation de l'ordonnée à l'origine de la régression linéaire que l'on a d'abord attribuée à  $H_{\text{anisotropie}}$ .

Regardons maintenant l'évolution du deuxième pic de résonance. Nous pouvons constater qu'elle est similaire à celle du premier, les pentes des régressions linéaires diffèrent seulement de 7 %. Il ne peut donc pas s'agir de la résonance des fluctuations longi-

tudinales qui devrait avoir une pente double de celle du mode fondamental. Le second pic doit alors correspondre à un autre mode d'onde de spin stationnaire. La distance de corrélation du champ fluctuant étant à priori beaucoup plus faible que le diamètre de l'échantillon, il ne doit pas y avoir de sélection des modes de faible indice. De même, la détection étant quadratique elle ne doit pas non plus entraîner de sélection. Dans ce cas, il doit correspondre au mode  $n = 2$ , le fondamental correspondant au mode  $n = 1$ . En revanche nous ne savons pas expliquer la différence (7 %) entre les évolutions de la fréquence de résonance en fonction du champ de ces deux modes.

Il est maintenant important de comparer ces résultats avec ceux obtenus pour d'autres valeurs du courant de polarisation et pour des configurations différentes. Les courbes représentées à la figure 4.25 montrent la dépendance de la fréquence de résonance du mode fondamental en fonction du champ pour un courant de polarisation de  $-4 \text{ mA}$  dans la configuration antiparallèle et pour un courant de polarisation de  $4 \text{ mA}$  dans la configuration parallèle. De ces résultats on obtient pour la mesure à  $-4 \text{ mA}$  réalisée dans l'état



**Figure. 4.25** — Graphique de gauche : évolution de la fréquence de résonance en fonction du champ dans la configuration antiparallèle pour un courant de polarisation de  $-4 \text{ mA}$ . Graphique de droite : évolution de la fréquence de résonance en fonction du champ dans la configuration parallèle pour un courant de polarisation de  $4 \text{ mA}$ . Dans les deux cas, la dépendance vis à vis du champ est linéaire, mais les pentes sont différentes d'une configuration à l'autre.

antiparallèle une valeur de  $M_s$  équivalente à celle de la mesure précédente. En revanche l'ordonnée à l'origine est inférieure à la valeur obtenue pour un courant de polarisation de  $-2 \text{ mA}$  d'un équivalent en champ de  $12 \text{ Oe}$ . Les mesures statiques (cf figure 4.16) ne montrent pas de variations aussi significatives du centre du cycle d'hystérésis en fonction du courant. Cette diminution ne peut donc ni être attribuée à une variation du champ de couplage, ni à une composante moyenne non nulle du champ d'Oersted. Mais si le champ d'Oersted fait que l'aimantation n'est pas complètement saturée selon la direction du

champ appliqué, la fréquence de résonance peut diminuer quand le courant augmente. De plus le fait de faire circuler plus de courant entraîne une augmentation de la température due à l'effet Joule, ce qui peut diminuer la valeur du champ d'anisotropie ou diminuer le piégeage de l'aimantation sur les bords du pilier. Finalement, la dernière possibilité peut provenir du deuxième terme du couple de transfert de spin qui correspond à un champ qui est dans la même direction que le champ appliqué (cf équation (3.82)), mais son effet est en principe très faible.

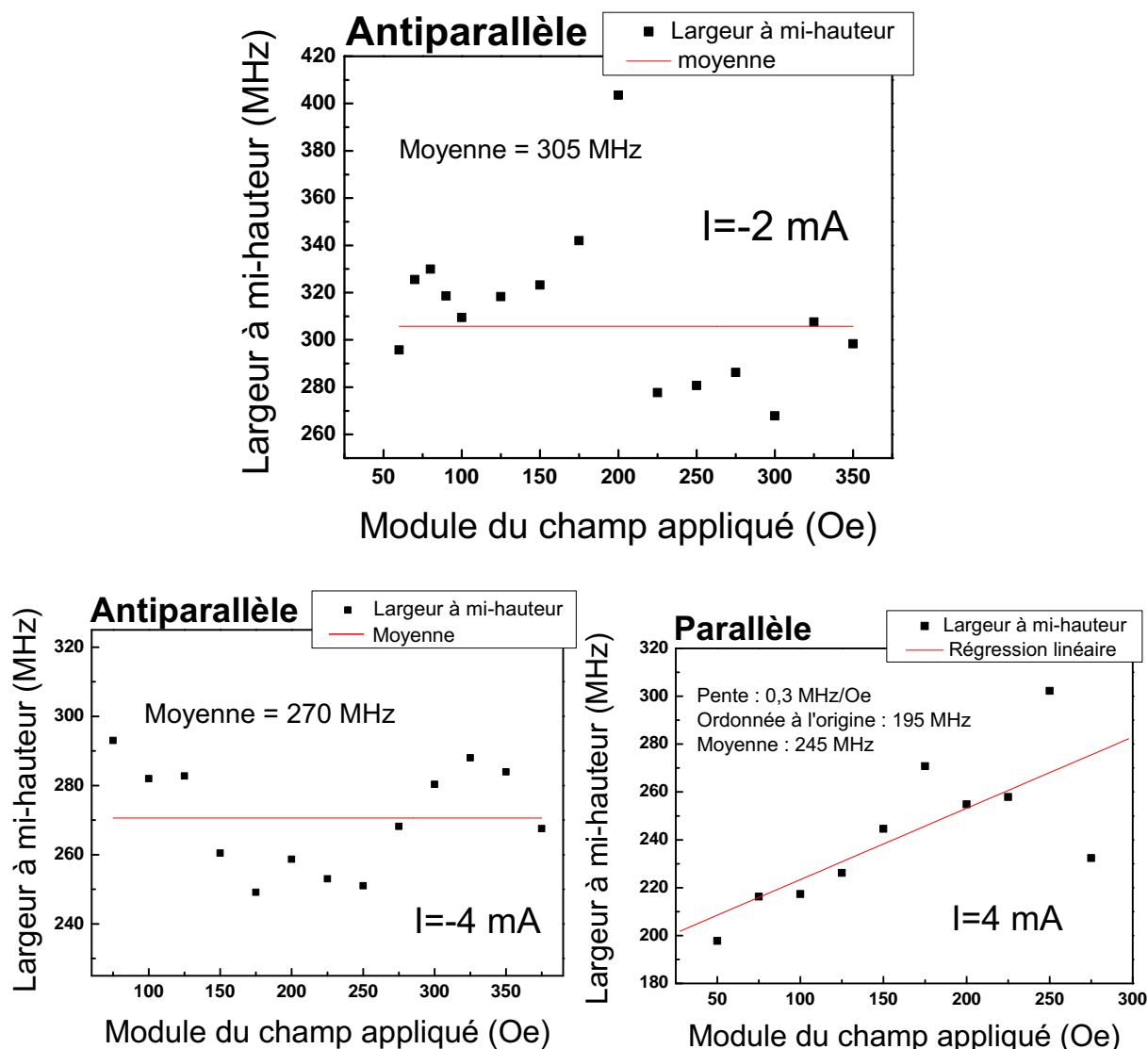
La mesure réalisée à  $+4\text{ mA}$  dans l'état parallèle donne une valeur de l'aimantation à saturation (multipliée par  $4\pi$ ) de  $7900\text{ Oe}$  qui est plus faible que celle obtenue dans le cas des mesure dans la configuration antiparallèle. Cette différence entre l'état parallèle et antiparallèle provient peut-être de la nature du piégeage de l'aimantation et de la direction qu'il lui impose sur les bords du pilier. Toutefois, le fait qu'il y ait ou non un piégeage de l'aimantation sur les bords ne reste qu'une supposition, et son influence en fonction de la configuration est encore plus discutable. Elle peut aussi provenir du fait que l'aimantation de la couche libre est couplée avec l'AFS, ce qui peut modifier sa dynamique. Mais pour l'instant, nous n'avons pas d'explication convainquante.

En conclusion, dans les trois cas que nous venons de présenter, la fréquence de résonance dépend linéairement du champ appliqué, comme notre modèle le prédit. Mais nous ne pouvons pas expliquer de manière sûre les différences observées avec les mesures de RFM ainsi que la dépendance de la pente de la régression linéaire avec la configuration.

#### **4.4.2 Dépendance de la largeur à mi-hauteur**

La largeur à mi-hauteur est une grandeur difficile à extraire à partir des spectres expérimentaux. En effet, l'erreur commise sur la détermination de l'amplitude à la résonance se répercute pour trouver la valeur de l'amplitude à mi-hauteur. De plus, pour certaines valeurs du champ, les pics peuvent présenter des épaulements qui peuvent la modifier. Nous avons pris le parti de ne représenter que les valeurs extraites de l'approximation par une fonction lorentzienne pour ne pas alourdir les graphiques qui vont être présentés. Mais les valeurs obtenues par une mesure directe donne le même type de résultat et les mêmes ordres de grandeur.

La largeur à mi-hauteur devrait augmenter linéairement avec le champ appliqué (cf section 3.3.3.1), permettant de déterminer le coefficient d'amortissement de Gilbert. Or, pour au moins deux des courbes concernées, nous pouvons observer un nuage de points où aucune tendance particulière ne ressort. De plus, si l'on regarde la seule courbe qui présente l'évolution attendue, la valeur trouvée pour le coefficient d'amortissement  $\alpha$  est



**Figure. 4.26** – Graphique supérieur : évolution de la largeur à mi-hauteur en fonction du champ dans la configuration antiparallèle pour un courant de  $-2$  mA. Nous constatons qu'il n'y a apparemment pas d'évolution linéaire. Graphique en bas à gauche : évolution de la largeur à mi-hauteur en fonction du champ dans la configuration antiparallèle pour un courant de  $-4$  mA. De la même manière il n'y a pas d'évolution linéaire. En revanche, nous pouvons remarquer que ces deux résultats expérimentaux présentent des oscillations de même période autour de la valeur moyenne en fonction du champ. Graphique en bas à droite : évolution de la largeur à mi-hauteur en fonction du champ dans la configuration parallèle pour un courant de  $4$  mA. A la différence des deux précédents graphiques la largeur à mi hauteur semble suivre une évolution linéaire tout en présentant les mêmes oscillations que dans les cas précédents.

0,05, ce qui est beaucoup trop grand pour une couche de CoFe/NiFe. Afin de mieux comprendre ces résultats, il suffit de regarder l'ordre de grandeur des différents termes qui apparaissent dans l'expression de la largeur à mi-hauteur :

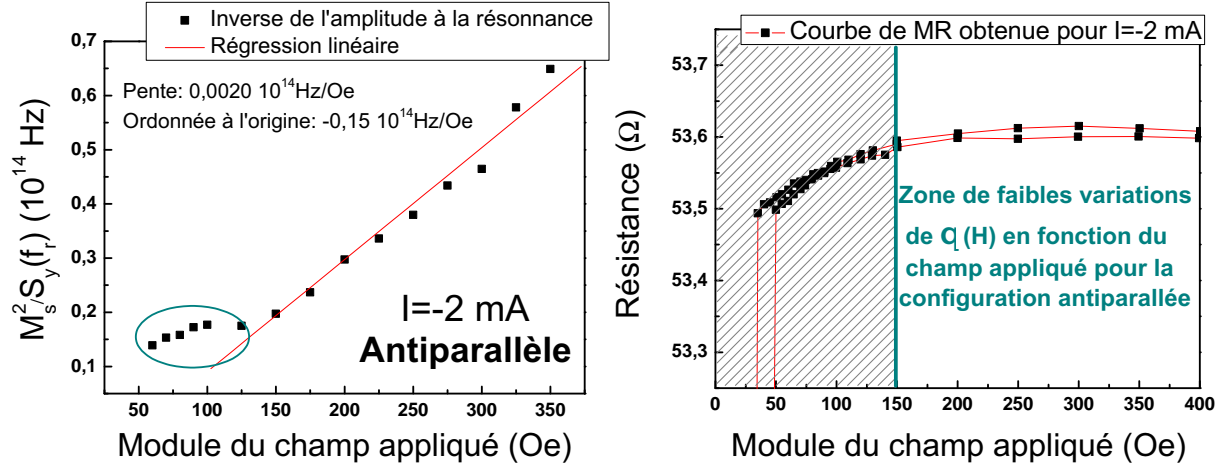
$$\Delta(H)/\gamma_0 = 2\alpha H + \alpha M_s - 2a_j \frac{\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} \quad (4.15)$$

Dans le cas des faibles valeurs de transfert de spin, c'est à dire pour des valeurs du courant de polarisation inférieures à celle du courant critique, il est possible de négliger dans un premier temps le terme proportionnel à  $a_j$ .  $H$  est environ deux ordres de grandeur inférieur à  $M_s$ . Donc quelle que soit la valeur du champ appliqué, le premier terme de droite de l'équation précédente est négligeable devant le second. Ainsi pour une faible erreur sur la mesure de la largeur à mi-hauteur, il devient presque impossible de retrouver le comportement linéaire attendu. De plus, lorsque le champ appliqué varie, le pic de résonance se déplace sur toute la gamme de fréquence mesurée. Or le traitement des spectres bruts ne permet de s'affranchir totalement des artéfacts de la mesure, comme le montre les oscillations de la largeur à mi-hauteur autour de la valeur moyenne en fonction du champ. Ainsi plus les points de mesure sont éloignés en fréquence plus il peut y avoir de variations entre eux. Pour déterminer le coefficient  $\alpha$ , la meilleure solution consiste donc à prendre la valeur moyenne des points expérimentaux. Cette valeur doit être peu différente de  $\gamma_0 \alpha M_s$ . On trouve alors pour les mesures réalisées dans la configuration antiparallèle ( $4\pi M_s = 8800 \text{ Oe}$ ) :  $\alpha = 0,012$  pour  $I = -2 \text{ mA}$  et  $\alpha = 0,011$  pour  $I = -4 \text{ mA}$ . La valeur de  $\alpha$  semble être inférieure pour la mesure effectuée à  $-4 \text{ mA}$  à celle réalisée à  $I = -2 \text{ mA}$ . Cela peut venir du fait que dans la configuration antiparallèle, lorsque le courant est négatif, le couple de transfert de spin s'oppose à l'amortissement, diminuant la contribution à la largeur à mi-hauteur du coefficient  $\alpha M_s$ . La mesure dans la configuration parallèle ( $4\pi M_s = 7900 \text{ Oe}$ ) donne pour  $I = +4 \text{ mA}$  une valeur du coefficient d'amortissement de Gilbert de 0,011, c'est à dire la même que celle obtenue dans la configuration antiparallèle pour la même valeur absolue de courant.

Ces mesures nous ont donc permis de déterminer l'ordre de grandeur du coefficient  $\alpha$  qui correspond à celui des mesures de RFM. Nous prendrons pour la suite  $\alpha \approx 0,01$ . D'après les prévisions faites au chapitre précédent, il devrait être possible de vérifier ce résultat à partir de la mesure de l'amplitude à la résonance.

#### 4.4.3 Évolution de l'amplitude en fonction du champ magnétique

L'évolution de l'amplitude du pic de résonance en fonction du champ est représentée sur le graphique 4.27 pour la configuration antiparallèle et un courant de polarisation de  $-2 \text{ mA}$ . Notre modèle prévoit que l'inverse de l'amplitude de  $S_{M_y}$  à la résonance est proportionnelle à la largeur à mi-hauteur multipliée par le champ appliqué. Or l'amplitude du pic dans les spectres mesurés n'est pas directement égale à  $S_{M_y}$  mais à  $\theta^2 S_{M_y}$ ,  $\theta$  représentant toujours l'angle dans le plan entre les aimantations de la couche libre et de la couche de référence. Donc l'inverse de l'amplitude à la résonance est proportionnelle



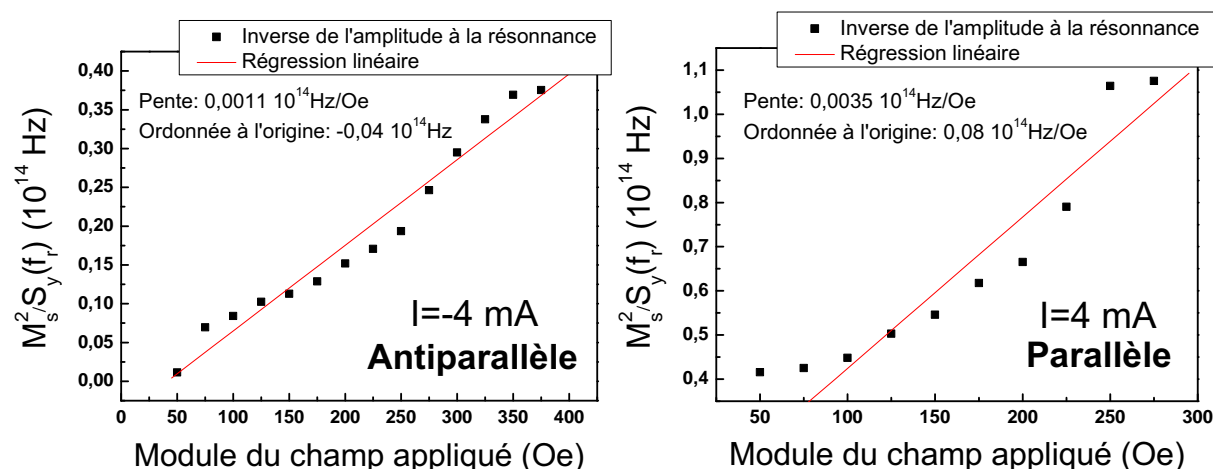
**Figure. 4.27** — Graphique de gauche : inverse de l’amplitude du mode fondamental en fonction du champ. Cette mesure correspond à une configuration antiparallèle et à un courant de polarisation de  $-2 \text{ mA}$ . Graphique de droite : évolution de la résistance dans la zone de champ correspondant aux spectres dont sont extraites les mesures présentées sur le graphique de gauche. Cette mesure reflète l’évolution de l’angle entre les aimantations de la couche libre et de la couche de référence.

à :

$$\frac{1}{\theta^2} H \Delta = \frac{\gamma_0}{\theta^2} \left( 2\alpha H^2 + (\alpha M_s - 2a_j \frac{\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s}) H \right) \quad (4.16)$$

Aux valeurs de champ pour lesquelles l’étude est réalisée, le terme proportionnel à  $H^2$  est négligeable, donc l’inverse de l’amplitude à la résonance doit suivre une loi linéaire avec le champ appliqué. On peut remarquer que c’est le cas à partir de  $-150 \text{ Oe}$ . Si l’on compare avec la mesure de  $R(H)$  pour le même courant, on peut voir que  $\theta$  varie pour des champs inférieurs à  $-150 \text{ Oe}$ , puis est assez stable entre  $-150 \text{ Oe}$  et  $-400 \text{ Oe}$  et varie de nouveau pour des champs supérieurs en valeur absolue. La zone de champ où  $\theta$  varie peu correspond à la zone où l’évolution de  $1/(\theta^2 S_{M_y}(\omega_r))$  est linéaire.

Nous pouvons vérifier ce résultat sur les mesures réalisées dans la configuration antiparallèle pour  $I = -4 \text{ mA}$  et dans la configuration parallèle pour  $I = 4 \text{ mA}$  (cf figure 4.28). La mesure de l’inverse de l’amplitude à mi-hauteur réalisée dans la configuration antiparallèle avec un courant de polarisation de  $-4 \text{ mA}$  suit relativement bien une loi linéaire mais avec des oscillations autour de la droite de régression. La mesure réalisée dans la configuration parallèle semble présenter le même début d’oscillation autour de la droite de régression. Il faut noter que la ligne de base des spectres présente des oscillations. Comme la fréquence du pic de résonance suit une loi de Kittel, quand le champ augmente le pic se décale dans le spectre, ce qui peut donner lieu à des oscillations du maximum en fonction du champ appliqué. Ces oscillations proviennent des corrections de la ligne de mesure qui ne sont pas parfaites, car nous avons remarqué que leur fré-



**Figure. 4.28** – Inverse de l'amplitude du pic fondamental en fonction du champ appliquée. La figure de gauche correspond à une mesure réalisée dans la configuration antiparallèle pour un courant de polarisation de  $-4 \text{ mA}$ . La figure de droite correspond à une mesure réalisée dans la configuration parallèle pour un courant de polarisation de  $4 \text{ mA}$ . Nous pouvons constater sur ces deux graphiques les mêmes oscillations en fonction du champs que pour la mesure de la largeur à mi-hauteur.

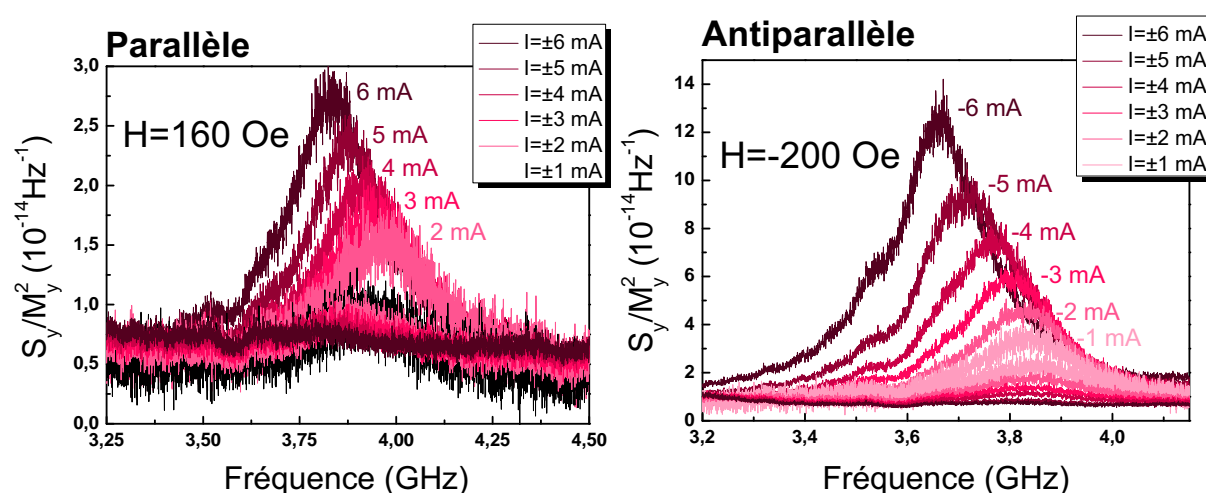
quence correspondait à la longueur de la sonde plus celle du T de polarisation utilisés. Comme nous l'avons précédemment mentionné, ces oscillations apparaissent aussi avec la même période dans le cas des mesures de la largeur à mi-hauteur. Toutefois, nous pouvons conclure que l'évolution de l'amplitude est en bon accord avec les prévisions du modèle, même si nous ne pouvons pas en extraire d'informations quantitatives à cause de sa dépendance vis à vis de l'angle  $\theta$  que nous ne connaissons pas expérimentalement. D'ailleurs nous ne connaissons pas plus son évolution en fonction du champ. Nous verrons à la partie suivante que  $\theta$  dépend aussi du courant.

En conclusion, nous venons de montrer dans cette partie que le modèle développé au chapitre 3 permet de décrire l'évolution des spectres en fonction du champ appliqué. Bien que ce modèle ne puisse pas expliquer tous les résultats précédents, il permet de rendre compte au moins semi-quantitativement de la plus part. Ainsi nous avons pu déterminer l'aimantation à saturation effective en fonction de la configuration et le coefficient d'amortissement. Nous avons aussi relevé certains écarts aux résultats attendus, comme la légère variation de la largeur moyenne à mi-hauteur en fonction de l'amplitude du courant, pouvait être expliquée par l'effet de transfert de spin. Nous allons donc, dans la partie suivante, étudier directement l'influence du courant sur les spectres et vérifier si notre modèle permet de décrire ces résultats.

## 4.5 Évolution du spectre des fluctuations d'aimantation en fonction du courant de polarisation

Pour l'instant nous n'avons pas encore de preuve directe que l'effet de transfert de spin et plus précisément que le terme introduit par Slonczewski a un effet sur les fluctuations de l'aimantation. Pour répondre à cette question, nous avons réalisé des mesures à champ fixe dans les configurations parallèle et antiparallèle pour différentes valeurs du courant de polarisation. Ces mesures réalisées pour un champ de  $+160\text{ Oe}$  (configuration P) et pour un champ de  $-200\text{ Oe}$  (configuration AP) sont représentées sur la figure 4.29. Nous avons choisi des champs décalés de  $40\text{ Oersted}$  (2 fois  $20\text{ Oe}$ ) pour compenser le décalage du cycle d'aimantation dû au champ de couplage. Ainsi les fréquences de résonance sont suffisamment proches pour pouvoir comparer les résultats des deux configurations entre eux.

Pour la configuration parallèle nous pouvons constater que lorsque le courant augmente



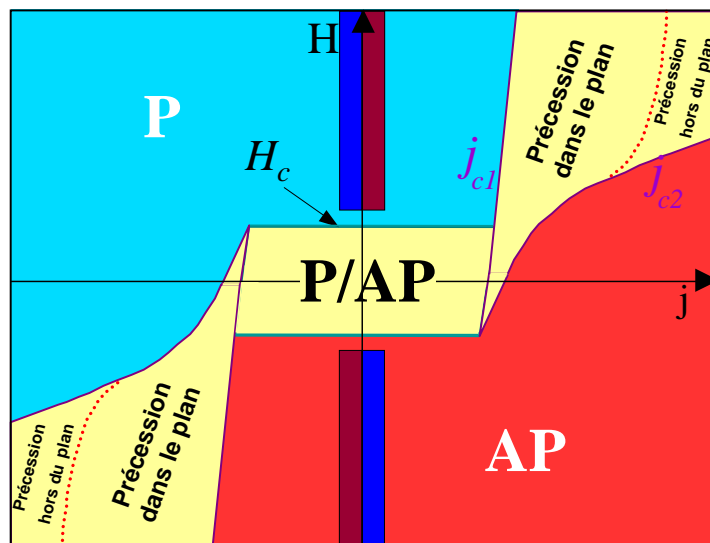
**Figure. 4.29** — Spectres des fluctuations d'aimantation en fonction du courant appliqué et de la configuration.

dans les valeurs positives, l'amplitude du pic de résonance augmente et lorsque le courant augmente dans les valeurs négatives, au contraire le pic de résonance tend à disparaître. Ce résultat permet d'exclure de suite l'effet Joule qui est symétrique par rapport au sens du courant. De plus la variation d'amplitude avec le courant est forte par rapport au décalage en fréquence associé, par comparaison à l'évolution du spectre en fonction du champ magnétique. Le champ d'Oersted ne peut alors pas être non plus à l'origine de ce phénomène.

Maintenant, si l'on regarde l'évolution du spectre en fonction du courant mais dans la configuration antiparallèle, nous pouvons constater qu'elle est inversée. L'amplitude du pic de résonance augmente pour les courants négatifs et diminue pour les courants positifs.



Cette dépendance vis à vis de la configuration magnétique nous permet donc d'exclure encore une fois le champ d'Oersted, mais aussi les effets thermoélectriques. Il ne reste donc plus qu'une possibilité pour expliquer ces résultats : le transfert de spin. Pour vérifier si ces résultats sont cohérents avec l'effet de transfert de spin, il est intéressant de regarder à nouveau le diagramme de phase correspondant aux conventions de courant et de champ que nous avons choisies (cf figure 4.30). D'après ce diagramme de phase, le transfert de



**Figure. 4.30** – Diagramme de phase théorique attendu par rapport aux conventions de champ et de courant utilisées. D'après le modèle du chapitre 3, les fluctuations doivent être "amplifiées" lorsque le couple de transfert de spin de Slonczewski ( $a_j$ ) tend à favoriser l'état opposé (zones rouges foncées) et au contraire elles doivent diminuer quand le couple de transfert de spin favorise l'état imposé par le champ (zone bleues foncées).

spin lié au terme de Slonczewski doit diminuer, respectivement augmenter, la dissipation pour les courants positifs (zone rouge foncée), respectivement négatifs (zone bleue foncée), dans la configuration parallèle. Cela doit se traduire par une augmentation de l'amplitude à la résonance pour les courants positifs et une diminution pour les courants négatifs. La situation est inversée dans la configuration antiparallèle. Les résultats expérimentaux sont donc en parfait accord avec ceux prévus par le modèle du chapitre 3. Nous pouvons donc conclure que nous avons bien mesuré une signature du transfert de spin dans les spectres des fluctuations magnétiques. Le premier résultat important de cette thèse est donc le suivant :

**L'effet de transfert de spin agit directement sur les fluctuations de l'aimantation, pour des valeurs du courant de polarisation qui, nous le verrons, sont faibles par rapport au courant critique.**

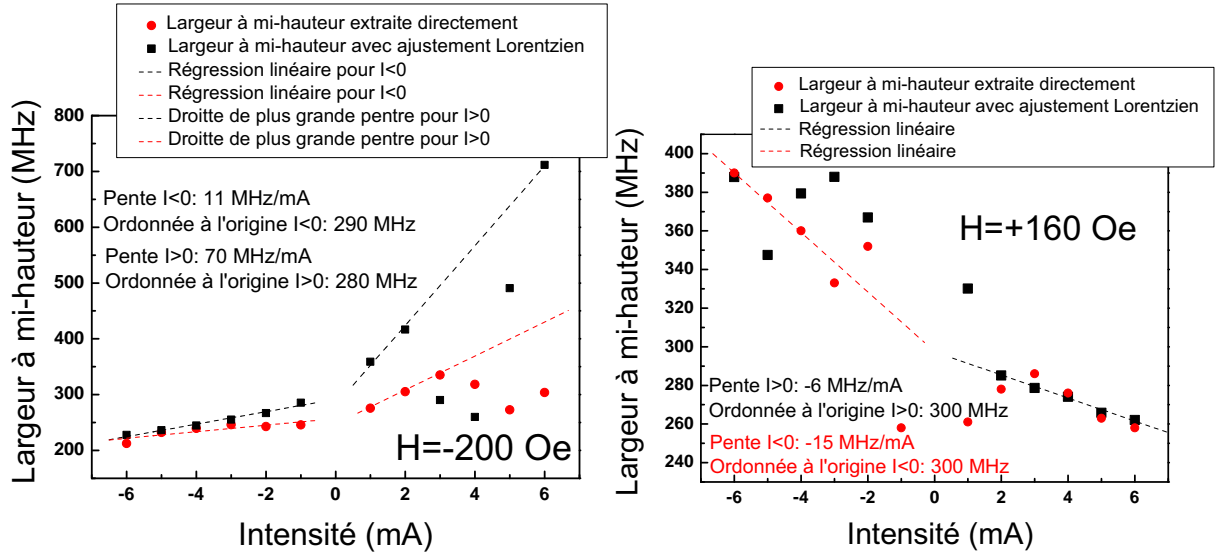
Nous allons montrer qu'il est possible, à partir du modèle que nous avons présenté au chapitre précédent, d'avoir une description semi-quantitative de ce résultat.

### 4.5.1 Étude du terme de transfert de spin de Slonczewski

D'après les prévisions faites à la section 3.3.3.1, l'amplitude et la largeur à mi-hauteur dépendent fortement du premier terme de transfert de spin et peu du "field-like term".

#### 4.5.1.1 Détermination du courant critique par la mesure de la largeur à mi-hauteur

La largeur à mi-hauteur est proportionnelle au facteur  $a_j$ . La mesure de sa variation en fonction du courant est représentée sur le graphique 4.31 pour la configuration antiparallèle ( $H = -200$  Oe) et pour la configuration parallèle ( $H = +160$  Oe). D'après les



**Figure. 4.31** – Largeur à mi-hauteur du mode fondamental en fonction du courant. Le graphique de gauche correspond à la configuration antiparallèle et le graphique de droite à la configuration parallèle.

modèles de transfert de spin présentés au chapitre 1, le coefficient  $a_j$  est supposé varier linéairement avec le courant de polarisation. Nous pouvons voir dans les deux graphiques précédents que c'est le cas dans chacun des demi-plan correspondant à un sens du courant donné. Ainsi l'équation 3.81 peut être ré-écrite sous la forme :

$$\Delta/\gamma_0 = -\frac{\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} 2 \frac{a_j}{I} I + \alpha(2H + M_s)$$

Avec  $H$  correspondant à la valeur absolue du champ appliqué et  $a_j/I$  constant. Comme le courant critique est défini par l'annulation de la largeur à mi-hauteur, dans ce cas :

$$I_c = \frac{\vec{M} \cdot \vec{p} \alpha(2H + M_s)}{M_s 2a_j/I} \quad (4.17)$$

Le rapport de l'ordonnée à l'origine par la pente de la droite de régression donne donc directement la valeur du courant critique. Mais avant de poursuivre il faut néanmoins

constater que l'extraction de la largeur à mi-hauteur pour les cas correspondants à un amortissement de la résonance (configuration AP,  $I > 0$  et configuration P,  $I < 0$ ) n'est pas facile, les pics étant de moins en moins bien définis. C'est pourquoi nous pouvons observer un fort écart dans ces zones entre les mesures extraites directement à partir des spectres et les mesures extraites par l'intermédiaire de l'ajustement par une courbe lorentzienne, ce qui n'est pas le cas dans les zones correspondants à l'augmentation des fluctuations.

La mesure dans l'état antiparallèle donne, à partir des résultats obtenus par ajustement, un courant critique  $I_{c1}$  d'environ  $-25 \text{ mA}$  soit en densité de courant  $-3,5 \cdot 10^7 \text{ A/cm}^2$  et un coefficient de transfert de spin  $a_j/I$  de  $2 \text{ Oe/mA}$  soit  $1,4 \cdot 10^{-6} \text{ Oe.cm}^2/\text{A}$  [44]. Les mesures de la largeur à mi-hauteur réalisées directement sur les spectres donnent une valeur du courant critique de  $40 \text{ mA}$  et du coefficient de transfert de spin de  $1 \text{ Oe/mA}$ . Les valeurs du courant critique et du coefficient  $a_j$  sont donc très approximatives. Mais nous pouvons conclure que nos mesures ont été réalisées loin du courant critique, ce qui justifie a posteriori l'application de notre modèle. Si l'on compare ces résultats à ceux de la littérature, on constate que le courant critique que nous avons trouvé est supérieur : des mesures de retournement de l'aimantation [81] sur des barrières d'alumine présentant un RA d'environ  $50 \Omega.\mu\text{m}^2$  avec des électrodes en *CoFeB* de  $2 \text{ nm}$  pour la couche de référence et de  $2,5 \text{ nm}$  pour la couche libre, donnent une densité de courant critique de  $6 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2$ , ce qui est deux fois inférieur à la valeur minimum que nous avons déterminée. Mais nous avons remarqué qu'une partie du courant ne passait pas par effet tunnel dans nos échantillons ce qui peut contribuer à l'augmentation du courant critique. De plus la méthode utilisée pour déterminer la valeur du courant critique est fondée sur une extrapolation à partir de l'équation de Gilbert linéarisée. La valeur ainsi trouvée peut donc ne pas correspondre à la vraie valeur du courant critique qu'il faudrait déterminer à partir de l'équation de Gilbert non linéarisée.

La mesure dans l'état parallèle donne  $I_{c1} = 50 \text{ mA}$ , c'est à dire un courant critique a priori supérieur à celui obtenu pour la configuration antiparallèle. Cette valeur du courant critique correspond à un coefficient de transfert de spin  $a_j/I$  d'environ  $1 \text{ Oe/mA}$ . Il semble donc qu'il y ait une dissymétrie en fonction de l'orientation relative des aimantations de la couche libre et de la couche de référence. Nous avons remarqué à la section 1.2.4.2, que le modèle développé par J. C. Slonczewski dans la publication [28] prédisait une variation du couple de transfert de spin en fonction de l'angle  $\theta$  entre les aimantations de la couche libre et de la couche de référence (cf équation (1.36)). Mais la sensibilité de la mesure ne permet de conclure.

Si maintenant nous regardons l'évolution dans la configuration antiparallèle pour les

courant positifs, nous pouvons constater que la pente de la droite de régression est supérieure à celle correspondant aux courants négatifs. Le coefficient de transfert de spin a alors pour valeur moyenne très approximative du fait de la dispersion des résultats :  $6 \text{ Oe}/mA$  soit environ 3 fois la valeur correspondant aux courants négatifs. Nous pouvons observer la même tendance dans la configuration parallèle pour les courants qui stabilisent l'état d'équilibre :  $a_j/I = 3 \text{ Oe}/mA$ , ce qui représente aussi trois fois la valeur du coefficient de transfert de spin pour les courants positifs. Le terme de transfert de spin de Slonczewski semble présenter une asymétrie en fonction du sens du courant pour une configuration et présenter une asymétrie opposée en fonction du courant pour la configuration inverse. Pour simplifier, le couple de transfert de spin de Slonczewski semble être "plus fort" pour ramener l'aimantation à sa position d'équilibre que pour l'en éloigner. Il faut noter que peu d'étude expérimentales permettent de voir les effets du transfert de spin en fonction du sens du courant sans changer de configuration. Ce résultat pourrait peut-être être expliqué par la dépendance anormale du couple de Slonczewski trouvée par I. Theodonis *et al.* [29] (cf section 1.2.4.2).

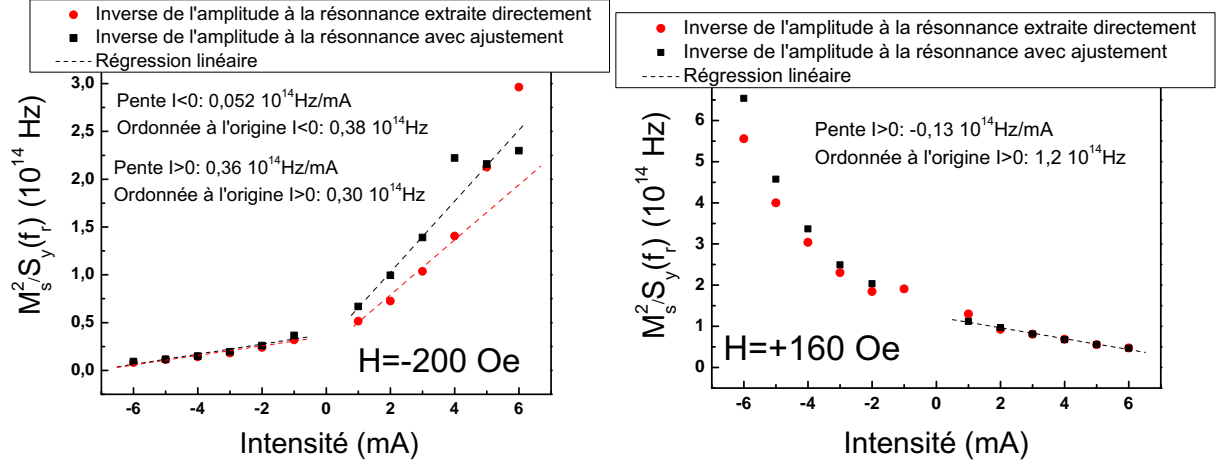
Soyons toutefois prudents, la dispersion des résultats pour les courants stabilisant les fluctuations de l'aimantation ne nous permet pas de conclure véritablement sur cette dissymétrie. Mais nous allons voir que l'étude de la variation de l'amplitude en fonction du courant de polarisation nous permet de soutenir cette observation.

#### 4.5.1.2 Comparaison des résultats précédents avec la variation de l'amplitude de résonance en fonction du courant

L'évolution de l'amplitude à la résonance en fonction du courant est présentée dans les deux graphiques de la figure 4.32, respectivement dans l'état parallèle et antiparallèle. L'inverse de l'amplitude à la résonance est proportionnel à la largeur à mi-hauteur multipliée par le champ. Donc si le coefficient du premier terme du couple de transfert de spin est linéaire avec le courant comme nous venons de le voir :

$$\frac{1}{\theta^2 S_{M_y}} \propto \frac{1}{\theta^2} \left[ -2 \frac{\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} H \frac{a_j}{I} I + \alpha H (2H + M_s) \right]$$

Nous pouvons constater sur les mesures représentées sur la figure 4.32 que l'évolution de l'inverse de l'amplitude est linéaire pour les courants correspondant à un couple de transfert de spin qui s'oppose à l'amortissement ( $I < 0$  pour la configuration antiparallèle et  $I > 0$  pour la configuration parallèle). En revanche le cas inverse semble présenter une variation moins linéaire. Toutefois, l'amplitude à la résonance diminue plus vite sous l'action du transfert de spin dans le cas de la stabilisation, qu'elle n'augmente sous son action dans le cas de la déstabilisation. Ce résultat est en accord avec celui obtenu à partir de l'évolution de la largeur à mi-hauteur en fonction du courant.



**Figure. 4.32** — Évolution de l'inverse de l'amplitude de la fréquence de résonance en fonction du courant. Graphique de gauche : mesure réalisée dans la configuration antiparallèle ( $H = -200$  Oe). Nous pouvons remarquer que les valeurs extraites directement, pour les courants positifs, présentent une courbure. Une légère courbure est aussi visible pour les courants négatifs. Graphique de droite : mesure réalisée dans la configuration parallèle ( $H = +160$  Oe). Les courbes correspondants aux courants négatifs, montrent aussi, comme dans le cas de la configuration antiparallèle, une courbure caractéristique.

Si nous calculons le courant critique à partir de ces courbes nous trouvons respectivement pour la configuration antiparallèle  $I_c = -7$  mA, ce qui est au minimum 4 fois inférieur à la valeur obtenue par la mesure de la largeur à mi-hauteur. De la même manière pour la configuration parallèle, le courant critique est égal à 10 mA ce qui représente 1/5 du courant critique déterminé par la mesure de la largeur à mi-hauteur pour la même configuration. Avant d'essayer d'expliquer ce résultat, nous pouvons encore constater qu'il y a a priori une dépendance de l'amplitude du couple de transfert de spin en fonction de la configuration, les courants critiques n'étant pas tout à fait égaux en norme d'une configuration à l'autre. Le fait que les courants critiques déterminés à partir de largeur à mi-hauteur ou de l'amplitude soient différents provient de la dépendance de  $\theta$  vis à vis du courant. En effet, comme le champ n'est pas appliqué exactement suivant la direction de l'aimantation de la couche de référence, le transfert de spin exerce un couple sur la position d'équilibre de l'aimantation de la couche libre. Si l'on suppose que  $\theta(I)$  puisse être écrit sous la forme  $\theta(I) = \theta_0 + \delta\theta I$  avec  $\delta\theta I \ll \theta_0$ , alors l'inverse de l'amplitude à la résonance est proportionnel à :

$$\frac{1}{\theta_0^2} (1 - 2 \frac{\delta\theta I}{\theta_0}) \left[ -2 \frac{\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} H \frac{a_j}{I} I + \alpha H (2H + M_s) \right] = \frac{1}{\theta_0^2} \left[ 4 \frac{\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} \frac{\delta\theta}{\theta_0} H \frac{a_j}{I} I^2 - 2H \left( \frac{\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} H \frac{a_j}{I} + \alpha (2H + M_s) \frac{\delta\theta}{\theta_0} \right) I + \alpha H (2H + M_s) \right] \quad (4.18)$$

Comme pour les courants inférieurs au seuil critique,  $\alpha(2H + M_s)$  est grand devant  $a_j$ , l'effet du couple de transfert de spin sur la position d'équilibre contribue de manière non négligeable à la variation linéaire de l'inverse de l'amplitude en fonction du courant. De plus,  $\delta\theta$  étant directement lié à  $\frac{\vec{M} \cdot \vec{p}}{M_s} \frac{a_j}{I}$ , il agit toujours dans la même direction de ce

dernier. C'est pourquoi le courant critique déterminé par l'inverse de l'amplitude à la résonance est plus faible que celui déterminé par la largeur à mi-hauteur. De plus ce résultat permet de comprendre la courbure que semble présenter les courbes d'évolution de l'inverse de l'amplitude. Comme le couple de transfert de spin semble être plus fort pour réduire les fluctuations, la courbure est plus marquée dans les zones correspondantes. Ainsi elle est nettement visible dans la configuration parallèle pour les courants négatifs.

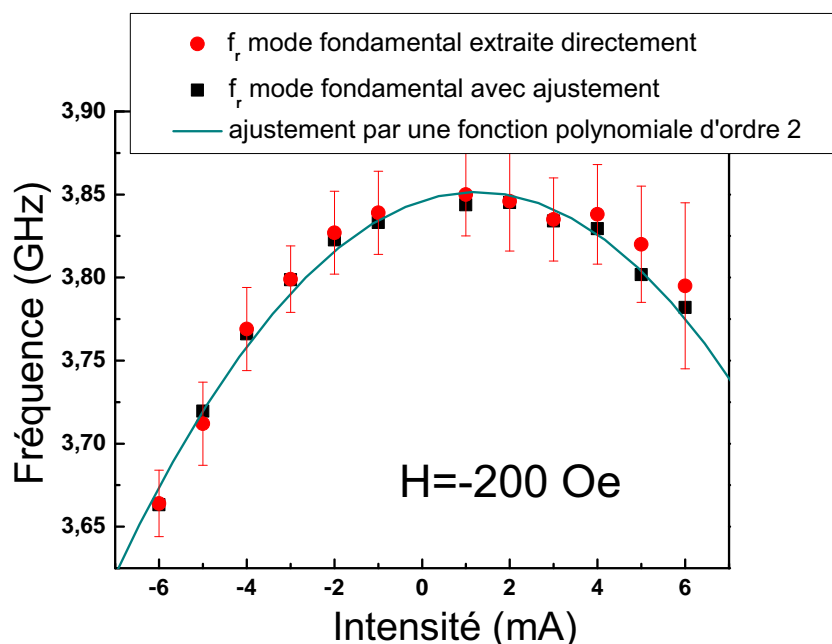
Le modèle que nous avons développé au chapitre 3 permet donc de décrire l'évolution des spectres expérimentaux sous l'influence du couple de transfert de spin de Slonczewski. Mais une particularité de cette mesure et du modèle associé est de donner accès au deuxième terme de transfert de spin, le terme  $b_j$ .

#### 4.5.2 Étude du second terme de transfert de spin

D'après notre modèle, la densité spectrale de puissance présente un maximum de sensibilité au deuxième terme de transfert de spin ou "field-like term",  $b_j$ , en ce qui concerne la variation de la fréquence de résonance en fonction du courant. Dans le cas d'une configuration antiparallèle des aimantations de la JTM, le signe devant les coefficients  $a_j$  et  $b_j$  doit être inversé par rapport à l'équation 3.82 (qui correspond au cas parallèle) :

$$f_r^2 \approx \gamma_0^2 \left[ H\tilde{H} + (H + \tilde{H})b_j - \frac{\alpha^2}{2}\tilde{H}(\tilde{H} + 3H) - \alpha a_j(2\tilde{H} + H) \right] \quad (4.19)$$

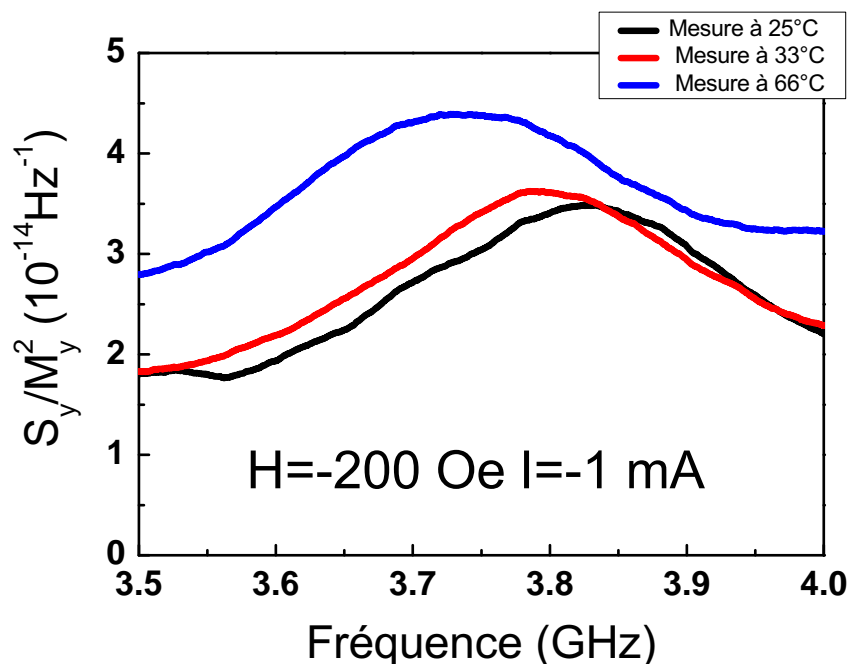
Nous avons donc reporté l'évolution de la fréquence de résonance en fonction du courant pour la configuration antiparallèle dans le graphique 4.33. Dans le cas de la configuration parallèle, il est beaucoup plus difficile d'extraire la fréquence quand le pic disparaît, mais nous reviendrons sur l'analyse de la configuration parallèle ultérieurement. Nous pouvons constater que les valeurs extraites directement se superposent bien avec les valeurs obtenues à partir des ajustements par des fonctions lorentziennes. Et à la différence des mesures de largeur à mi-hauteur, il est possible d'évaluer l'erreur commise pour les mesures directes. Sur la figure 4.33 nous voyons que la fréquence de résonance se décale vers les basses fréquences lorsque le courant augmente, quel que soit son sens. L'allure des courbes montre une réponse fortement quadratique plus une partie linéaire. D'après la théorie développée par I. Theodonis *et al.* [29], le coefficient  $b_j$  est attendu pour être quadratique en fonction du courant. Ce résultat semble donc confirmer l'existence du "field like term". Mais il ne faut pas oublier que l'effet Joule est lui aussi proportionnel à  $I^2$ . Afin de déterminer l'influence de l'effet Joule sur le spectre des fluctuations d'aimantations nous avons réalisé des mesures en fonction de la température.



**Figure. 4.33** — Décalage de la fréquence de résonance associée au mode fondamental en fonction du courant pour la configuration antiparallèle.

#### 4.5.2.1 Étude en température

Pour réaliser cette mesure nous avons monté une résistance chauffante sous le porte-échantillon qui est en aluminium. Un thermocouple placé dans ce dernier permet de connaître la température. La mesure se fait lorsque qu'un palier de température correspondant à la consigne de courant envoyé dans la résistance chauffante est atteint. La température indiquée par le thermocouple n'est qu'indicative, elle ne correspond pas exactement à celle de l'échantillon. Pour connaître la température exacte de l'échantillon en fonction de celle du porte-échantillon, une technique consisterait à extraire le bruit thermique de l'échantillon en fonction de la température. Pour ce faire nous avons vu au chapitre 2 que les la procédure de traitement des mesures de bruit est la plus précise dans la gamme  $400\text{ Hz} - 100\text{ MHz}$ , mais aucun échantillon n'a "survécu" assez longtemps pour que nous puissions réaliser cette mesure. Pour revenir à l'évolution de la fréquence de résonance des spectres, nous avons donc réalisé une mesure dans la configuration antiparallèle avec un faible courant de polarisation  $-1\text{ mA}$  pour faire apparaître la résonance ferromagnétique sans trop chauffer la jonction par effet Joule. Le résultat de la mesure est présenté sur la graphique 4.34. Lorsque la température de l'échantillon augmente, le fréquence de résonance se décale vers les basses fréquences comme pour les mesures en fonction du courant. Nous retrouvons un résultat connu sur l'évolution de la fréquence de résonance avec la température [74]. De ce fait nous ne pouvons pas conclure pour le moment sur la contribution quadratique du "field-like term" sur le décalage de la fréquence de résonance. De la même manière, nous avons remarqué aux sections précédentes que



**Figure. 4.34** – Mesure en température réalisée dans la configuration antiparallèle pour un courant de polarisation de  $-1 \text{ mA}$ . La température indiquée correspond à la température du porte-échantillon. Nous pouvons observer un décalage de la fréquence de résonance vers les basses fréquences lorsque la température augmente.

nos échantillons étaient soumis à des variations de température en fonction du courant par l'intermédiaire des effets thermoélectriques. Nous ne pouvons donc rien conclure non plus sur la contribution linéaire du "field-like term".

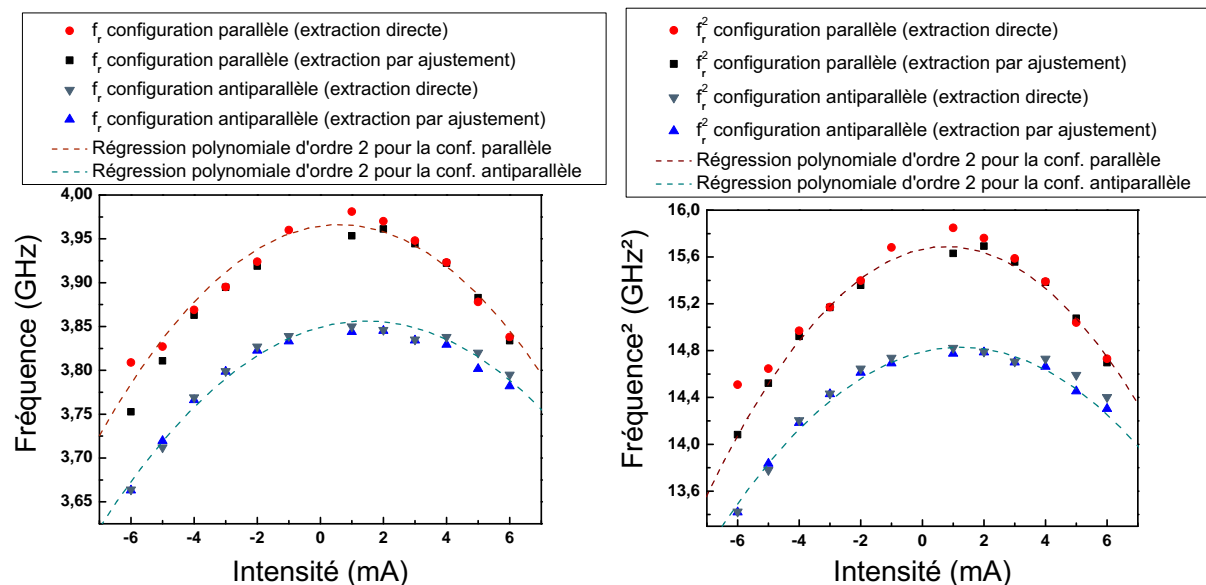
En revanche ces effets thermiques sont indépendants de la configuration magnétique de la jonction, tout comme le champ d'Oersted. Nous allons donc comparer dans la section suivante l'évolution de la fréquence de résonance en fonction du courant correspondant à la configuration antiparallèle (présentée précédemment) à celle obtenue pour la configuration parallèle. Mais pour finir avec les mesures en températures, remarquons que l'amplitude du pic est peu modifiée par l'élévation de température; nous pouvons donc considérer que l'amplitude à la résonance et la largeur à mi-hauteur que nous avons étudiées précédemment sont peu sensibles à l'élévation de température due au courant.

#### 4.5.2.2 Comparaison avec l'état parallèle

Tout comme pour la mesure réalisée dans l'état antiparallèle, il est difficile de déterminer la fréquence de résonance lorsque les fluctuations sont amorties (courants négatifs). L'erreur commise sur la mesure peut alors devenir importante. Les fréquences de résonance du mode fondamental obtenues pour différentes consignes de courant sont



représentées en fonction de la configuration de mesure sur la figure 4.35.

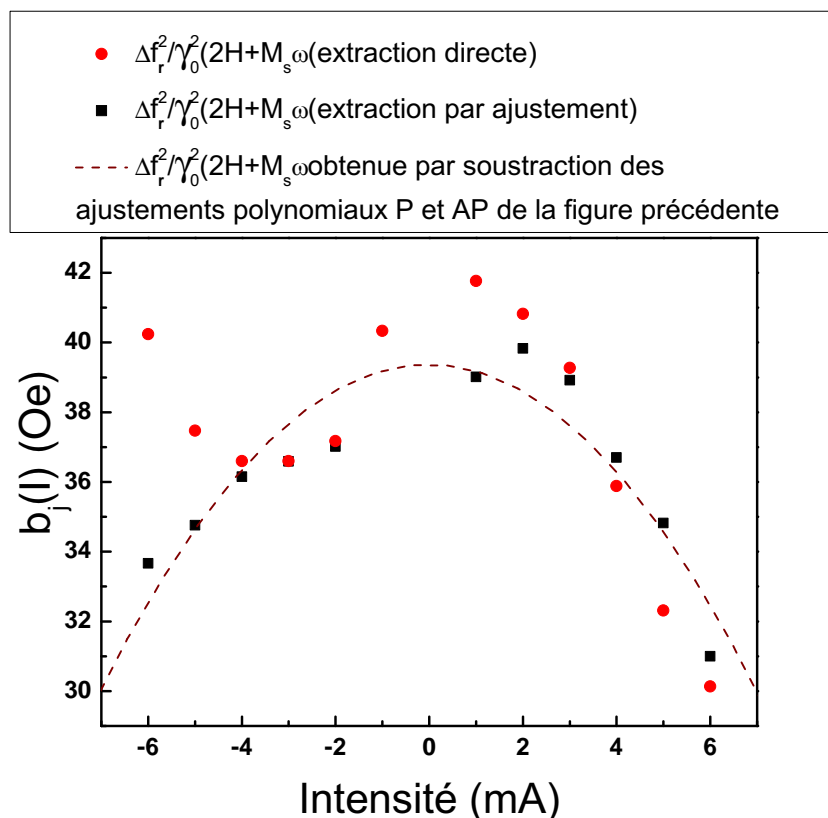


**Figure. 4.35** — Figure de gauche : évolution de la fréquence de résonance en fonction du courant pour la configuration parallèle (points rouges et carrés noirs) et la configuration antiparallèle (triangles bleus et triangles inversés cyan). Figure de droite : Courbes de la figure précédente élevées au carré.

Premièrement nous pouvons remarquer qu'à courant nul, la fréquence de résonance de la configuration parallèle est supérieure à celle de la configuration antiparallèle. Ce décalage provient du fait que les mesures n'ont pas été réalisées à des champs exactement opposés par rapport au centre du cycle d'aimantation de la couche libre. Le décalage en fréquence en courant nul des configurations parallèle et antiparallèle correspond à un champ de 20 Oe. Or d'après l'équation 3.82, le coefficient devant le terme  $b_j$  a pour expression :  $2H + M_s$ , il dépend donc du champ appliqué. Mais une variation de 20 Oe du champ appliqué ne correspond qu'à une variation de 0,3 % de ce facteur. Nous pouvons donc négliger la variation du préfacteur du coefficient  $b_j$  en fonction de la configuration.

Deuxièmement, les évolutions de la fréquence de résonance en fonction du courant sont très similaires pour les deux configurations, ce qui signifie que ce sont les effets thermiques et le champ d'Oersted qui dominent la dépendance de la fréquence de résonance en fonction du courant. Toutefois les deux courbes ne sont pas identiques. Cette différence ne peut s'expliquer que par le couple de transfert de spin et plus précisément par l'effet du "field-like term", car seul le couple de transfert de spin dépend de la configuration de la JTM. Nous avons donc représenté dans le graphique de la figure 4.35 la soustraction entre les points expérimentaux correspondant à la configuration parallèle avec ceux correspondant à la configuration antiparallèle. Mais la soustraction n'a pas été réalisée directement du fait que  $M_s$  n'est pas le même en fonction de la configuration.

Ainsi les fréquences de résonances mesurées dans l'état parallèle ont été divisées par le facteur  $\gamma_0^2(2H + M_s) = 65 \cdot 10^3 \text{ MHz}^2$  et les fréquences de résonances mesurées dans l'état antiparallèle ont été divisées par le facteur  $\gamma_0^2(2H + M_s) = 72 \cdot 10^3 \text{ MHz}^2/\text{Oe}$ .



**Figure. 4.36** — Décalage du carré de la fréquence en fonction du courant normalisé par le facteur  $\gamma_0^2(2H + M_s)$ . La dépendance de ce décalage vis à vis du courant est attribuée au terme  $b_j$  du couple de transfert de spin.

Pour les courants positifs l'évolution de la différence des fréquences en fonction du courant est plutôt bien définie, alors que pour les courants négatifs elle l'est beaucoup moins. Cela provient du fait qu'il est extrêmement difficile d'extraire la fréquence de résonance des spectres mesurés dans l'état parallèle pour les courants négatifs. Toutefois ces points expérimentaux, qu'ils proviennent d'une extraction directe à partir des spectres mesurés ou d'un ajustement par une fonction lorentzienne, peuvent être assez bien décrits par une fonction polynomiale d'ordre 2. Si l'on écrit le coefficient  $b_j$  sous la forme  $A * I^2 + B * I$ , nous obtenons :  $A \approx 0,1 \text{ Oe}/\text{mA}^2$  et  $B \approx 0,003 \text{ Oe}/\text{mA}$ . Le coefficient  $b_j$  caractérisant le "field-like term" varie donc quadratiquement avec le courant, ce qui est en accord avec le modèle développé par I. Theodonis *et al.* [29]. Ce résultat avait déjà été observé expérimentalement par J. C. Sankey *et al.* [30] par l'intermédiaire de mesures de redressement. Notre résultat semble donc apporter une confirmations de leurs expé-

riences. Nous pouvons constater que pour, les faibles courants, l'amplitude du "field-like term" est inférieure d'un ordre de grandeur à celle du couple de Slonczewski.

Il faut tout de même rester prudent sur ce résultat. Nous avons vu que nous pouvons commettre une forte erreur sur la détermination de la fréquence de résonance lorsque la résonance est amortie. L'erreur commise sur la fréquence peut être supérieure à l'amplitude des variations liées au couple de transfert de spin, bien que les mesures obtenues par deux méthodes d'extraction différentes donnent globalement la même tendance.

Il faut maintenant souligner que ce résultat sur la dépendance du second terme de transfert de spin vis-à-vis du courant de polarisation diffère de celui publié dans l'article [44] où nous avons suggéré qu'il pouvait y avoir une plus forte dépendance linéaire. En effet, les mesures complémentaires, effectuées après cette publication et présentées dans ce manuscrit, nous ont permis de confirmer qu'une grande partie de la variation linéaire de la fréquence de résonance en fonction du courant est due aux effets thermoélectriques. Toutefois, du fait de l'erreur de mesure, ces résultats ne permettent pas de conclure qu'il n'y a pas de composante linéaire. De plus, il serait impossible d'attribuer avec certitude cette composante linéaire restante au "field-like term". En effet, si la polarisation présente une légère composante hors du plan des couches, alors le couple de Slonczewski pourra avoir la même signature que ce dernier, ce qui, du fait des grandeurs attendues, ne permettrait pas de les dissocier.

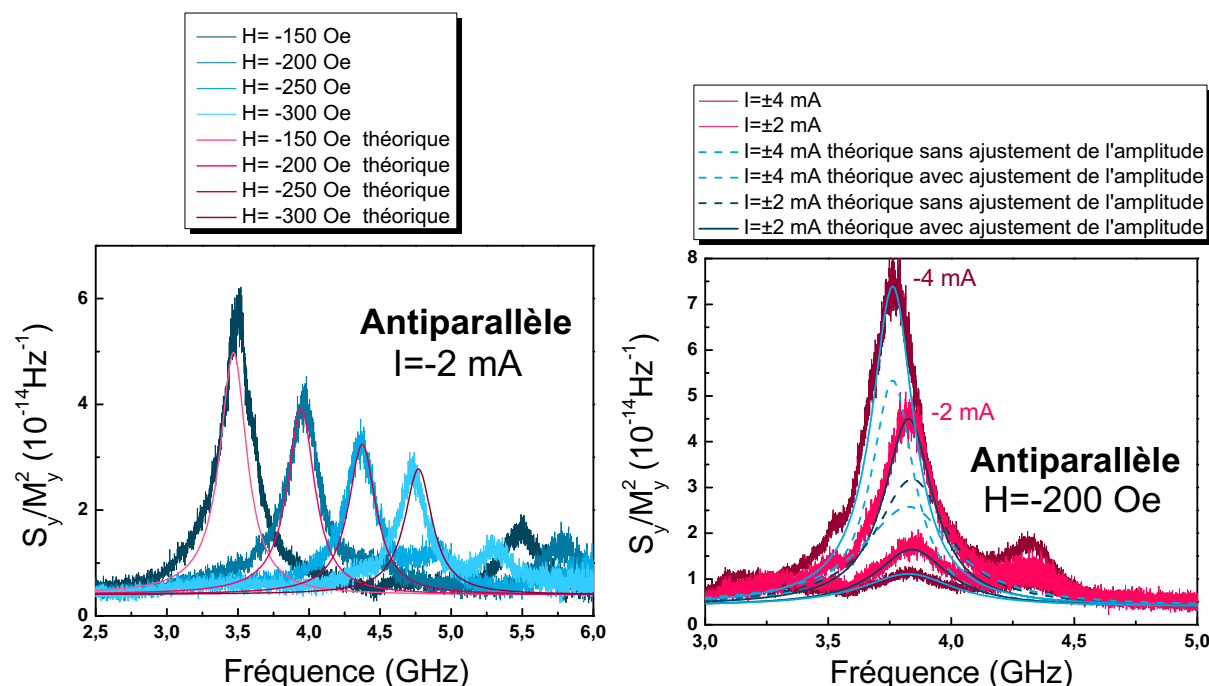
## **4.6 Conclusion**

La méthode expérimentale que nous avons développée durant cette thèse nous a permis de montrer que le couple de transfert de spin a une forte influence sur le spectre de bruit des JTM dans la gamme du giga-Hertz pour de faibles courants de polarisation. Le couple de transfert de spin prédit par Slonczewski modifie fortement l'amplitude et la largeur à mi-hauteur du pic de résonance ferromagnétique. En fonction du sens du courant et de la configuration magnétique de la JTM, il peut augmenter fortement ou faire disparaître le pic de résonance ferromagnétique thermiquement activé, bien que le courant appliqué soit loin du seuil critique. De plus, nous avons montré que cette méthode de mesure permet d'accéder à la valeur du "field-like term" qui est généralement difficile à mettre en évidence. Ces résultats ont été vérifiés sur deux autres échantillons similaires. Toutefois nous n'avons pas pu faire l'intégralité des mesures sur ces autres échantillons, notamment l'étude en température.

Nous avons aussi vérifié que le modèle que nous avons développé au chapitre 3 permet

de rendre compte des résultats expérimentaux, ce qui nous permet d'extraire les coefficients caractéristiques du couple de transfert de spin. A ce titre, nous avons montré que le couple de transfert de spin de Slonczewski semble dépendre simultanément du sens du courant et de la configuration magnétique de la JTM. En effet il semblerait que le couple de Slonczewski stabilise plus facilement l'aimantation qu'il ne la déstabilise. Finalement, nous avons aussi montré que le "field-like term" semble évoluer quadratiquement avec le courant.

Néanmoins il ne faut pas oublier qu'il s'agit d'une mesure délicate et que notre modèle ne doit pas être considéré comme un modèle quantitatif, mais plutôt semi-quantitatif. Pour tester les résultats qu'il nous a permis d'extraire des spectres de bruit, nous avons présenté simultanément dans les graphiques de la figure 4.37 les courbes mesurées et les courbes prédites théoriquement pour les mêmes valeurs de champ et de courant. L'amplitude a été ajustée sur la mesure réalisée à  $I = -2 \text{ mA}$  et  $H = -200 \text{ Oe}$ . L'évolution en fonction du champ est bien décrite par les spectres théoriques. Nous pouvons tout de même remarquer que la fréquence de résonance des spectres théoriques évolue plus vite que celle des spectres expérimentaux. Lorsque le champ devient de plus en plus fort, le terme quadratique en champ dans l'expression théorique de la fréquence de résonance prend de plus en plus d'importance, augmentant légèrement la fréquence de résonance. Or nous n'avons pas observé de dépendance quadratique de la fréquence de résonance des spectres expérimentaux. L'allure générale des spectres calculés, notamment l'amplitude, correspond bien à celle des spectres expérimentaux. En revanche, l'évolution en fonction du courant n'est pas aussi bien décrite par les spectres théoriques. Nous pouvons voir sur la figure 4.37 que l'amplitude ajustée par rapport à la courbes correspondant à  $I = -2 \text{ mA}$  évolue beaucoup moins fortement que celle des spectres expérimentaux. Mais nous avons expliqué ce résultat par le fait que la position d'équilibre de la couche libre est aussi modifiée par le couple de transfert de spin, ce qui peut faire varier fortement l'amplitude par l'intermédiaire de l'angle  $\theta$  entre les aimantations de la couche libre et de la couche piégée. Pour vérifier la correspondance avec l'allure générale des pics, nous avons donc aussi représenté sur le même graphique les courbes théoriques dont nous avons ajusté l'amplitude sur celle du spectre expérimental correspondant. Nous avons alors fait varier la valeur du coefficient  $a_j/I$  entre  $1 \text{ Oe/mA}$  et  $2 \text{ Oe/mA}$  pour les courants négatifs. Nous n'avons pas vu de variations suffisamment significatives par rapport aux spectres expérimentaux pour nous permettre d'affirmer que la valeur du coefficient du couple de transfert de spin de Slonczewski est différente de celle de l'état parallèle où nous l'avons estimée à  $1 \text{ Oe/mA}$ . Nous avons aussi fait varier la valeur du coefficient  $a_j/I$  pour les courants positifs. Lorsque l'on diminue trop ce coefficient, jusqu'à  $3 \text{ Oe/mA}$ , les courbes théoriques ne correspondent plus aux spectres expérimentaux. Il y a bien, a priori, une dissymétrie du couple de transfert de spin en fonction du courant.



**Figure. 4.37** – Les spectres présentés dans les graphiques ci-dessus correspondent à la configuration antiparallèle. Tous les spectres théoriques ont été calculés avec les paramètres magnétiques suivants :  $4\pi M_s = 8800 \text{ Oe}$ ,  $H_{origine} = 25 \text{ Oe}$  et  $\alpha = 0,01$ . Pour les courants négatifs nous avons pris :  $a_j/I = 2 \text{ mA/Oe}$  et pour les courants positifs :  $a_j/I = 9 \text{ mA/Oe}$ . Figure de gauche : Spectres représentant les fluctuations d'aimantation pour différentes valeurs du champ appliqué. L'amplitude a été ajustée sur la mesure à  $-200 \text{ Oe}$ . Graphique de droite : Spectres obtenus pour différentes valeurs du courant de polarisation. Comme les spectres théoriques ne peuvent pas tenir compte du décalage de fréquence en fonction de la température, nous avons ajusté le champ pour faire correspondre les fréquences de résonance théoriques avec celles des spectres expérimentaux. Les courbes théoriques en ligne brisée, correspondent aux spectres théoriques dont l'amplitude est ajustée sur celle de la mesure à  $-2 \text{ mA}$ . Les amplitudes des courbes théoriques en trait plein ont été ajustées sur les courbes expérimentales correspondantes.

Sur des spectres mesurés pour des courants de polarisation différents, nous avons pu observer juste à côté du pic de résonance attribué au mode fondamental un pic de très faible amplitude qui suivait une évolution inverse en fonction du courant de celle du mode fondamental. Nous attribuons, pour l'instant, ce pic à la résonance ferromagnétique de la couche de référence et plus exactement à un mode couplé entre la couche libre et les couches de l'AFS. Comme la dissymétrie attribuée au coefficient  $a_j$  est simultanée en fonction du courant et de la configuration magnétique de la JTM, dans le sens où le couple de transfert de spin de Slonczewski semble être "plus fort" pour ramener l'aimantation à sa position d'équilibre que pour l'en éloigner, il serait important de faire un modèle tenant compte du couplage de la couche libre avec les couches de l'antiferromagnétique synthétique. En effet, il nous semble nécessaire de vérifier que ce résultat ne peut pas être

lié au couple de transfert de spin qui s'exerce simultanément sur la couche libre et sur la couche de référence.

# Conclusion

La mise au point d'un banc de mesure de bruit large bande ainsi que d'une procédure rigoureuse de traitement des données nous a permis d'atteindre un seuil de détection de  $0,5 \text{ nV}/\sqrt{Hz}$  et de mesurer précisément le bruit de jonctions tunnels magnétiques. Dans ces structures, le bruit est essentiellement d'origine magnétique : les fluctuations thermiques de l'aimantation sont responsables, par l'intermédiaire de l'effet de magnéto-résistance, d'un bruit de résistance qui domine sur les autres sources de bruit.

Nous avons modélisé les fluctuations de l'aimantation à la résonance ferromagnétique en faisant l'hypothèse macrospin, c'est-à-dire en considérant uniquement le mode uniforme des ondes de spin. Ce modèle analytique simple est développé en linéarisant l'équation de la dynamique de l'aimantation. Dans l'objectif de décrire l'influence du courant polarisé en spin sur les fluctuations de l'aimantation de la couche libre de la jonction tunnel magnétique, nous avons ajouté à l'équation de Gilbert les deux termes phénoménologiques du couple de transfert de spin : le couple longitudinal de Slonczewski :  $a_j \vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{p})$  et le couple transverse  $b_j \vec{M} \times \vec{p}$ , ou "field-like term". Les prédictions du modèle sont compatibles avec la formule de Kittel concernant l'influence du champ magnétique appliqué sur la résonance ferromagnétique, et sont vérifiées expérimentalement par les mesures de fluctuations magnétiques en fonction du champ. Notre modèle prédit également que le courant de polarisation peut modifier le spectre des fluctuations magnétiques via le couple de transfert de spin, même lorsque le courant appliqué est inférieur au seuil critique. Nous observons en effet une réduction ou une amplification des fluctuations magnétiques à la fréquence de résonance ferromagnétique selon que le couple de Slonczewski tend à stabiliser ou à déstabiliser l'état d'équilibre. Comme l'effet observé est antisymétrique en fonction du courant et du champ, il ne peut qu'être attribué au couple de transfert de spin de Slonczewski.

Une analyse approfondie des spectres mesurés permet de confronter les mesures aux prédictions du modèle concernant l'évolution de l'amplitude du pic de résonance, de la largeur à mi-hauteur et de la fréquence de résonance en fonction du courant. Nous avons vérifié sur nos données expérimentales que, pour un couple de transfert de spin qui déstabilise l'état d'équilibre imposé par le champ, l'amplitude du pic de résonance augmente

et la largeur à mi-hauteur décroît linéairement avec le courant. L'extrapolation de cette dépendance linéaire permet d'estimer le courant critique qui correspond à une annulation de l'amortissement et donc de la largeur à mi-hauteur et à une divergence de l'amplitude. Inversement, quand le courant stabilise l'état d'équilibre, l'amplitude du pic décroît et la largeur à mi-hauteur augmente. Comme les signaux mesurés sont relativement faibles quand les fluctuations sont réduites, l'incertitude due à l'extraction de ces données n'est pas négligeable. Il semble néanmoins que la largeur à mi-hauteur du pic de résonance varie linéairement avec le courant avec deux pentes différentes, selon que le couple de transfert de spin favorise ou atténue l'amplitude des fluctuations. Aucun modèle théorique n'a encore prédit ce résultat. L'étude de cette caractéristique mériterait à ce titre d'être approfondie sur des échantillons de plus petite taille présentant davantage de signal, pour avoir la certitude qu'il ne s'agit pas d'un artéfact de mesure dû à l'extraction des données à partir des spectres. Par ailleurs, notre modèle montre que l'évolution de la fréquence de résonance permet une mesure du deuxième terme de transfert de spin, dont l'existence et la dépendance avec le courant sont encore controversées. Malheureusement, au plan expérimental, l'échauffement dû à l'effet Joule, les effets thermoélectriques ainsi que l'existence d'un champ d'Oersted moyen non nul due à la non uniformité du courant contribuent à compliquer sérieusement la situation. L'évolution de la fréquence du pic de résonance présente une dépendance quadratique vers les basses fréquences qui peut être imputée à l'effet Joule puisque nous avons vérifié que la température provoque un décalage du pic vers les basses fréquences. Elle présente aussi une composante linéaire, mais comme pour la dépendance quadratique, il est impossible de distinguer la contribution linéaire du "field-like term" de celle des effets thermoélectriques et du champ d'Oersted. Mais en calculant la différence entre les fréquence de résonance pour les configurations parallèle et antiparallèle, avec un même courant, nous pouvons nous affranchir de tous ces effets parasites qui sont indépendants de la configuration magnétique du système. Il est alors possible d'extraire la dépendance du coefficient  $b_j$  caractérisant le deuxième terme de transfert de spin. Nous trouvons par cette méthode une dépendance purement quadratique prédite par plusieurs modèles. Toutefois, l'erreur commise lors de la mesure est du même ordre de grandeur que l'évolution de coefficient  $b_j$  dans la gamme de courant étudiée.

Il serait avantageux de réaliser une étude similaire avec des jonctions tunnel magnétiques où la barrière en alumine serait remplacée par du MgO. Dans ce cas, la TMR peut être plus élevée ce qui rend la mesure plus précise. De plus le couple de transfert de spin est prédit pour y être plus efficace, ce qui permettrait de faire ressortir davantage l'effet du "field-like term" sur le décalage de la fréquence de résonance. Il serait aussi possible de se rapprocher davantage du courant critique afin d'étudier la transition entre le domaine de la réponse linéaire et celui des oscillations entretenues.



Finalement, soulignons que l'étude présentée dans ce manuscrit se limite à l'analyse du mode fondamental supposé être le mode uniforme de la couche libre seule. Il serait intéressant d'approfondir cette étude en étudiant le mode d'énergie supérieure par une analyse micromagnétique, ou en utilisant le formalisme des ondes de spin. Par ailleurs, il faudrait tenir compte de l'existence d'un couplage dynamique entre la couche libre et les couches de l'antiferromagnétique synthétique et la possibilité d'un effet du couple de transfert de spin sur la couche de référence.

# Bibliographie

- [1] J. C. Slonczewski. Current-driven excitation of magnetic multilayers. *J. Magn. Magn. Mater.*, 159 :1–7, Jun 1996.
- [2] L. Berger. Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current. *Phys. Rev. B*, 54(13) :9353–9358, Oct 1996.
- [3] J. S. Moodera, L. R. Kinder, T. M. Wong, and R. Meservey. Large magnetoresistance at room temperature in ferromagnetic thin film tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 74(16) :3273–3276, Apr 1995.
- [4] M. Jullière. Tunneling between ferromagnetic-films. *Phys. Lett. A*, 54(3) :225–226, 1975.
- [5] E. Y. Tsymbal, O. N. Mryasov, and P. R. LeClair. Spin-dependent tunnelling in magnetic tunnel junctions. *J. Phys. : Condens. Matter*, 15 :R109–R142, 2003.
- [6] J. Bardeen. Tunnelling from a many-particle point of view. *Phys. Rev. Lett.*, 6(2) :57–59, Jan 1961.
- [7] D. Bohm. *Quantum Theory*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1951.
- [8] P. M. Tedrow, R. Meservey, and P. Fulde. Spin-dependent tunneling into ferromagnetic nickel. *Phys. Rev. Lett.*, 26(4) :192–195, Jan 1971.
- [9] R. Meservey and P. M. Tedrow. Spin-polarized electron tunneling. *Phys. Rep.*, 238(4) :173–243, 1994.
- [10] M. B. Stearns. Simple explanation of tunneling spin-polarization of fe, co, ni and its alloys. *J. Magn. Magn. Mater.*, 5(2) :1062, 1977.
- [11] M. B. Stearns. On the origin of ferromagnetism and the hyperfine fields in fe, co, and ni. *Phys. Rev. B*, 8(9) :4383–4398, Nov 1973.
- [12] W. A. Harrison. Tunneling from an independent-particle point of view. *Phys. Rev.*, 123(1) :85–89, Jul 1961.
- [13] J. C. Slonczewski. Conductance and exchange coupling of two ferromagnets separated by a tunneling barrier. *Phys. Rev. B*, 39(10) :6995–7002, Apr 1989.
- [14] C. B. Duke. *Tunneling in Solids*. Academic Press, New York, 1969.

- [15] J. S. Moodera and L. R. Kinder. Ferromagnetic/insulator/ferromagnetic tunneling : Spin-dependent tunneling and large magnetoresistance in trilayer junctions. *J. Appl. Phys.*, 79(8) :4724–4729, Apr 1996.
- [16] J. M. MacLaren, X. G. Zhang, and W. H. Butler. Validity of the jullièrè model of spin-dependent tunneling. *Phys. Rev. B*, 56(18) :11827–11832, Nov 1997.
- [17] S. S. Zhang, P. M. Levy, A. C. Marley, and S. S. P. Parkin. Quenching of magnetoresistance by hot electrons in magnetic tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 79(19) :3744–3747, Nov 1997.
- [18] W. Wulfhkel, H. F. Ding, and J. Kirschner. Simple explanation of tunneling spin-polarization of fe, co, ni and its alloys. *J. Magn. Magn. Mater.*, 47 :242–245, 2002.
- [19] F. Montaigne, M. Hehn, and A. Schuhl. Tunnel barrier parameters and magnetoresistance in the parabolic band model. *Phys. Rev. B*, 64(14) :144402, Aug 2001.
- [20] C. Kittel. *Physique de l'état solide, 7ème édition*. Dunod, Paris, 1998.
- [21] M. D. Stiles and J. Miltat. *Spin Transfert Torque and Dynamics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2006.
- [22] M. D. Stiles and A. Zangwill. Anatomy of spin-transfer torque. *Phys. Rev. B*, 66(1) :014407, Jun 2002.
- [23] M. Zwierzycki, Y. Tserkovnyak, P. J. Kelly, A. Brataas, and G. E. W. Bauer. First-principles study of magnetization relaxation enhancement and spin transfer in thin magnetic films. *Phys. Rev. B*, 71(6) :064420, 2005.
- [24] F. J. Albert, N. C. Emley, E. B. Myers, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman. Quantitative study of magnetization reversal by spin-polarized current in magnetic multilayer nanopillars. *Phys. Rev. Lett.*, 89(22) :226802, Nov 2002.
- [25] O. Boulle. *Précession de l'aimantation par transfert de spin dans des nanopiliers magnétiques*. PhD thesis, Université Paris 6, 2007.
- [26] T. Valet and A. Fert. Theory of the perpendicular magnetoresistance in magnetic multilayers. *Phys. Rev. B*, 48(10) :7099–7113, Sep 1993.
- [27] A. Manchon and J. C. Slonczewski. Generalization of a circuit theory for current perpendicular to plane magnetoresistance and current-driven torque. *Phys. Rev. B*, 73(18) :184419, 2006.
- [28] J. C. Slonczewski. Currents, torques, and polarization factors in magnetic tunnel junctions. *Phys. Rev. B*, 71(2) :024411, 2005.
- [29] I. Theodonis, N. Kioussis, A. Kalitsov, M. Chshiev, and W. H. Butler. Anomalous bias dependence of spin torque in magnetic tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 97(23) :237205, 2006.

- [30] J. C. Sankey, Y-T Cui, J. Z. Sun, J. C. Slonczewski, R. A. Buhrman, and D. C. Ralph. Measurement of the spin-transfer-torque vector in magnetic tunnel junctions. *Nat. Phys.*, Nov 2007.
- [31] H. Kubota, A. Fukushima, K. Yakushiji, T. Nagahama, S. Yuasa, K. Ando, H. Maehara, Y. Nagamine, K. Tsunekawa, D. D. Djayaprawira, N. Watanabe, and Y. Suzuki. Quantitative measurement of voltage dependence of spin-transfer torque in mgo-based magnetic tunnel junctions. *Nat. Phys.*, Nov 2007.
- [32] P. M. Levy and A. Fert. Spin transfert in magnetic tunnel junctions with hot electrons. *Phys. Rev. Lett.*, 97(9) :097205, 2006.
- [33] T. L. Gilbert. Lagrangian formulation of the gyromagnetic equation of the magnetization field. *Phys. Rev.*, 100(4) :1243, 1955.
- [34] B. Montigny. *Transfert de spin et dynamique de l'aimantation*. PhD thesis, Université Paris Sud - Paris XI, Laboratoire de Physique du Solide, Dec 2007.
- [35] M. Tsoi, A. G. M. Jansen, J. Bass, W. C. Chiang, M. Seck, V. Tsoi, and P. Wyder. Excitation of a magnetic multilayer by an electric current. *Phys. Rev. Lett.*, 80(19) :4281–4284, May 1998.
- [36] J. A. Katine, F. J. Albert, R. A. Buhrman, E. B. Myers, and D. C. Ralph. Current-driven magnetization reversal and spin-wave excitations in co/cu/co pillars. *Phys. Rev. Lett.*, 84(14) :3149–3152, Apr 2000.
- [37] J. Grollier, V. Cros, A. Hamzic, J. M. George, H. Jaffres, A. Fert, G. Faini, J. Ben Youssef, and H. Legall. Spin-polarized current induced switching in co/cu/co pillars. *App. Phys. Lett.*, 78(23) :3663–3665, Jun 2001.
- [38] A. Deac. *Précession de l'aimantation par transfert de spin dans des nanopiliers magnétiques*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, 2005.
- [39] G. D. Fuchs, N. C. Emley, I. N. Krivorotov, P. M. Braganca, E. M. Ryan, S. I. Kiselev, J. C. Sankey, J. A. Katine, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman. Spin-transfer effects in nanoscale magnetic tunnel junctions. *App. Phys. Lett.*, 85(7) :1205–1207, Aug 2004.
- [40] A. Tulapurkar, T. Devolder, K. Yagami, P. Crozat, C. Chappert, A. Fukushima, and Y. Suzuki. Subnanosecond magnetization reversal in magnetic nanopillars by spin angular momentum transfer. *App. Phys. Lett.*, 85(22) :5358–5360, Nov 2004.
- [41] T. Devolder, C. Chappert, and K. Ito. Subnanosecond spin-transfer switching : Comparing the benefits of free-layer or pinned-layer biasing. *Phys. Rev. B*, 75(22) :224430, 2007.
- [42] S. I. Kiselev, J. C. Sankey, I. N. Krivorotov, N. C. Emley, R. J. Schoelkopf, R. A. Buhrman, and D. C. Ralph. Microwave oscillations of a nanomagnet driven by a spin-polarized current. *Nature*, 425(6956) :380–383, 2003.

- [43] I. N. Krivorotov, N. C. Emley, J. C. Sankey, S. I. Kiselev, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman. Time-domain measurements of nanomagnet dynamics driven by spin-transfer torques. *Science*, 307(5707) :228–231, 2005.
- [44] S. Petit, C. Baraduc, C. Thirion, U. Ebels, Y. Liu, M. Li, P. Wang, and B. Dieny. Spin-torque influence on the high-frequency magnetization fluctuations in magnetic tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 98(7) :077203, 2007.
- [45] K.B. Klaassen, J.C.L. van Peppen, and X. Xing. Noise in magnetic tunnel junction devices. *J. Appl. Phys.*, 93(10) :8573–8575, 2003.
- [46] Data sheet keithley 2400. *Keithley*, 2003.
- [47] Application note 150 : Spectrum analysis basics. *Agilent Application Note*, 2004. <http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5952-0292.pdf>.
- [48] Application note 1303 : Spectrum analyzer measurements and noise. *Agilent Application Note*, 2003. <http://my.ece.ucsb.edu/yorklab/Useful%20Stuff/Tutorials/SpecAnalyzerMeasNoise.pdf>.
- [49] Data sheet agilent psa spectrum analyzer. *Agilent*, 2004. <http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5980-1284E.pdf>.
- [50] P. Horowitz and W. Hill. *Traité De l'Électronique Analogique et Numérique*, volume 1 : Techniques Analogiques. Elektor, 2002.
- [51] J.M. Escané. *Circuits électriques linéaires*, volume E104. Techniques de l'Ingénieur.
- [52] D.M. Pozar. *Microwave Engineering*, volume Third Edition. John Wiley & Sons, Inc, 2005.
- [53] V. Danelon. *Mise en oeuvre d'une nouvelle méthode de caractérisation en bruit de composants actifs : étude de dispositifs à hétérojonction pour les applications millimétriques*. PhD thesis, Université de Paris-Sud, U.F.R scientifique d'Orsay, Institut d'Électronique Fondamentale, Jan 1999.
- [54] H.A. Haus, W.H. Fonger, W.A. Harris, and S.W. Harrison. Representation of noise in linear twoports. *Proceedings of the IRE*, (2) :69–74, Jan 1960.
- [55] H.A. Haus and R.B. Adler. *Circuit Theory Of Linear Noisy Networks*. The Technology Press of The Massachusetts Institute of Technology, 1959.
- [56] H. Mathieu. *Physique des semiconducteurs et des composants électroniques*, volume 5° Ed. Sciences Sup, 2004.
- [57] H. Rothe and W. Dahlke. Theory of noisy fourpoles. *Proceedings of the IRE*, 56 :811–818, Jun 1956.
- [58] G. Leroy. *Etude et Réalisation d'Un Banc de Mesure de Bruit Basse Fréquence de 10 Hz à 1 MHz*. PhD thesis, Université du Littoral Côte d'Opale, 2002.

- [59] N.W. Ashcroft and N.D. Mermin. *Physique des Solides*. EDP Sciences, 2002.
- [60] D. Gignoux and M. Cyrot. *Magnétisme*, volume I - Fondements. EDP Sciences, 2000.
- [61] A. Thiaville and J. Miltat. *Spin Dynamics in Confined Magnetic Structures*, volume I. B. Hillebrands and K. Ounadjela, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2002.
- [62] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë. *Mecanique Quantique*, volume I. Hermann, 1998.
- [63] C. Kittel. Physical theory of ferromagnetic domains. *Rev. Mod. Phys.*, 21 :541, 1949.
- [64] A. Hubert and R. Schäfer. *Magnetic Domains*. Springer, 1998.
- [65] G. Counil. *Perméamétrie hyperfréquence de couches minces magnétiques*. PhD thesis, Université d'Orsay, Paris XII, 2005.
- [66] H. Suhl. Theory of the magnetic damping constant. *IEEE Trans Mag*, 34(4) :5768–5773, Jul 1998.
- [67] N. Smith. Modeling of thermal magnetization fluctuations in thin-film magnetic devices. *J. App. Phys.*, 90(11) :5768–5773, Dec 2001.
- [68] L. Pottier. *Cours de Physique statistique*. 1998.  
<http://www.lpthe.jussieu.fr/DEA/pottier.html>.
- [69] Sh. Kogan. *Electronic Noise and Fluctuations in Solids*. Cambridge University Press, 1996.
- [70] R. Kubo. The fluctuation-dissipation theorem. *Reports on Progress in Physics*, 29(1) :255–284, 1966.
- [71] W. F. Brown. Thermal fluctuations of a single-domain particle. *Phys. Rev.*, 130(5) :1677–1686, Jun 1963.
- [72] B. Diu, C. Guthmann, D. Lederer, and B. Roulet. *Éléments de physique statistique*. Hermann, 1989.
- [73] L.D. Landau and E.M. Lifshitz. *Course of Theoretical Physics*, volume 5 Statistical Physics 3rd Edition Part 1. Butterworth - Heinemann, 1980.
- [74] N. Stutzke. Temperature and field dependence of high-frequency magnetic noise in spin valve devices. *App. Phys. Lett.*, 82(1) :91–93, Jan 2003.
- [75] M. Bailleul, R. Höllinger, and C. Fermon. Microwave spectrum of square permalloy dots : Quasisaturated state. *Phys.Rev. B*, 73(10) :104424, 2006.
- [76] Z. Zhang. *Ferromagnetic Resonance Study in Exchange Coupled Magnetic/Non-magnetic Multilayer Structures*. PhD thesis, Graduate School of the Ohio State University, 1994.

- 
- [77] M. Kowalewski, W. H. Butler, N. Moghadam, G. M. Stocks, T. C. Schulthess, K. J. Song, J. R. Thompson, A. S. Arrott, T. Zhu, J. Drewes, R. R. Katti, M. T. McClure, and O. Escorcia. The effect of ta on the magnetic thickness of permalloy ( $\text{ni}_{81}\text{fe}_{19}$ ) films. volume 87, pages 5732–5734. AIP, 2000.
- [78] J. P. Nibarger, R. Lopusnik, Z. Celinski, and T. J. Silva. Variation of magnetization and the landé g factor with thickness in ni–fe films. *App. Phys. Lett.*, 83(1) :93–95, 2003.
- [79] L. Gravier, A. Fukushima, H. Kubota, A. Yamamoto, and S. Yuasa. Peltier effect in multilayered nanopillars under high density charge current. *J. Phys. D : App. Phys.*, 39(24) :5267–5271, 2006.
- [80] J. G. Simmons. Generalized formula for the electric tunnel effect between similar electrodes separated by a thin insulating film. *J. App. Phys.*, 34(6) :1793–1803, 1963.
- [81] Y. Huai, D. Apalkov, Z. Diao, Y. Ding, A. Panchula, M. Pakala, L.-C. Wang, and E. Chen. Structure, materials and shape optimization of magnetic tunnel junction devices : Spin-transfer switching current reduction for future magnetoresistive random access memory application. *Japanese J. App. Phys.*, 45(5A) :3835–3841, 2006.

# Annexe A

## Calcul de l'écart type des aimantations transverses

Pour intégrer l'équation différentielle 3.52, il est intéressant de se placer dans la base diagonale  $(\vec{x}', \vec{y}')$  introduite au chapitre 3.1.4.2 :

$$\frac{d\vec{m}'}{dt} = -\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^* \end{bmatrix} \vec{m}' + \frac{\gamma_0 m_s}{1+\alpha^2} P \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ -1 & \alpha \end{bmatrix} \vec{h} \quad (\text{A.1})$$

On notera :

$$\frac{\gamma_0 m_s}{1+\alpha^2} P \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ -1 & \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Les solutions de l'équation A.1 ont alors pour expression :

$$\begin{aligned} m_{x'}(t) &= m_{x'}(0) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda t} + \int_0^t \left( a h_x(t') + b h_y(t') \right) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda(t-t')} dt' \\ m_{y'}(t) &= m_{y'}(0) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^* t} + \int_0^t \left( c h_x(t') + d h_y(t') \right) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^*(t-t')} dt' \end{aligned}$$

Comme seule la partie fluctuante nous intéresse :

$$\begin{aligned} \delta m_{x'}(t) &= \int_0^t \left( a h_x(t') + b h_y(t') \right) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda(t-t')} dt' \\ \delta m_{y'}(t) &= \int_0^t \left( c h_x(t') + d h_y(t') \right) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^*(t-t')} dt' \end{aligned}$$

A partir de ces expressions, il est possible de déterminer la variance des composantes transverses de l'aimantation  $\langle m_x^2 \rangle$  et  $\langle m_y^2 \rangle$  :

$$\begin{aligned} \delta m_x(t) &= \sqrt{\frac{H}{H + \tilde{H}}} \left( \delta m_{x'}(t) + \delta m_{y'}(t) \right) \\ \delta m_y(t) &= \frac{1}{\sqrt{H(H + \tilde{H})}} \left( \beta \delta m_{x'}(t) + \beta^* \delta m_{y'}(t) \right) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\langle m_x^2 \rangle &= \frac{H}{H + \tilde{H}} \left( \langle m_{x'}^2 \rangle + 2 \langle m_{x'} m_{y'} \rangle + \langle m_{y'}^2 \rangle \right) \\ \langle m_y^2 \rangle &= \frac{1}{H(H + \tilde{H})} \left( \beta^2 \langle m_{x'}^2 \rangle + 2 |\beta|^2 \langle m_{x'} m_{y'} \rangle + \beta^{*2} \langle m_{y'}^2 \rangle \right)\end{aligned}$$

En appliquant la même procédure qu'à la partie 3.2.1.2 pour le calcul de  $\langle \vec{f} \cdot \vec{v} \rangle$ , il vient :

$$\begin{aligned}\langle \delta m_{x'}^2 \rangle &= \left\langle \int_0^t \int_0^t \left( a^2 h_x(t') h_x(t'') + b^2 h_y(t') h_y(t'') \right) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda(t-t')} e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda(t-t'')} dt' dt'' \right\rangle \\ \langle \delta m_{y'}^2 \rangle &= \left\langle \int_0^t \int_0^t \left( c^2 h_x(t') h_x(t'') + d^2 h_y(t') h_y(t'') \right) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^*(t-t')} e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^*(t-t'')} dt' dt'' \right\rangle \\ \langle \delta m_{x'} m_{y'} \rangle &= \left\langle \int_0^t \int_0^t \left( a c h_x(t') h_x(t'') + b d h_y(t') h_y(t'') \right) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda(t-t')} e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^*(t-t'')} dt' dt'' \right\rangle\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle \delta m_{x'}^2 \rangle &= \int_0^t \int_0^t \left( a^2 \langle h_x(t') h_x(t'') \rangle + b^2 \langle h_y(t') h_y(t'') \rangle \right) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda(t-t')} e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda(t-t'')} dt' dt'' \\ \langle \delta m_{y'}^2 \rangle &= \int_0^t \int_0^t \left( c^2 \langle h_x(t') h_x(t'') \rangle + d^2 \langle h_y(t') h_y(t'') \rangle \right) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^*(t-t')} e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^*(t-t'')} dt' dt'' \\ \langle \delta m_{x'} m_{y'} \rangle &= \int_0^t \int_0^t \left( a c \langle h_x(t') h_x(t'') \rangle + b d \langle h_y(t') h_y(t'') \rangle \right) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda(t-t')} e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^*(t-t'')} dt' dt''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle \delta m_{x'}^2 \rangle &= (a^2 + b^2) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} 2\lambda t} \int_0^t \int_0^t \Gamma \delta(t' - t'') e^{\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda t'} e^{\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda t''} dt' dt'' \\ \langle \delta m_{y'}^2 \rangle &= (c^2 + d^2) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} 2\lambda^* t} \int_0^t \int_0^t \Gamma \delta(t' - t'') e^{\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^* t'} e^{\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^* t''} dt' dt'' \\ \langle \delta m_{x'} m_{y'} \rangle &= (a c + b d) e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} (\lambda^* + \lambda) t} \int_0^t \int_0^t \Gamma \delta(t' - t'') e^{\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda t'} e^{\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} \lambda^* t''} dt' dt''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle \delta m_{x'}^2 \rangle &= (a^2 + b^2) \Gamma e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} 2\lambda t} \int_0^t e^{\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} 2\lambda t''} dt'' \\ \langle \delta m_{y'}^2 \rangle &= (c^2 + d^2) \Gamma e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} 2\lambda^* t} \int_0^t e^{\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} 2\lambda^* t''} dt'' \\ \langle \delta m_{x'} \delta m_{y'} \rangle &= (a c + b d) \Gamma e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} (\lambda^* + \lambda) t} \int_0^t e^{\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} (\lambda^* + \lambda) t''} dt''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle \delta m_{x'}^2 \rangle &= \frac{(1 + \alpha^2) (a^2 + b^2) \Gamma}{2\gamma_0 \lambda} e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} 2\lambda t} \left[ e^{\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} 2\lambda t} - 1 \right] \\ \langle \delta m_{y'}^2 \rangle &= \frac{(1 + \alpha^2) (c^2 + d^2) \Gamma}{2\gamma_0 \lambda^*} e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} 2\lambda^* t} \left[ e^{\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} 2\lambda^* t} - 1 \right] \\ \langle \delta m_{x'} \delta m_{y'} \rangle &= \frac{(1 + \alpha^2) (a c + b d) \Gamma}{\gamma_0 (\lambda^* + \lambda)} e^{-\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} (\lambda^* + \lambda) t} \left[ e^{\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} (\lambda^* + \lambda) t} - 1 \right]\end{aligned}$$

Si l'on attend suffisamment longtemps pour être à l'équilibre thermodynamique :

$$\begin{aligned}\langle \delta m_{x'}^2 \rangle &\underset{t \rightarrow +\infty}{=} \frac{(1 + \alpha^2) (a^2 + b^2) \Gamma}{2\lambda} \\ \langle \delta m_{y'}^2 \rangle &\underset{t \rightarrow +\infty}{=} \frac{(1 + \alpha^2) (c^2 + d^2) \Gamma}{2\lambda^*} \\ \langle \delta m_{x'} \delta m_{y'} \rangle &\underset{t \rightarrow +\infty}{=} \frac{(1 + \alpha^2) (ac + bd) \Gamma}{(\lambda^* + \lambda)}\end{aligned}$$

Or :

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= \frac{H + \tilde{H}}{H} \frac{\gamma_0^2 M_s^2}{(1 + \alpha^2)(\lambda^* - \lambda)^2} [\beta^{*2} + H^2] \\ c^2 + d^2 &= \frac{H + \tilde{H}}{H} \frac{\gamma_0^2 M_s^2}{(1 + \alpha^2)(\lambda^* - \lambda)^2} [\beta^2 + H^2] \\ ac + bd &= -\frac{H + \tilde{H}}{H} \frac{\gamma_0^2 M_s^2}{(1 + \alpha^2)(\lambda^* - \lambda)^2} [|\beta|^2 + H^2]\end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned}\langle \delta m_{x'}^2 \rangle &= \frac{H + \tilde{H}}{H} \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{2\lambda(\lambda^* - \lambda)^2} [\beta^{*2} + H^2] \\ \langle \delta m_{y'}^2 \rangle &= \frac{H + \tilde{H}}{H} \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{2\lambda^*(\lambda^* - \lambda)^2} [\beta^2 + H^2] \\ \langle \delta m_{x'} \delta m_{y'} \rangle &= \frac{H + \tilde{H}}{H} \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{\gamma_0(\lambda^* + \lambda)(\lambda^* - \lambda)^2} [|\beta|^2 + H^2]\end{aligned}$$

Ce qui donne dans la base canonique :

$$\begin{aligned}\langle \delta m_x^2 \rangle &= \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{(\lambda^* - \lambda)^2} \left( \frac{[\beta^{*2} + H^2]}{2\lambda} + \frac{[\beta^2 + H^2]}{2\lambda^*} - \frac{2[|\beta|^2 + H^2]}{\lambda^* + \lambda} \right) \\ \langle \delta m_y^2 \rangle &= \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{H^2(\lambda^* - \lambda)^2} \left( \frac{\beta^2 [\beta^{*2} + H^2]}{2\lambda} + \frac{\beta^{*2} [\beta^2 + H^2]}{2\lambda^*} - \frac{2|\beta|^2 [|\beta|^2 + H^2]}{\lambda^* + \lambda} \right) \\ \langle \delta m_x^2 \rangle &= \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{(\lambda^* - \lambda)^2} \frac{(\lambda^* \beta^* - \lambda \beta)^2 + H^2(\lambda^* - \lambda)^2 + |\lambda|^2 (\beta^* - \beta)^2}{2|\lambda|^2 (\lambda^* + \lambda)} \\ \langle \delta m_y^2 \rangle &= \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{H^2(\lambda^* - \lambda)^2} \frac{|\beta|^4 (\lambda^* - \lambda)^2 + H^2(\lambda^* \beta - \lambda \beta^*)^2 + H^2 |\lambda|^2 (\beta^* - \beta)^2}{2|\lambda|^2 (\lambda^* + \lambda)} \\ \langle \delta m_x^2 \rangle &= \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{(\lambda^* - \lambda)^2} \frac{(\lambda^* \beta^* - \lambda \beta)^2 + (\lambda^* - \lambda)^2 (H^2 + |\lambda|^2)}{2|\lambda|^2 (\lambda^* + \lambda)} \\ \langle \delta m_y^2 \rangle &= \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{H^2(\lambda^* - \lambda)^2} \frac{(\lambda^* - \lambda)^2 (|\beta|^4 + H^2 |\lambda|^2) + H^2 (\lambda^* \beta - \lambda \beta^*)^2}{2|\lambda|^2 (\lambda^* + \lambda)}\end{aligned}$$

Or :

$$\begin{aligned} 2Im(\lambda\beta) &= \alpha H(\lambda^* - \lambda) \\ 2Im(\lambda\beta^*) &= \alpha \tilde{H}(\lambda^* - \lambda) \end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \langle \delta m_x^2 \rangle &= \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{2|\lambda|^2(\lambda^* + \lambda)} \left( (1 + \alpha^2)H^2 + |\lambda|^2 \right) \\ \langle \delta m_y^2 \rangle &= \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{2H^2 |\lambda|^2(\lambda^* + \lambda)} \left( |\beta|^4 + H^2(|\lambda|^2 + \alpha^2 \tilde{H}^2) \right) \end{aligned}$$

Or :

$$\begin{aligned} |\lambda|^2 &= (1 + \alpha^2)H\tilde{H} \\ |\beta|^2 &= H\tilde{H} \end{aligned}$$

et :

$$\lambda^* + \lambda = \alpha(H + \tilde{H})$$

Donc :

$$\begin{aligned} \langle \delta m_x^2 \rangle &= \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{2(1 + \alpha^2)H\tilde{H}\alpha(H + \tilde{H})} (1 + \alpha^2)(H^2 + H\tilde{H}) \\ \langle \delta m_y^2 \rangle &= \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{2(1 + \alpha^2)H^3\tilde{H}\alpha(H + \tilde{H})} H^2(1 + \alpha^2)(\tilde{H}^2 + H\tilde{H}) \end{aligned}$$

Soit :

$$\langle \delta m_x^2 \rangle = \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{2\alpha \tilde{H}} \quad (\text{A.2})$$

$$\langle \delta m_y^2 \rangle = \frac{\gamma_0 M_s^2 \Gamma}{2\alpha H} \quad (\text{A.3})$$